

Broj, omjer i proporcija u glazbi

KONSTILJA NIKOLIĆ-MARKOTA, ZAGREB
Stručni članak

(II. nastavak)

Simbolika i estetika brojeva

Predstava o univerzumu koji je uređen prema broju, ne poima taj broj kao sredstvo računanja, već, naprotiv, primarno kao nositelja stvaralačkog kozmosa. Ova misao dosegla je vrhunac u pitagorejskom vjerovanju »Sve je broj« te platonističkog izjednačavanja ideja i brojeva. Ovo ontološko tumačenje broja ne sadrži samo estetski aspekt, već uključuje simboličko shvaćanje broja, gdje simbol stoji kao znak, predstavljajući sadržaj što ga označava. Na temelju antičkog razmišljanja o brojevima, a kojeg je neopitagoreizam i neoplatonizam preoblikovao u mističnu filozofiju, A. Augustinus je razvio svoje osobito poimanje o prirodi (biću) broja, koje je postalo pretpostavka kršćanske mistike brojeva. Augustinus postavlja paralelu između bića brojeva i bića Božjeg te u stvarnim i nepromjenjivim zakonitostima brojeva vidi stvarna i nepromjenjiva pravila providnosti (mudrosti). Providnost nije ništa drugo do »istina, u kojoj se prepoznaje i poima najveće dobro« (Augustinus).

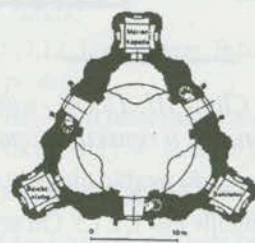
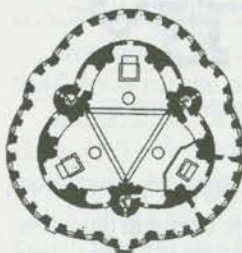
Franz Carl Endres sažima neopitagorejska razmišljanja sljedećim rečenicama:

1. Broj ima utjecaj na biće stvari, koja su po njemu na neki način uređena.
2. Broj na taj način postaje posrednik između božanskog i zemaljskog.
3. Ako se s brojevima rade operacije bilo kakve vrste, tada ove operacije utiču na stvari, koje s ovim brojevima stoje u nekom odnosu.

Broj je za kršćansko srednjovjekovlje nosilac otkrovenja kao znak od Boga ustanovljene istine. Tome u prilog H. Meyer kaže: »Uređenost brojeva čini u svijetu prezentnu formu Božje providnosti, koju ljudski duh može spoznati.«

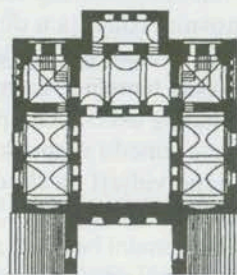
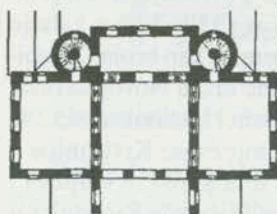
Simbolika i estetika brojeva primjenjivana je prvenstveno na građevinama čije ih je određenje (npr. kulturne građevine) izdizalo iz mase preostale arhitekture. To je bilo osobito izraženo u epohama kojima je simboličko značenje umjetničkog djela više vrijedilo nego njegov formalno-estetski izgled. Stoga je razumljivo da simboliku i estetiku brojeva u prvom redu susrećemo na srednjovjekovnim sakralnim građevinama.

Broj tri simbol je božanskog triniteta, svetog trojstva i on određuje formu baroknih crkvi Presvetog trojstva. Tlocrt crkve u kapeli kod Waldsassena, koju je sagradio G. Dientzenhofer sačinjen je od tri kružna segmenta iste forme, koji su spojeni na vrhove istostraničnog trokuta. Nad ovim troprolaznim temeljom spajaju se tri kružna, kupolasta prostora u istostrano trokutni svod. Svaka od tri polurotunde, u kojima stoje tri oltara, dijeli se putem uvučenih stupova na tri manje kapele. Tri tornja utvrđuju s boka građevinu, tri laterne uzdižu se s kupolastih krovova.



