

Zdenko Jecić

Sveučilište u Zagrebu
Arhitektonski fakultet
HR - 10000 Zagreb, Kačićeva 26

Prethodno priopćenje • Preliminary Communication
UDK • UDC 624.04

Rukopis primljen • Manuscript Received: 02.04.1997.
Članak prihvaćen • Article Accepted: 03.12.1997.

Oblikovanje visećih konstrukcija pomoću modela

Using Models to Design Suspension Structures

Ključne riječi • Key words

arh. modeli	architectural models
metode aproksimacije	methods of approximation
određivanje oblika	formfinding
topometrijska metoda	topometric method
viseće konstrukcije	suspension structures

Sažetak • Abstract

Pri određivanju oblika visećih konstrukcija u početnoj se fazi rabe modeli. Ovim su radom razrađene mogućnosti topometrijskog postupka za snimanje oblika modela. Također je istražena upotrebljivost dobivenih podataka u kasnijim etapama procesa projektiranja, čime se predočuju mogućnosti njihove međusobne integracije.

Models are used in the initial stage of formfinding for suspension structures. This paper shows how the topometric procedure can be used to survey the shape of the model. It also investigates how the data obtained can be used in later stages of the designing process and shows possibilities for integrating various stages.

1. Uvod

1.0. Cilj istraživanja

Projektiranje visećih konstrukcija pripada specifičnim arhitektonskim i konstruktorskim problemima. Složenost postupka oblikovanja proizlazi iz činjenice da je njihov oblik definiran mehaničkim načelima na koje projektant samo posredno može utjecati. Stoga se arhitektonska idejna studija ponajprije razrađuje pomoću fizičkih modela izrađenih na temelju osnovnih skica. Unaprijed zadovoljavajući zakonitosti prirode, oni osiguravaju idealnu predodžbu njihove često zamršene prostorne geometrije te čine osnovu na temelju koje će inženjer konstruktor u sljedećoj etapi procesa, uz pomoć računala, strukturi dati optimalan oblik. Kako bi model mogao biti podloga za grafičku ili računalnu vizualizaciju, odnosno da bi mogao biti početna aproksimacija na temelju koje će se numeričkom analizom provesti optimalizacija konstrukcije, nužno je da se njegov oblik snimi. Uobičajena geodetska metoda – klasična fotogrametrija, složen je i skup postupak.

Osnovni je cilj ovog istraživanja razviti primjenu jednoga od suvremenih topometrijskih postupaka prikladnih za trodimenzionalno snimanje oblika arhitektonskih modela. Također se nastojala ispitati upotrebljivost postupka kao metode aproksimacije za daljnju nelinearnu numeričku fazu postupka određivanja oblika visećih konstrukcija.

Kriteriji razrade postupka jesu:

- mogućnost primjene postupka na tradicionalne arhitektonske modele jednostavne izrade
- automatiziranost postupka koja omogućuje izravnu upotrebu digitalnih rezultata za računalnu vizualizaciju (CAD) te numeričku analizu (FEM)
- kvaliteta aproksimacije oblika.

Takav bi postupak omogućio širu upotrebu modela u arhitektonskoj praksi, omogućujući njihovu jednostavnu računalnu vizualizaciju. Za viseće konstrukcije značio bi visok stupanj integracije pojedinih etapa procesa projektiranja, što se u novije vrijeme u literaturi često ističe kao temeljna zadaća¹. Prije opisa tijeka istraživanja, radi lakšeg razumijevanja bit će prikazane osnove problematike pronalaženja oblika visećih konstrukcija.

1.1. Konstrukcije od užadi

Detaljno promatrajući prirodu oko sebe, primijetiti ćemo raznolikost i bogatstvo njezinih oblika. Galaksije, kristali, oblaci i valovi, zajedno sa životinjama i biljkama, svoj oblik duguju zajedničkim zakonima prirode. Oni nastaju u procesu samooblikovanja, nepomućenoga ljudskim djelovanjem, pri čemu i najsitnija promjena uvjeta može značiti potpuno različit oblik. Pripadajući zakone prirode kao univerzalne i nepromjenjive, oblik prirodne strukture nastale samooblikovanjem zadan je njezinom okolinom, odnosno tzv. rubnim uvjetima.

Ta je pojava potaknula uspostavu veze između prirode i tehnike razvojem konstrukcija koje odlikuje proces samooblikovanja. Ako se konstrukcija izradi od gipkog materijala (užadi, tkanine) koji ne može prenijeti tlačne sile ni momente savijanja, ona će pod

¹ Veron, P., Leon, J.-C., Trompette, P. (1995), *Design of Textile Structures and Integrated Approach*, "Euro-mech" 334: 374-386, Lyon.

opterećenjem zauzeti položaj koji zadovoljava statičke uvjete ravnoteže. Njezin će oblik ovisiti isključivo o rubnim uvjetima. Time projektant, mijenjajući rubne uvjete, kreira oblik na isti način kao što lutkar, pomičući konce, upravlja marionetom.

