

UDK 528.541:528.024:006.44:681.783.322  
Pregledni znanstveni članak / Review

# Umjeravanje preciznih nivelmanskih letvi

Sergej BARIČEVIĆ, Đuro BARKOVIĆ, Mladen ZRINJSKI<sup>1</sup>

*SAŽETAK.* U ovom radu je opisana metoda geometrijskog nivelmana s posebnim fokusom na nivelman visoke točnosti i precizne nivelmanske letve. Navedeni su i objašnjeni utjecaji nesavršenosti preciznih nivelmanskih letvi na mjerena u nivelmanu visoke točnosti, kao i metode modeliranja, minimiziranja i eliminacije sustavnih pogrešaka letvi. Također su opisani pojma i proces umjeravanja preciznih nivelmanskih letvi te razvoj metoda i komparatora za umjeravanje s fokusom na komparatore s integriranim CCD kamerom. Pobliže je opisan komparator Laboratorijskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu, te je prezentiran plan njegova osuvremenjivanja razvojem nove metode umjeravanja geodetskih linearnih mjerila integriranjem CCD kamere.

*Ključne riječi:* geometrijski nivelman, precizna nivelmanska letva, umjeravanje, komparator, CCD kamera.

## 1. Uvod

Prvi problemi usklađivanja jedinica mjere pojavili su se s trgovinskom razmjrenom između različitih zajednica koje su uživale djelomičnu ili potpunu samostalnost i neovisnost (gradovi, grofovije, kraljevine, države). Naime, svaka je zajednica imala svoj sustav mjera, a najčešće su bili razvijeni oni za masu i duljinu jer su bili najpotrebniji za trgovinu. Iako su često te mjere bile istog ili sličnog naziva, nisu se podudarale s definicijom jedinične veličine. Jedna od takvih starih jedinica, osnovana na prirodnoj mjeri duljine ljudske ruke od laktu do vrha prstiju nazivala se lakat. U Europi u srednjem vijeku su se rabili laktovi duljine od 40 do 80 cm. Tako su se na današnjem području Hrvatske mogli naći, kao najpoznatiji, *dubrovački lakat* (51,2 cm), zatim *lakat hrvatskoga*

<sup>1</sup> Sergej Baričević, mag. ing. geod. et geoinf., Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Kačićeva 26, HR-10000 Zagreb, Hrvatska, e-mail: sergej.barićević@geof.unizg.hr

Prof. dr. sc. Đuro Barković, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Kačićeva 26, HR-10000 Zagreb, Hrvatska, e-mail: djuro.barkovic@geof.unizg.hr

Prof. dr. sc. Mladen Zrinjski, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Kačićeva 26, HR-10000 Zagreb, Hrvatska, e-mail: mladen.zrinjski@geof.unizg.hr

*primorja* (58,4 cm), *riječki lakat* (63,1 cm za svilu, a 68,5 cm za ostale tkanine), *njemački lakat* (77,8 cm), *venecijanski lakat* (dulji od 66,7 do 68,6 cm i kraći od 62,5 do 63,9 cm) i *turski laktovi* (graditeljski oko 75 cm, trgovacki oko 68 cm i krojački oko 65 cm) (URL 1). Iz navedenog se vidi kakva je zbrka mogla nastati prilikom razmjene dobara između različitih zajednica. Dalnjim razvojem civilizacije i sve opsežnije razmjene, došlo je do potrebe definiranja međunarodnih jedinica za mjere, a među njima i jedinice za duljinu. Nakon gotovo čitavog stoljeća mjerjenja i rasprava, 1799. godine Francuska je prihvatala etalon metra temeljem kojeg su još definirane jedinice mase i obujma (URL 2). Razvojem tehnologije mijenjala se definicija mjernih jedinica te se i danas radi na razvoju čim stabilnije definicije etalona jedinice mjere. Kroz 19. stoljeće velika je većina zemalja prihvatala i uvela metrički sustav (URL 2). Sveopćim prihvaćanjem metra kao jedinice za duljinu došlo je do potrebe izrade raznih mehaničkih mjerila za masovnu primjenu kao što su mjerni štapovi, žice, lanci i vrpce koji su morali imati sljedivost do početne definicije metra (Barković i dr. 2019).