2. Crkva Sv. Trojstva u Kappelu kod Waldsassena
3. Crkva Sv. Trojstva u Stadl Paura kod Lambacha

Dublji smisao kvadrata, koji u Bibliji služi za označavanje svetosti, može se dokučiti iz simbolike broja četiri: on označava četiri elementa, četiri godišnja doba i četiri strane svijeta i stoga važi kao broj kozmosa, stvaranja svijeta. Ova simbolika, koja ima korijene u mističnom, povezana je u kršćanskom značenju s četiri evangelista, četiri kardinalne kreposti i, kao najvažnije, s četiri kraka križa kao znaka otkupljenja. Forma križa poklapa se s prastarom slikom na četiri podjeljenog svijeta, nazvanog »mundus tetragonus«, a simbolizira Isusovo vladanje svijetom.



4. Centula (790.-799. g.). Tlocrt zap. dijela
5. Salvatorska crkva u Werdenu (oko 920.-943. g.)

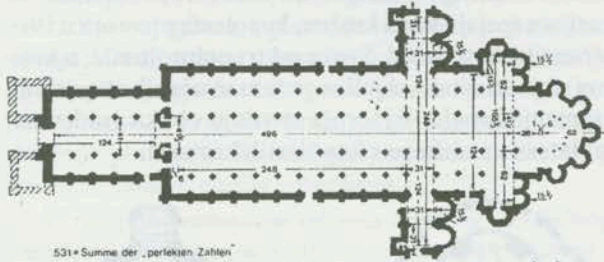
»Savršeni brojevi« su oni brojevi koji su identični sumi njihovih djelitelja (secundum partium aggregatio-nem). Unutar brojeva od 1 do 1000 već su pitagorejci uočili da ovo savršenstvo posjeduje samo mali broj njih, a to su: 6, 28 i 496, jer vrijedi da je:

$$6 = 1 + 2 + 3$$

$$28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$$

$$496 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 31 + 62 + 124 + 248$$

Crkva opatije Cluny III (1088-1130) objedinila je u sebi ovu karakteristiku jer su pri dimenzioniranju između ostalih korišteni omjeri brojeva iz niza koji proizlazi iz broja 496 i njegovih djelitelja, a oni stoje u jednostavnim, muzičkim omjerima.

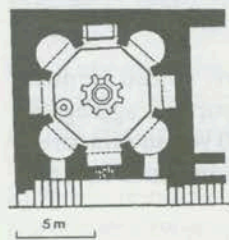


6. Cluny III, Tlocrt: »savršeni« brojevi prema Conantu u rimskim stopama

Broj šest je također savršen jer je $6 = 1 + 2 + 3$ i 6 je djeljiv i sa 1, 2 i 3. On se povezuje s brojem dana stvaranja, vremenskim tokom od šest vjekova i šest starosnih doba čovjeka.

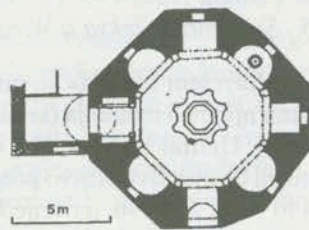
Sedam je broj milosti i dara Božjeg, no njegovo značenje počiva i na spoju broja 3 i 4, dakle, spoju božanske trojedinosti i stvorenog svijeta, vječnog i zemaljskog – sedam je broj čovjeka sazdanog od tijela i duha. Nadalje, to je broj mira, jer je Bog sedmi dan nakon stvaranja odmorio. U tom smislu Alberti je stvarajući Sveti grob u kapeli Rucellai u Firenci upotrijebio broj sedam da naznači mir groba – pilaster. Zidovi kapele, kao i svetog groba imaju sedam umjesto uobičajenih šest kanelura. Sedam također ima značajnu ulogu u proporcioniranju kapele.

Broj osam je u većini kultura dobio pozitivan simbolički sadržaj. Za kršćanstvo je osam znamen ponovnog rođenja u duhu, što se potvrđuje krštenjem. Ova misao, koju je Ambrosius (339.-397. g.) dalje razvio, temelji se na značenju osmice kao broja Otkupiteljevog uskrsnuća i prema tome broju Novog saveza. Veza između simbolike broja osam i krstionica može se lijepo vidjeti na sljedećim primjerima: Krstionica u Fréjusu (poslije 374. godine) ima 8 niša, 8 stupova i oktogonali bazen te nešto kasnije nastala Krstionica u Albengi (prva polovina 5. stoljeća).