Zadavanjem samo nekih od rubnih uvjeta (npr. samo geometrijske), dobiva se niz rješenja koja zadovoljavaju te uvjete. Odabir rješenja koje će nas zadovoljiti zadatak je procesa određivanja oblika (*formfinding*). Zahvaljujući malim dimenzijama elemenata te maloj masi konstrukcije po jedinici površine koju pokrivaju, pripadaju "lakim" konstrukcijama. To ih čini vrlo pogodnima za natkrivanje velikih raspona kao što su stadioni, športske dvorane ili izložbeni paviljoni, što dokazuju i recentne realizacije takvih konstrukcija. U tehnološkom smislu izvedba je brza i svodi se na montažu tvornički prefabriciranih elemenata, što uz malu težinu te konstrukcije čini gotovo jedinstveno mobilnima. Zato su i česti primjeri uporabe tih konstrukcija za privremene namjene, npr. za nadstrešnice nad pozornicama u prirodi.

1.2. Određivanje oblika konstrukcija od užadi (kablova)

Određivanje oblika konstrukcija od užadi definirano je² kao postupak pronalaženja ravnotežnog oblika koji:

- zadovoljava arhitekta i njegov funkcionalno-estetski koncept
- zadovoljava inženjera time što se može izvesti
- može se prilagoditi stvarnim potrebama zahvaljujući mogućnosti određivanja kroja (*cutting pattern*).

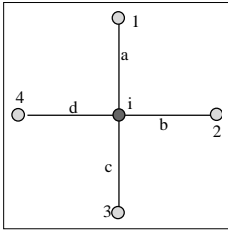
Na temelju arhitektove zamisli stručnjak obično započinje postupak zadavanjem geometrijskih rubnih uvjeta, odnosno rasporeda kablova te točaka u kojima su oni usidreni. Složenost postupka proizlazi iz činjenice da postoji više rješenja koja zadovoljavaju tako zadane rubne uvjete. Naime, konačni oblik mreže određen je trima koordinatama: x , y , z svakog čvora u kojemu se sijeku dva kabla, što ukupno čini $3n$ nepoznanica, pri čemu je n broj slobodnih čvorova. Za svaki se čvor mogu napisati tri uvjeta ravnoteže u kojima se kao nepoznanice pojavljuju još i sile u pripadajućim štapovima. Konačno se dobiva sustav od $3n$ jednadžbi s $3n+m$ nepoznanica (ako je m ukupni broj elemenata mreže) čije rješenje nije jednoznačno. Da bi sustav postao rješiv, potrebno je dodatno uvesti neke pretpostavke i ograničenja koja će dovesti do jedinstvenog rješenja, ali i uvjetovati oblik konstrukcije. Ako se pretpostavi jednolika sila u svim elementima mreže, sustav postaje rješiv, a konstrukcija poprima oblik minimalne mreže. Ako takav oblik ne zadovoljava, mogu se zadati odnosno varirati i drukčije pretpostavke, npr.³:

- različite sile prednaprezanja
- unutarnja geometrija mreže, odnosno udaljenosti među čvorovima ili smjer kablova
- veličina projekcija na ravninu xy
- odnos sile i duljine pojedinih elemenata.

Kasnije je potrebno ispitati zadovoljava li oblik dobiven jednim od tih ograničenja zahtjeve arhitekta i inženjera konstruktora te ako je potrebno, postupak ponoviti, što zajedno čini proces optimalizacije konstrukcije. Ako se do zadovoljavajućeg rješenja ne može doći, može se pribjeći i promjeni geometrije rubova.

² Linkwitz, K. (1976), *Combined Use of Computation Techniques and Models for the Process of Form-finding for Prestressed Nets, Grid Shells and Membranes*, Internationales Symposium Weitgespannte Flächentragwerke, 3: 84-100, Stuttgart.

³ Leonhardt, F., Schlaich, J. (1972), *Vorgespannte Seilnetzkonstruktionen - Das Olympiastadion in München*, "Der Stahlbau", 9: 257-266.



SL. 1. Promatrani čvor mreže kablova

Izradio • Made by Z. Jecić

FG. 1. Knot of cable network under observation

1.3. Minimalne mreže

Već je spomenuto da jedno od ograničenja kojim se postiže jedinstveno rješenje oblika mreže kablova može biti pretpostavka da su sile u svim kablovima jednake. Takvo rješenje ima brojne prednosti. Ono je ekonomično jer je nosivost presjeka kablova posvuda u potpunosti iskorištena. Kako se tijekom izvedbe jednolikim prednapinjanjem kablovi sami pomiču u ravnotežni položaj pa se tek naknadno međusobno pričvršćuju u čvorovima, tehnološke su odlike tog rješenja još povoljnije.

Zadano ograničenje vodi obliku koji se naziva minimalnom (geodetskom) mrežom. Ono se u fizikalnom smislu definira položajem koji zauzmu kablovi opterećeni na svojim krajevima jednakim teretima, pri čemu se zajedničko težište tereta spusti u najniži položaj. U takvim će uvjetima ukupna duljina svih kablova biti najmanja.

Da bi se oblik minimalne mreže matematički odredio, promatraju se čvorovi u kojima se sijeku kablovi (sl. 1). Za svaki od i -tih čvorova mogu se napisati statički uvjeti ravnoteže. Kako se pri određivanju oblika konstrukcije pretpostavlja da na nju ne djeluje opterećenje, one glase⁴:

$$\sum_{j=1}^4 \frac{(x_i - x_j)}{\sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2}} S_{ij} = 0 \quad \dots (1.3.1)$$

$$\sum_{j=1}^4 \frac{(y_i - y_j)}{\sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2}} S_{ij} = 0 \quad \dots (1.3.2)$$

$$\sum_{j=1}^4 \frac{(z_i - z_j)}{\sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2}} S_{ij} = 0 \quad \dots (1.3.3)$$

Uz pretpostavku da su sile u kablovima S_{ij} konstantne one iz izraza 1.3.1 – 1.3.3. iščezavaju.