Tijekom prve polovice 20. stoljeća precizni geodetski radovi su se izvodili upotrebom posebnih mjernih žica, vrpci ili lanaca koji su morali biti redovito i precizno umjereni kako bi se postigla visokokvalitetna sljedivost do početne definicije metra. Razvojem preciznih elektrooptičkih daljinomjera potreba za korištenjem mehaničkih linearnih mjerila za mjerjenje duljina pri izvođenju geodetskih radova bitno je smanjena. Geodetska linearna mjerila ostala su dalje u primjeni u punom opsegu u obliku nivelmanskih letvi koje se upotrebljavaju prilikom mjerjenja visinskih razlika metodom geometrijskog nivelmana. Nivelmanske letve koje se upotrebljavaju za radove nižih zahtjeva točnosti nije potrebno umjeriti, dok je nivelmanske letve koje se upotrebljavaju prilikom mjerjenja visinskih razlika u nivelmanu visoke točnosti potrebno umjeravati kako bi se uklonio sustavni utjecaj nesavršenosti njihove izvedbe na sama mjerena. U dalnjem tekstu pobliže su opisani mogući sustavni utjecaji nivelmanskih letvi na mjerena, te razvoj i metode umjeravanja u svrhu njihove eliminacije ili minimiziranja.

## 2. Geometrijski nivelman i precizne nivelmanske letve

Geometrijski nivelman metoda je određivanja apsolutnih ili relativnih visina mjerjenjem visinskih razlika pomoću horizontalne vizure (Macarol 1985). Visinska razlika između dvije točke razlika je između očitanja podjela na mjestima gdje horizontalna vizura siječe nivelmanske letve postavljene u smjeru vertikala na tim točkama. Geometrijski nivelman najpreciznija je postojeća klasična geodetska metoda izmjere, što se osobito očituje u nivelmanu visoke točnosti. Iako jedna od najstarijih, ta je metoda unatoč visokom stupnju razvoja ostalih modernijih metoda izmjere i u današnje vrijeme ostala nedodirljiva u preciznom mjerenu visinskih razlika koje ide do razine stotinke milimetra s vrlo malom nesigurnošću mjerena. Tako je *Pravilnikom o načinu izvođenja osnovnih geodetskih radova* (Narodne novine 2020) određeno da prilikom uspostave mreže nivelmana visoke točnosti standardno odstupanje može iznositi  $1,5 \text{ mm}/\sqrt{\text{km}}$ , odnosno za slučajne pogreške  $0,29 \text{ mm}/\sqrt{\text{km}}$ , za sustavne pogreške

0,86 mm/ $\sqrt{\text{km}}$ , a za mjerjenje visinskih razlika 0,91 mm/ $\sqrt{\text{km}}$ . Razvojem tehnologije instrumentarij je doveden do razine kada smanjenje mjerne nesigurnosti više nije moguće postići upotrebom kvalitetnijeg instrumentarija. Stoga su istraživanja usmjereni na detekciju i modeliranju utjecaja sustavnih pogrešaka s ciljem postizanja propisanih kriterija mjerne nesigurnosti (Rožić 1995). Ako se prethodna tvrdnja primjeni na nivelman visoke točnosti, uz uvjet da je niveler rektificiran, da bi se postigli ili nadmašili propisani zadani kriteriji mjerne nesigurnosti, potrebno je eliminirati ili minimizirati utjecaj sustavnih pogrešaka mjerne opreme, odnosno nivelmanskih letvi na konačne rezultate mjerjenja visinskih razlika (tablica 1). To se radi tako da se umjeravanjem nivelmanskih letvi odredi model utjecaja sustavnih pogrešaka svake pojedine nivelmanske letve na mjerjenja visinskih razlika. Potpuna eliminacija utjecaja sustavnih pogrešaka na mjerjenja nije moguća jer i sam model određen umjeravanjem nivelmanske letve ima određenu mjernu nesigurnost.

Za potrebe nivelmana visoke točnosti upotrebljavaju se letve izrađene u jednom komadu. U prošlosti se tijelo letve izrađivalo od drveta, dok je danas najčešće izrađeno od aluminijске legure čime je uvelike smanjen sustavni utjecaj zbog deformacije tijela letve. Crtice podjele nisu nanesene na tijelo letve već se nalaze na uskoj invarnoj traci koja je na dnu letve pričvršćena, dok je na vrhu letve zategnuta pomoću opruge silom od 196,133 N (Macarol 1985). Podjele na letvi koje se upotrebljavaju pri optičkom niveliranju dvostrukе su, a mogu biti centimetarske ili polucentimetarske, dok je kodirana podjela za digitalne niveline jednostruka. Iako se aluminijsko tijelo letve znatno manje deformira zbog promjene temperature i vlasti u odnosu na drveno, deformacija i dalje postoji pa je konstrukcijskim rješenjem u obliku pričvršćivanja invarne trake u samo dvije točke invarna traka neovisna o tijelu letve te ne prati njegovu deformaciju. Invar (legura čelika s niklom) ima puno manji koeficijent temperturnog istezanja od aluminija, pa je time podjela stabilnija i nema toliku magnitudu promjene kao što bi imala da je nanesena izravno na tijelo letve (Benčić i Solarić 2008, Barković i dr. 2011). Normom HRN ISO 12858-1: Optika i optički instrumenti – Pomoći uređaji za geodetske uređaje – 1. dio: Invarske nivelmanske letve (HRN ISO 2014) propisani su okvirni standardi za izradu preciznih nivelmanskih letvi u svrhu postizanja propisanih mjernih nesigurnosti prilikom realizacije nivelmana visoke točnosti.