7. Krstionica u Fréjusu

8. Krstionica u Albengi



Palatinska crkva u Aachenu ima u nacrtu temelja oktagon, no tu je od većeg značenja to što opseg tog oktogona iznosi 144 stope, što se kao veličina spominje u Apokalipsi (27,11) u smislu tzv. »andeoske mjere« nebeskog grada. U duodecimalnom sistemu 144 je »okrugli broj«. ¹⁵ Zanimljivo je napomenuti da je Bach u svom djelu *Veliki preludij c-mol*, BWV 546, za opseg uzeo 144 takta kroz koje, štoviše, pokazuje cijeli niz proporcijских postupaka. ¹⁹

Deset je broj kršćanskog savršenstva. On u sebi zatvara sve druge brojeve, u njemu se ispunja Božji zakon sa svojim dvostrukim pozivom na ljubav prema Bogu i ljubav prema bližnjemu. Istodobno, on upućuje na nagradu, koja je obećana ovim savršenstvom. Deset je broj u kojem je izrečena mudrost Stvoritelja i živog bića (ljudske kreacije), jer njihova dva sumanda, a to su 3 trojedinog Boga i 7 čovjeka, znače tjelesni i duhovni konstitutivni element.

Estetsko značenje broja rezultira iz njegovog mjesta unutar uređenog sustava brojevanih nizova kao bića svih formi. Koliko su značajnije njegove matematičke osobine, toliko je veća estetska razina nekog broja. Ukoliko uređenost brojeva odražava harmoniju kozmosa, utoliko estetska vrijednost broja sadrži i ontološki aspekt.

Tome nasuprot, *simboličko značenje broja* ne počiva na njegovim apriornim osobinama, već na izvanmatematičkim odnosima, koji sežu od prirodofilozofskih spekulacija da biblijske egzegzeze. Budući da simbolički brojevi nisu nosioci jednog u sebi zatvorenog sadržaja, već znakovi za preneseni sadržaj, simbolička značenja mogu se mijenjati, odnosno interferirati. ¹⁵

Omjer

Kako je proporcija u najširem smislu ekvivalencija dvaju omjera ili analogna relacija (jednakost) između dvije usporedbe ($A/B = C/D$), očito je da omjer prethodi pojmu proporcije, čiji je on element. ⁵

Zato je potrebno reći da je omjer usporedba dviju mjerljivih veličina i prosuđujemo ga kao:

1. percepciju *funkcionalne relacije* ili hijerarhije vrijednosti između dva objekta spoznaje

2. razlikovanje ili *uspoređivanje vrijednosti*, bilo kvantitativno ili kvalitativno

Kvantitativno omjer ima oblik i sve osobine aritmetičkog ili lgebarskog razlomka: A/B

Proporcija

Sama proporcija je, u skladu sa Euklidovom definicijom, »ekvivalencija dvaju omjera« što se može iskazati:

$$a/b = c/d$$

gdje su a, b, c i d veličine mjerene istom jedinicom.

Ukoliko su dva srednja člana jednaka, dobit ćemo neprekidnu geometrijsku proporciju:

$$a/b = b/c$$

gdje je b geometrijska sredina (ili medijetet) između dva krajnja člana.

Ideja medijeteta ili harmonijske veze između dva elementa formule ili misli, ima posebnu ulogu kod Platona pa on u Timeju definira proporciju: » Nemoguće je dobro kombinirati dvije stvari bez treće: potrebna je između njih veza koja ih spaja.»⁵

Pitagorejci sa Sicilije imali su već izgrađena tri najvažnija tipa proporcija koji se simboliziraju algebarski:

aritmetička proporcija $b - a = d - c$

geometrijska proporcija $a/b = c/d$

harmonijska proporcija $1/b - 1/a = 1/d - 1/c$

Ispišimo ove tri proporcije tako da imaju tri člana i nađimo im sredine:

aritmetička sredina $b = (c + a) / 2$

geometrijska sredina $b = \sqrt{ac}$

harmonijska sredina $b = 2 \times a \times c / (a + c)$

Dvije proporcije bile su pitagorejcima osobito drage:

1. Univerzalna proporcija
2. Božanska proporcija ili »Zlatni rez«

1. Univerzalna proporcija je grupa od četiri broja: 6, 8, 9, 12, koja objedinjava tri glavna tipa proporcija.

Za tu složenu progresiju vrijedi:

- a) aritmetička proporcija $12 - 9 = 9 - 6$
- b) geometrijska proporcija $12/8 = 9/6$
- c) harmonijska proporcija $(12-8)/(8-6) = 12/8$