Oblik minimalne mreže definira se određivanjem koordinata svih čvorova mreže pomoću izraza 1.3.1. do 1.3.3. Ti izrazi čine sustav nelinearnih jednadžbi koji se rješava jednom od poznatih numeričkih metoda, npr. *Newton-Raphsonovom metodom*. Nepoznanice se ne mogu izračunati izravno, već se na temelju pretpostavljenoga aproksimativnog rješenja (početno rješenje) aloritam iterativnim postupkom približava konačnom rješenju.

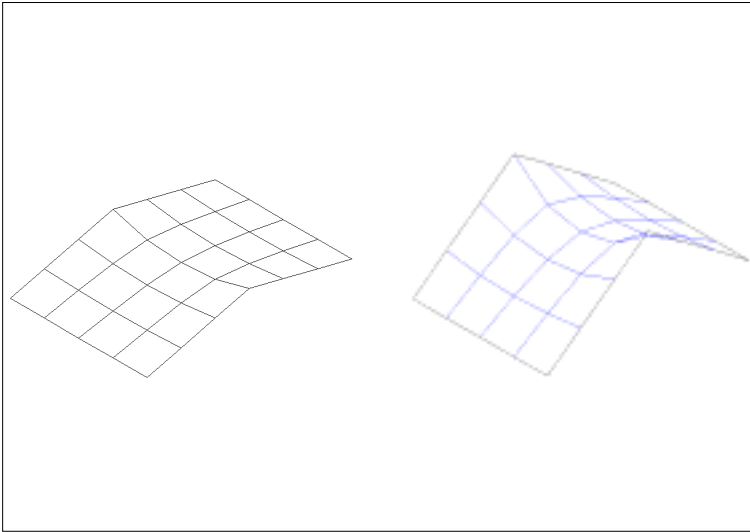
1.4. Konvencionalne aproksimacijske metode

Metode kojima se dobivaju početna rješenja za numeričko određivanje oblika minimalnih mreža moraju zadovoljiti zahtjeve jednostavnosti i brzine postupka, a pritom dati rezultate bliske konačnima kako bi kasniji numerički postupak rješavanja nelinearnih jednadžbi što brže konvergirao.

Uobičajeni matematički postupak je tzv. *metoda sila*⁵. Njegova je

4 Dvornik, J., Lazarević D. (1995), *Prednapregnute gipke konstrukcije od užadi i tkanine*, "Građevinar" 47/ 4: 185-199, Zagreb.

5 Schek, H.-J., Gründig, L., Steidler F. (1976), *Matematishe Methoden der Netzberechnung und Begründung des Kraftdichtenansatzes*, Internationales Symposium Weitgespannte Flächentragwerke, 1: 3.8, Stuttgart.



SL. 2. Varijanta 1. (lijevo), varijanta 2. (desno)

Izradio • Made by
Z. Jecić

FG. 2. Variant 1 (left), variant 2 (right)

osnovna zamisao da se jednađžbe ravnoteže 1.3.1–1.3.3. lineariziraju. To se postiže uvođenjem omjera (gustoće sile):

$$q_{ij} = \frac{S_{ij}}{l_{ij}} \quad \dots (1.4.1)$$

koje se uvrste u jednađžbe ravnoteže. Time se dobivaju tri neovisna sustava čija se rješenja lako nalaze ako se kao početna pretpostavka uzme da su vrijednosti q_{ij} konstantne. Tako dobivena rješenja za jednostavne su slučajeve dobra aproksimacija.

U pojedinim primjerima ta rješenja ne zadovoljavaju pa se iz dobivenih rezultata računaju nove vrijednosti q_{ij} prema (1.4.1). Time se dobivaju točniji, "popravljeni" rezultati, a postupak se može ponoviti u više iteracija.

2. Aproksimacija oblika minimalne mreže

2.1. Zadatak

Za istraživanje mogućnosti eksperimentalnog određivanja približnog oblika minimalne mreže odabran je zadatak jednostavne geometrije rubova. Nad tlocrtom 24 x 16 m trebalo je razapeti mrežu s kablovima usidrenima na svakih 4 m tlocrta. Rubovi duljih stranica na svojoj su sredini u 1. varijanti uzdignuti 3m, a u 2. varijanti 9 m (sl. 2). Konačni oblik konstrukcije pretpostavljen je kao minimalna mreža.

Kako bi se omogućila valorizacija eksperimentalnih rezultata, konačni je oblik konstrukcije početno numerički proračunan na temelju prethodnih rezultata konvencionalne metode sila koji su popravljeni u jednoj iteraciji.

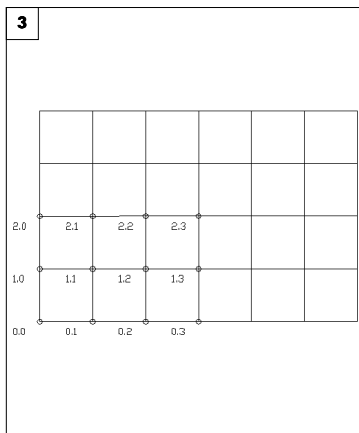
2.2. Približni oblik određen metodom sila

Približni se oblik metodom sila određuje prema izrazima 1.3.1–1.3.3, 1.4.1. U tu je svrhu zbog praktičnih razloga primijenjena numeracija čvorova s dvostrukim indeksima prema slici 3. S obzirom

SL. 3. Numeracija čvorova

Izradio • Made by
Z. Jecić

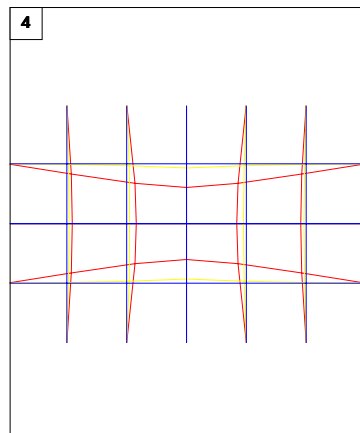
FG. 3. Numeration of knots



SL. 4. Položaj kablova u tlocrtu

Izradio • Made by
Z. Jecić

FG. 4. Position of cables in the ground plan



na to da struktura ima dvije ravnine simetrije, broj promatranih čvorova čini četvrtinu ukupnoga. Početna vrijednost gustoće sile određena je kao konstantna za sve elemente konstrukcije, odnosno:

$$q_{ij} = \text{const.} = 0,25.$$

Zbog tog uvjeta mreža je u projekciji na ravninu *xy* ortogonalna. Preostaje samo da se odrede *z* koordinate promatranih čvorova, što za šest slobodnih čvorova daje sustav od šest jednažbi. Rezultati su prikazani u tablicama I. i II.

Kako bi rezultati bili što bliži konačnom obliku minimalne mreže, rezultati dobiveni metodom sila popravljani su u jednoj iteraciji. Za svaki je element mreže izračunana nova, pripadajuća gustoća sile q_{ij} . Ona je određena na temelju duljine elementa l_{ij} , uz pretpostavku da je $S_{ij} = \text{const.} = 1,00$.

Zbog simetrije unaprijed su poznate koordinate slobodnih čvorova 1,3 i 2,3 po *x*-u, te čvorova 2.1, 2.2. i 2.3. po *y*-u. Popravljeni rezultati također su prikazani u tablicama I. i II. Odstupanje tih rezultata od početnih prikazuje slika 4.

2.3. Konačni računski oblik minimalne mreže

Konačni oblik minimalne mreže određen je primjenom izraza 1.3.1 –1.3.3. Kako i u ovom primjeru zbog simetrije pojedine nepoznane otpadaju, trebalo je riješiti sustav od 13 nelinearnih jednažbi s 13 nepoznanica, čime se u cijelosti definira geometrija minimalne mreže. Sustav je riješen numerički uz pomoć programskog paketa *Mathematica*®, čiji je algoritam utemeljen na Newtonovoj metodi iteracije. Kao početni rezultati u blizini kojih računalo počinje tražiti konačna rješenja uvrštene su koordinate čvorova dobivene popravljenom iteracijom metode sila. Konačne koordinate slobodnih čvorova minimalne mreže prikazane su u tablicama I. i II. te na slici 4.

Iz rezultata je vidljivo da koordinate istih čvorova dobivene u pojedinim etapama procesa znatnije odstupaju u 2. varijanti, što je posljedica veće zakrivljenosti. Zato je za eksperimentalnu fazu istraživanja odabrana ta varijanta, kako bi se osigurala vjerodostojnost.

Var. 1. Čvor	X_{ij}			Y_{ij}			Z_{ij}		
	m. sila	pop. rez	min. mreža	m. sila	pop. rez	min. mreža	m. sila	pop. rez	min. mreža
0,0			0,000			0,000			0,000
0,1			4,000			0,000			1,000
0,2			8,000			0,000			2,000
0,3			12,000			0,000			3,000
1,0			0,000						0,000
1,1	4,000	4,015	4,033	4,000	4,005	4,092	0,819	0,821	0,815
1,2	8,000	8,020	8,062	4,000	4,018	4,180	1,526	1,526	1,510
1,3			12,000	4,000	4,041	4,241	1,923	1,914	1,880
2,0			0,000			8,000			0,000
2,1	4,000	4,019	4,044			8,000	0,750	0,753	0,750
2,2	8,000	8,024	8,078			8,000	1,361	1,362	1,356
2,3			12,000			8,000	1,642	1,638	1,624

Var. 2. Čvor	X_{ij}			Y_{ij}			Z_{ij}		
	m. sila	pop. rez	min. mreža	m. sila	pop. rez	min. mreža	m. sila	pop. rez	min. mreža
0,0			0,000			0,000			0,000
0,1			4,000			0,000			3,000
0,2			8,000			0,000			6,000
0,3			12,000			0,000			9,000
1,0			0,000						0,000
1,1	4,000	4,107	4,294	4,000	4,041	4,694	2,457	2,507	2,411
1,2	8,000	8,152	8,556	4,000	4,136	5,310	4,577	4,586	4,305
1,3			12,000	4,000	4,289	5,609	5,770	5,593	5,023
2,0			0,000			8,000			0,000
2,1	4,000	4,140	4,358			8,000	2,249	2,317	2,273
2,2	8,000	8,183	8,637			8,000	4,083	4,122	4,024
2,3			12,000			8,000	4,926	4,858	4,608

3. Eksperimentalno određivanje približnog oblika

3.1. Osnovne pretpostavke

Odabir vrste modela i tehnologije njegove izrade te odabir mjerne postupka uvjetovale su sljedeće osnovne pretpostavke:

1. izrada modela mora biti jednostavna, od lako dostupnog materijala i u cjelini ekonomična,
2. metoda izrade modela, kao i postupak mjerenja, mora osigurati da rezultati dovoljno točno aproksimiraju oblik za daljnju numeričku analizu,
3. proces mora biti što automatiziraniji, a da pritom bude osigurana kompatibilnost podataka pri razmjeni u raznim etapama postupka.