Muzički vid univerzalne proporcije

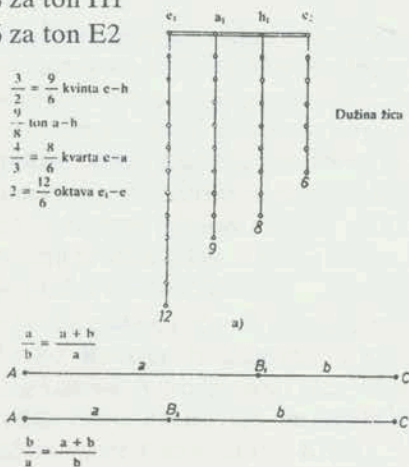
Univerzalna proporcija ima još jednu važnu osobinu. Putem omjera među svojim članovima ona može osigurati intervale pitagorejske ljestvice. Ako se načini tetrakordna lira sa žicama koje daju frekvencije nota u obrnutom poretku - 12, 9, 8, 6 - dobijamo tonove redom:

žica 12 za ton E1

žica 9 za ton A1

žica 8 za ton H1

žica 6 za ton E2



Omjeri duljina ovih žica dat će intervale koje lira može proizvesti:

v. sekunda (A1-H1) = $9/8$

č. kvarta (E1-A1 = H1-E2) = $12/9 = 8/6 = 4/3$

č. kvinta (E1-H1 = A1-E2) = $12/8 = 9/6 = 3/2$

oktava (E1-E2) = $12/6 = 2$

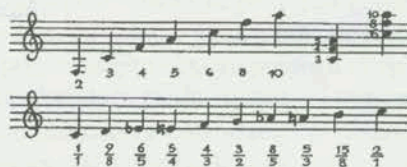
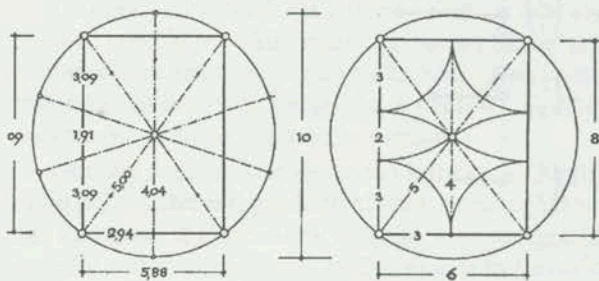
Ako općenito definiramo interval kao odnos frekvencije dva zvuka, tada uho intervalu

pridružuje svojstvo koje ne ovisi od pozicije dva zvuka (tona) u glazbenoj ljestvici.

Oktava, kvinta, kvarta i cijeli ton (stepen) kostur su grčkog tonskog sustava i oni, dakle,

proizilaze iz Tetraktisa 6,8,9,12, tzv. »prvog Tetraktisa«, no za razliku od njega postoji

Tetraktis 1,2,3,4 koji, štoviše, osim intervala duodecime (1:3) te dvostruke oktave (1:4), sadrži i mogućnost dvostrukog rasčlanjivanja oktave (6:12 = 1:2) u kvintu i kvartu (6:9 = 2:3, 9:12 = 3:4), odnosno kvartu i kvintu (6:8 = 3:4, 8:12 = 2:3), a u cijelom tonu (8:9) raspoznaje se diferencija između kvinte i kvarte.⁵



10. Omjeri u intervalima

Zaključimo riječima Nikomahosa iz Gerase – prvi Tetraktis je izvor konsonanci.

Da Tetraktis 1,2,3,4 daje odnose proporcionalne razlomcima koji odgovaraju osnovnim intervalima, znači da su ti razlomci jednaki količnicima dužina fundamentalne tetrakordne lire: 2/1 ili 4/2 za oktavu, 4/3 za kvartu i 3/2 za kvintu.