3.2. Modeli

Kako je osnovni cilj istraživanja dokazati upotrebljivost modela kakvi se rabe u početnoj fazi arhitektonskog projektiranja, odabrani su oni koji se mogu izraditi u vrlo kratkom vremenu te s

TABL. I. Varijanta 1.

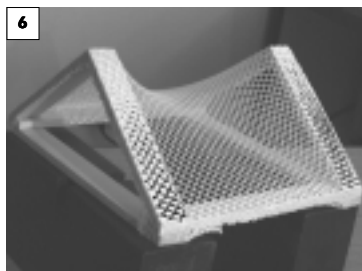
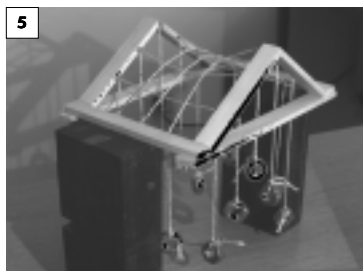
Sastavio • Made by
Z. Jecić

TABLE I. Variant 1

TABL. II. Varijanta 2.

Sastavio • Made by
Z. Jecić

TABLE II. Variant 2

SL. 5. Model 1.**FG. 5. Model 1****SL. 6. Model 2.****FG. 6. Model 2**

najmanje laboratorijske opreme. Kako bi rezultati zadovoljili, nužno je da oni budu izrađeni u skladu s nužnim postulatima modelske sličnosti, pri čemu mora biti osigurana geometrijska sličnost. Kako se u procesu pronalaženja oblika ne promatra vanjsko opterećenje, preostaju samo sile prednapreznja, čiji međusobni omjeri unutar modela moraju odgovarati projektiranima. Ako je očekivani ishod minimalna mreža, sile prednapreznja moraju biti jednake, a modeli takvi da osiguraju njihovu jednoličnu raspodjelu po elementima.

Na konkretnom su zadatku ispitane dvije inačice modela. U obje je geometriju rubova podržavao drveni okvir izrađen od letvica 15/3 mm u mjerilu 1:1.6, s odstupanjima od $\pm 1,5\%$.

Model 1. (sl. 5) najbliži je stvarnoj konstrukciji te odražava fizikalno načelo minimalne mreže. Prema projektiranom rasteru, na okvir su slobodno ovještene niti konca približne debljine 1mm, na krajevima opterećene utezima jednake težine. U idealnim uvjetima takvo bi stanje nužno trebalo dovesti do oblika minimalne mreže uz pretpostavku da niti mogu slobodno međusobno klizati bez trenja. Kako ovo nije bilo moguće ostvariti, došlo je do odstupanja od idealiziranog oblika, što pokazuju i konačni rezultati.

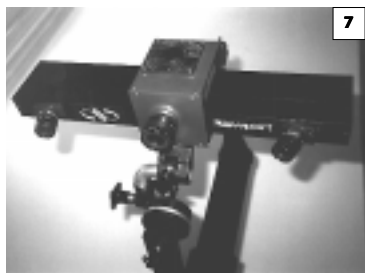
Model 2. (sl. 6) izrađen je napinjanjem elastične mrežaste tkanine preko okvira. Time se izravno ne simulira minimalna mreža. Oblik koji se dobiva zapravo je gusto diskretizirana ploha. Vizualnom kontrolom ujednačenosti veličine okana nastojalo se uvesti jednoliko prednapreznje i ostvariti oblik jednakih vrijednosti unutarnjih sila. Takvo stanje odgovara minimalnoj plohi. Kao što je u prethodnom odjeljku rečeno, iako različitoga fizikalnog karaktera, minimalna ploha u većini slučajeva dobro aproksimira minimalnu mrežu (i obratno)⁶.

S obzirom na to da je izrada modela od elastične tkanine mnogo jednostavnija od končastih, ta vrsta modela bolje odgovara osnovnim pretpostavkama.

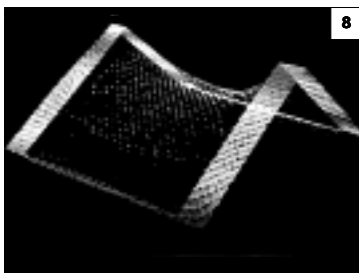
3.3. Mjerni postupak

Osnovna je pretpostavka da mjerni postupak bude jednostavan za rukovanje i brz te da rezultate daje u digitaliziranom obliku pogodnome za daljnju obradu. Te su pretpostavke upućivale na optičku, nekontaktnu metodu, pri kojoj je proces snimanja trodimenzionalnih karakteristika objekta digitaliziran. Stoga je izabran topometrijski postupak uporabom mjernog sustava ATOS (*Advanced Topometric Sensor*) proizvođača GOM-a (sl. 7). Riječ je o uređaju najnovije generacije koji se sastoji od glavnoga mjernog instrumenta koji čine dvije CCD kamere i projektor, uređaja za analogno-digitalnu konverziju te pripadajućeg softvera. Za razliku od sličnih stereofotogrametrijskih uređaja, u kojih je nužno

⁶ Mollaert, M. (1995), *The Design of Textile Structures*, "Euromech" 334: 296-310, Lyon.



7



8

SL 7. Mjerni uređaj
ATOS

FG. 7. ATOS measuring
equipment

SL 8. Oblak

FG. 8. Cloud



10



11

SL 10. Reducirani broj
točaka

FG. 10. Reduced number
of points

SL 11. Dva susjedna
čvora mreže

FG. 11. Two neighbour-
ing knots in the network

određivanje mjernih točaka na snimanom objektu, taj se sustav temelji na izmijenjenim načelima. Na mjerni se objekt automatski projicira 12 različitih rastera, čime se dvjema kamerama snime 24 slike iz kojih računalo nakon digitalizacije određuje trodimenzionalne koordinate svake od 439 296 točaka (piksela) kamere. Time se dobiva tzv. oblak točaka koje predočuju oblik modela (sl. 8). Zahvaljujući automatiziranoj kalibraciji, pogreška pri standardnoj veličini mjernog objekta iznosi $\pm 0,025$ mm.

Postupak snimanja modela prilično je jednostavan. Nakon kalibracije kamere (sl. 9) model se umeće u vidno polje kamera, što se istodobno prati na zaslonu računala te se korigira osvjetljenje objekta. Pokretanjem postupka mjerenja računalo, upravljajući kamerama i projektorom, prikuplja digitalizirane slike te ih obrađuje u konačni rezultat. On je prikazan na ekranu u obliku trodimenzionalne slike, a zapisan je kao tekstualna datoteka s koordinatama točaka. Tako dobiveni podaci mogu se rabiti za daljnju obradu nekim od programskih paketa CAD ili FEM.

Broj mjernih točaka za 1. model iznosio je 32 432, a za 2. model 48 618, dok je nakon redukcije (sl. 10) mjerni dio objekta smanjen na 364, odnosno 3 181. Za 1. model tražile su se koordinate točaka u kojima se sijeku po dvije niti, a izbor je proveden izravno, uporabom sistemskog softvera (sl. 11). Kako bi se eksperimentalni rezultati mogli uspoređivati, nužno ih je bilo transformirati u mjerilo i referentni koordinatni sustav računskog modela. Uobičajena matematička metoda putem matrice transformacije pojednostavnjena je primjenom programskog paketa AutoCAD®. Za tu svrhu upotrijebljene izmjerene koordinate triju točaka, koje su uspoređene s odgovarajućim koordinatama računskog modela. Rezultat je prikazan na slici 13.

Problem pri odabiru točaka modela 2. bila je činjenica da se sjecišta projektiranih kablova na plohi nisu mogla predvidjeti. Moguće je bilo odrediti samo koordinate Z točaka koje u ravnini xy čine ortogonalni raster, što je ekvivalentno početnim rezultati-

SL 9. Kalibracija
sustava

FG. 9. System calibra-
tion



ma metode sila. Kako mrežasta tkanina ne čini kontinuiranu plohu, mjestimično su se pojavila odstupanja od ortogonalnog rastera u maksimalnoj vrijednosti polovice oka mreže, znači $\pm 1,2$ mm. Da bi se odredile točke, najprije je napravljena konverzija računskoga koordinatnog sustava već prikazanim postupkom te zatim odabrale točke čije su koordinate X i Y bile najbliže onima ortogonalnog rastera.

Za usporedbu oblika što ga daje model od mrežaste tkanine i minimalne mreže naknadno su očitane koordinate točaka koje se nalaze u blizini čvorova minimalne mreže.

3.4. Rezultati

Koordinate čvorova dobivene mjerenjem modela 1. i 2. prikazane su u tablici IV. zajedno s matematički dobivenim rezultatima. Kako je najveća devijacija rezultata zabilježena u smjeru elemenata mreže od čvora 0,3 preko 1,3 do čvora 2,3, njihov je položaj prikazan simultano u projekciji na ravninu yz (sl. 13). Budući da je konačni cilj metodama aproksimacije dobiti što bliži oblik minimalne mreže, za usporedbu rezultata dobivenih pojedinim metodama izračunan je pad prednapona u elementu 1,3–2,3 u odnosu prema jediničnome u elementu 0,3–1,3 (tabl. III.).

TABL. III. Pad prednapona pri pojedinim metodama

Sastavio • Made by Z. Jecić

TABLE III. Decrease of prestressing force in particular methods

Štap	Metoda sila	Pop. rez.	Model 1.	Model 2.	Min. mreža
1,3-2,3	0,7952	0,8683	0,9015	0,7892	1,0001

Kako rezultati pokazuju, najbliža aproksimacija minimalne mreže dobivena je mjerenjem modela 1, a mogla bi se računski dosegnuti samo višekratnim ponavljanjem postupka metode sila. Ipak, dobivena mreža pokazuje znatnije lokalne nepravilnosti, što je posljedica nemogućnosti da se ukloni trenje među nitima. Uporabom pogodnijeg materijala, npr. vrlo fleksibilne žice, te podmazivanjem, uz prethodno vibriranje te veću masu utega, sigurno se može postići oblik vrlo sličan minimalnoj mreži.