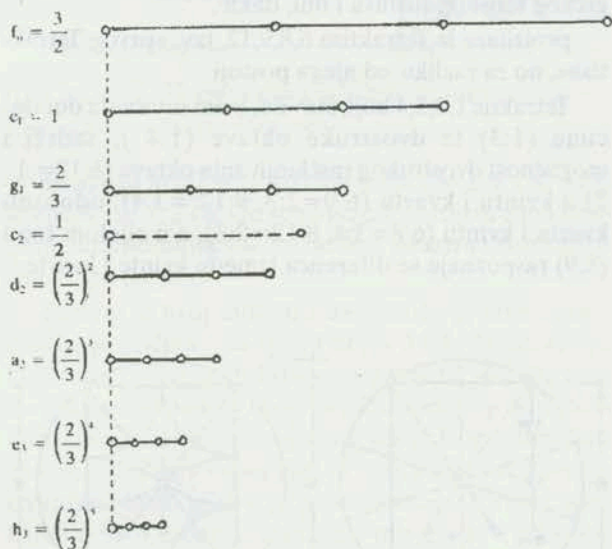
Upravo na intervalu kvinti bazira se Pitagorina ili primitivna dijatonska ljestvica, osnova kasnijih zapadnjačkih ljestvica, uključujući tu i suvremenu dursku, molsku i temperiranu ljestvicu. Interval kvinte razdvaja zvukove proizvedene dvjema homogenim žicama, čije se dužine odnose kao 2 : 3. Ako se zamisli sedam žica sa dužinama koje se smanjuju tako da je

svaka jednaka $\frac{2}{3}$ prethodne ($b = \frac{2}{3} a$) te ako se dužina druge uzme za jediničnu i ona nazove C1, onda se svakoj od tih sedam žica mogu dati imena:

ime tona

fm C1 G1 D2 A2 E3 H3

dužina žice ako $\frac{3}{2}$ 1 $\frac{2}{3}$ $(\frac{2}{3})^2$
 $(\frac{2}{3})^3$ $(\frac{2}{3})^4$ $(\frac{2}{3})^5$
 se C1 uzme za jedinicu



(Nastavlja se)

LITERATURA

(označava navod prema pripadajućem broju):

1. ALAIN, JEHAN: *III Litanies*, Alphonse Leduc, Edition Musicales, Paris, 1971.
2. DADIĆ, ŽARKO: *Povijest ideja i metoda u matematici i fizici*, Školska knjiga, Zagreb, 1992.
3. ELIADE, MIRCEA: *Okultizam, magija i pomodne kulture*, Grafički zavod Hrvatske, Zagreb, 1983.
4. FRECKMANN, KARL: *Proportionen in der Architektur*, Verlag Georg D.W.Callwey, München, 1965.
5. GHYKA, MATILA: *Filozofija i mistika broja*, Književna zajednica Novog Sada, 1987.
6. GLIGO, NIKŠA: *Pojmovni vodič kroz glazbu 20. stoljeća*, Muzički informativni centar KDZ, Matica Hrvatska, Zagreb, 1996.
7. HAGENMAIER, OTTO: *Der Goldene Schnitt, Ein Harmoniegesetz und seine Anwendung*, Augustus Verlag, Augsburg, 1991.
8. *Johannes Kepler 1571-1971*, Gedenkschrift der Universität Graz, Leykam-Verlag, Graz, 1975.
9. KEPLER, JOHANNES: *Harmonice Mundi*, C. H. Beck'sche Verlagsbuchhandlung, München, 1940.
10. KEPLER, JOHANNES: *Neue Stereometrie der Fässer*, Leipzig, 1908.
11. *Medicinska enciklopedija*, Jugoslavenski leksikografski zavod, Zagreb, 1967.
12. MÖSSEL, ERNST: *Urformen des Raumes als Grundlagen der Formgestaltung*, C. H. Beck'sche Verlagsbuchhandlung, München, 1931.
13. MÖSSEL, ERNST: *Vom Geheimnis der Form und der Urform Seins*, Deutsche Verlags-Anstalt, Stuttgart, 1938.
14. MILENKOVIĆ, BRANISLAV: *Uvod u arhitektonsku analizu 2*, DIP Građevinska knjiga, Bor, 1991.
15. NAREDI-REINER, PAUL: *Architektur und Harmonie*, DuMont Buchverlag, Köln, 1982.
16. *Nova Akropola*: broj 1, 2 i 3, Zagreb 1991., broj 4, 6 i 8, Zagreb 1996.
17. PETROVIĆ, ĐORĐE: *Teoretičari proporcija*, Građevinska knjiga, Beograd, 1974.
18. ROKI, RAJKO: *Neka svojstva Fibonaccijeva niza*, članak iz Matematičko-fizičkog lista br. 3, šk.god. 1983/84.
19. Sv. Cecilija, LXVIII, Zagreb, 3, 71-75.
20. VITRUVIUS POLLIO, MARCUS: *Deset knjiga o arhitekturi*, Svjetlost, Sarajevo, 1990.
21. WINDELBAND, WILHEL: *Povijest filozofije*, Naprijed, Zagreb, 1988.