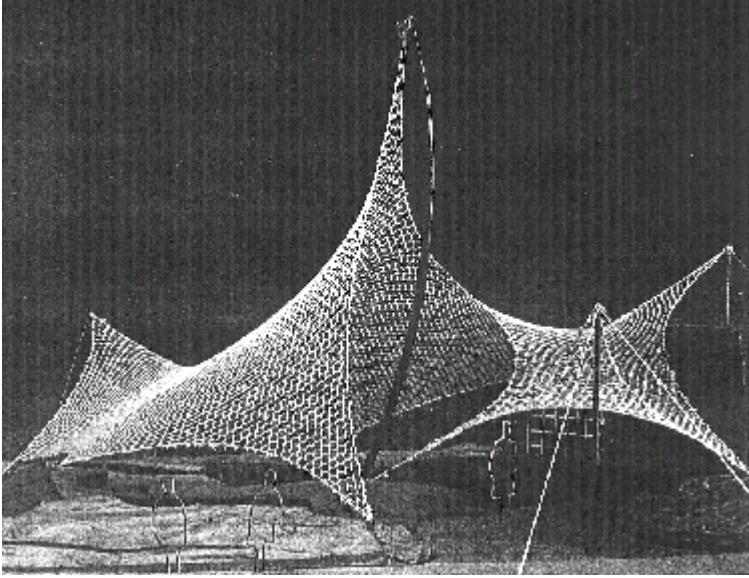
Postupkom mjerenja modela 2. dobiveni su malo slabiji aproksimativni rezultati nego što ih daje metoda sila. Glavni je uzrok tome nemogućnost točnijeg određivanja referentnih točaka. Izuzevši tu činjenicu, model 2. vrlo dobro aproksimira minimalnu mrežu, što proizlazi iz prikaza odstupanja plohe od mreže u smjeru osi z u pojedinim čvorovima (sl. 14). Točniji rezultati mogli bi se postići tkaninom sitnijih okana. Bolja kontrola jednolikosti prednapinjanja također bi se postigla s tkaninom šesterokutnih okana.

TABL. III. Usporedni prikaz eksperimentalnih rezultata

Sastavio • Made by Z. Jecić

TABLE III. Parallel presentation of experimental results

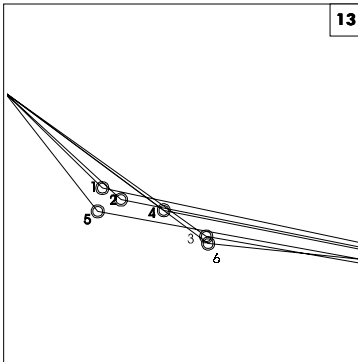
Var. 2. Čvor	X_{ij}			Y_{ij}			Z_{ij}		
	Model 1.	Model 2.	Min. mreža	Model 1.	Model 2.	Min. mreža	Model 1.	Model 2.	Min. mreža
1,1	4,4175	4,0043	4,294	4,3801	3,9977	4,694	2,4637	2,5136	2,411
1,2	8,7238	8,1501	8,556	4,9227	3,9787	5,310	4,4862	4,6267	4,305
1,3	12,1201	12,1976	12,000	4,9519	3,9287	5,609	5,4280	5,4119	5,023
2,1	4,5079	3,8888	4,358	8,0331	7,9915	8,000	2,3958	2,2618	2,273
2,2	8,8727	7,9404	8,637	8,0359	7,9024	8,000	4,1453	4,0647	4,024
2,3	12,1843	11,7474	12,000	7,9797	8,0151	8,000	4,8287	4,6702	4,608



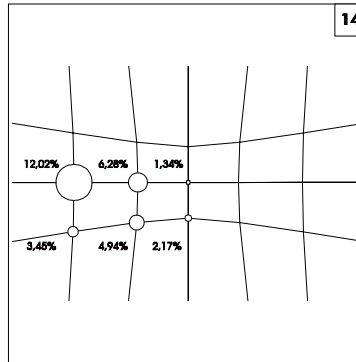
SL. 14. Jednostavni fizički model visećeg krova

Izvor • Source
Gaß, S.: Experimente IL 25, Institut für leicht Flächen-tragwerke, Stuttgart, 1990.

FG. 14. Simple physical model of a tensile structure



13



14

SL. 13. Usporedni karikirani prikaz rezultata

1 metoda sila
2 popravljani rezultati
3 minimalna mreža
4 model 1.
5 model 2.
6 model 2. u blizini min. mreže

FG. 13. Parallel caricature presentation of results

SL. 14. Odstupanja plohe modela 2.

FG. 14. Deviation of Model 2 surface

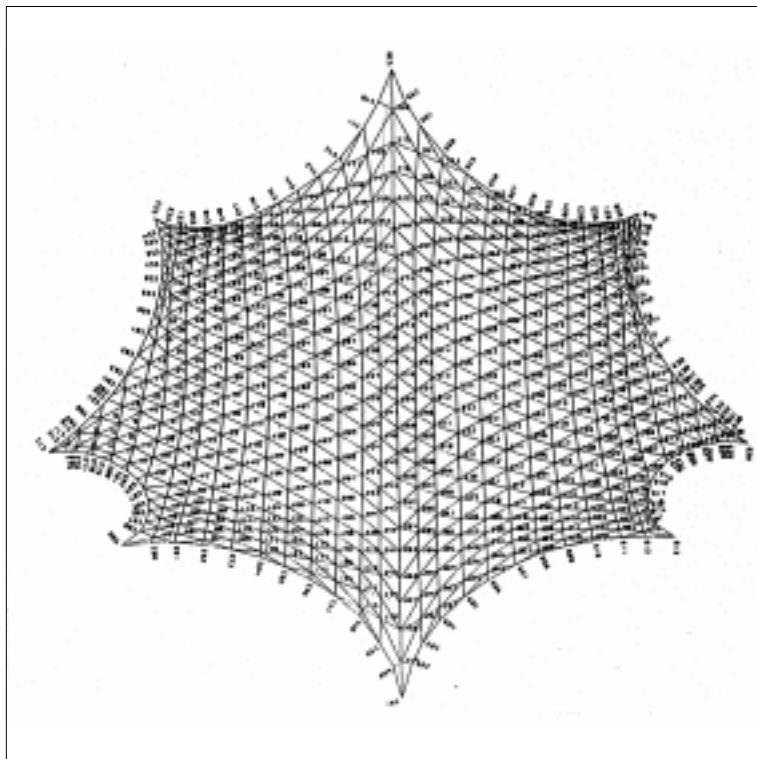
3.5. Zaključak

Rezultati dobiveni svim metodama u ovom su konkretnom primjeru dali dovoljno dobru aproksimaciju te je numerički postupak određivanja minimalne mreže relativno brzo konvergirao uz neznatna odstupanja. To upućuje na zaključak da se modeli izrađeni od mrežaste tkanine u fazi razrade arhitektonske ideje mogu primijeniti za kasniju numeričku analizu. Pri vrlo velikim zakrivljenostima ploha može se očekivati potreba izrade preciznijih modela, odnosno mogu se uporabiti končasti modeli, ali njihova je ekonomičnost upitna. S obzirom na to da je cijeli postupak eksperimentalne aproksimacije jednostavan i brz, dokazana je mogućnost učinkovite integracije arhitektonskog segmenta u cjeloviti proces određivanja oblika i optimalizacije gipkih konstrukcija. Također je potvrđena mogućnost primjene postupka za računalnu vizualizaciju u svim područjima arhitekture u kojima se oblik građevine određuje

SL. 15. Komjuterski model visećeg krova za analizu metodom konačnih elemenata

Izvor • Source
SFB 64, Abschlußbericht
Teilprojekt F1, 1984.

FG. 15. Computer model for FEM calculationa



Literatura • Bibliography

1. **Dvornik, J., Lazarević D.** (1995), *Prednapregnute gipke konstrukcije od užadi i tkanine*, "Građevinar" 47/4: 185-199, Zagreb
2. **Leonhardt, F., Schlaich, J.** (1972), *Vorgespannte Seilnetzkonstruktionen - Das Olympiadaach in München*, "Der Stahlbau", 9: 257-266.
3. **Linkwitz, K.** (1976), *Combined Use of Computation Techniques and Models for the Process of Formfinding for Prestressed Nets, Grid Shells and Membranes*, Internationales Symposium Weitgespannte Flächentragwerke, 3: 84-100, Stuttgart
4. **Mollaert, M.** (1995), *The Design of Textile Structures*, "Euro-mech" 334: 296-310, Lyon
5. **Schek, H.-J., Gründig, L., Steidler F.** (1976), *Matematische Methoden der Netzberechnung und Begründung des Kraftdichtenansatzes*, Internationales Symposium Weitgespannte Flächentragwerke, 1: 3.8, Stuttgart
6. **Veron, P., Leon, J-C., Trompette, P.** (1995), *Design of Textile Structures and Integrated Approach*, "Euromech" 334: 374-386, Lyon

Summary • Sažetak**Using Models to Design Suspension Structures**

Architects must sometimes use physical models to analyze and define the shape of a building, part of a building or its structure. This is necessary when the spatial geometry of the designed object is very complex or is the result of certain physical laws. The shape determined by a model can be directly used for spatial presentation, it can be a foundation for further graphical or computerized visualization, or be the initial approximation of statistical analysis that will optimize the structure. In each of these cases it is necessary for the shape of the model to be surveyed, i.e. described with a set of data that can be directly used in further stages of designing. Classical geodesic methods of 3-D model surveying (e.g. photogrammetry) have drawbacks in the case of complex and expensive procedures. Suspension structures are one of the major problems for which models are necessarily used to define the initial shape of the structure. The textile membrane, i.e. the network of cables, will seek to comply with static equilibrium conditions and acquire a shape determined by the character and geometry of boundary conditions. Formfinding is based on physical and mathematical formulations. The architect who does not have this knowledge must rely on models which, as physical structures, behave similarly to real structures and are thus an excellent approximation for actual forms. The basic purpose of this paper is to develop a modern topometric procedure for surveying a 3-D model of suspension structures, and to investigate possibilities of using the results for further numerical analysis. The procedure was studied on the simple example of a minimal network. For that purpose two simple models were made, one of elastic fabric, the other a network of threads equally burdened at the ends. The highly automated topometrical measuring equipment ATOS, which gives the model's very precise spatial geometry in digitized form, was used to survey the forms. The quality of form approximation using models was tested by comparison with numerically calculated ideal results. Deviations were on the level of those originating from numerical methods of approximation. This confirms the great possibilities of using this method for designing suspension structures, and its advantage over traditional methods. The free flow of data between particular stages in the process gives a high degree of integration which makes designing easier and more economical.

Zdenko Jecić

PROSTOR

ISSN 1330-0652
CODEN PORREV
UDK • UDC 71/72

GOD. • VOL. 5(1997)
BR. • NO. 1(13)
STR. • PAG. 1-200
ZAGREB, 1997.

siječanj - lipanj • January - June

Z. Jecić: Oblikovanje visećih ...

Pag. 83-96