### 3. Utjecaj sustavnih pogrešaka nivelmanskih letvi na mjerjenja

Izradom tijela nivelmanskih letvi od aluminijске legure te promjenom konstrukcije u obliku nanošenja podjele na invarnu traku koja je pričvršćena na dnu i na vrhu nivelmanske letve, sustavna pogreška zbog zakrivljenosti nivelmanske letve koju uzrokuje deformacija okvira letve i podjele u ovisnosti o utjecaju promjene temperature i vlažnosti zraka signifikantno je smanjena. Također je potrebno spomenuti slučajnu pogrešku koja se može pojaviti prilikom nanošenja podjele na invarnu traku gdje pojedina crtica podjele ili više njih može nepravilno odstupati od nominalne vrijednosti za iznos veći od sustavne pogreške. Mogućnost takve pogreške smanjena je prilikom proizvodnje

upotreboom kombinacije lasera za graviranje i laserskog interferometra pri nanošenju podjeli (Feil 1984), a lako se može detektirati prilikom umjeravanja (Rüeger i Brunner 2000).

Tablica 1. *Pregled sustavnih pogrešaka nivelmanskih letvi (Rožić 1995, Rüeger i Brunner 2000, Zrinjski i dr. 2010).*

Sustavna pogreška	Uzrok pogreške	Način eliminacije/ umanjenja
Pogreška zbog nevertikalnog postava nivelmanske letve	neispravnost dozne libele na nivelmanskoj letvi	ispitivanje i rektifikacija
Pogreška nule letve	ravnina temeljne pločice nivelmanske letve ne koindira s nultom crticom podjeli	<u>umjeravanje</u> metoda mjerena
Pogreška nule letve za par letvi	temeljne pločice na paru letvi ne odnose se na istu nominalnu crticu podjeli letve	<u>umjeravanje</u> metoda mjerena
Pogreška zbog neravnosti temeljne pločice	temeljna pločica je neravna ili nije okomita na os letve	metoda mjerena
Pogreška napinjanja invarne trake	promjena napetosti invarne trake zbog različitih mehaničkih utjecaja	rektifikacija <u>umjeravanje</u>
Pogreška podjeli mjerila	pogrešno nanesene crtice podjeli čitavom duljinom invarne trake	tehnologija izrade <u>umjeravanje</u>
Pogreška zbog promjene mjerila letve	promjena duljine podjeli letve zbog promjene temperature	<u>umjeravanje</u>
Pogreška zbog zakrivljenosti nivelmanske letve	deformacija tijela letve i podjeli u ovisnosti o utjecaju promjene temperature i vlažnosti zraka	tehnologija izrade (takve letve više se ne upotrebljavaju)

Ako prilikom mjerena na terenu zbog nerektificirane dozne libele nivelman-ska letva ne stoji vertikalno u prostoru, tada dolazi do pogreške zbog nevertikalnog postava nivelmanske letve i do pojave koja se naziva nagib horizonta te će zbog toga očitanje na letvi biti veće od stvarnog (tablica 2). Ta će se pogreška poništiti jedino ako se upotrebljava samo jedna letva i visinska razlika između dvije mjerene točke je nula, pa je stoga potrebno prije svakog mjerena ispitati i po potrebi rektificirati doznu libelu na nivelmanskoj letvi. Normom HRN ISO 12858-1 (HRN ISO 2014) određeno je da precizne nivelmanske letve moraju biti opremljene doznim libelama radnog područja  $15\pm5'$  što je horizontalni pomak vrha letve od 0,9 do 1,7 cm na visini od 3 m. Ako se uzme za primjer nivelman visoke točnosti na ravninskom terenu, iz tablice 2 je vidljivo pri mjerenu visinske razlike gdje je očitanje zadnje letve 1,75 m, a prednje 1,50 m, uz nagib letve od  $20'$ , odnosno pomak od 1,7 cm na vrhu trometarske letve, pogreška izmjerene visinske razlike od 0,25 m će biti 0,005 mm. Uz pretpostavku 12

stajališta, konstantni nagib terena i visinsku razliku od samo 3 m na 1 km niveleranja, kumulativna pogreška zbog nevertikalnog postava nivelmanske letve iznosit će 0,06 mm. Ako se nivelman visoke točnosti provodi na nagnutom terenu, uz očitanje zadnje letve 2,50 m, a prednje 0,50 m, uz nagib letve od 20°, pogreška izmjerene visinske razlike će biti 0,034 mm. Uz pretpostavku 12 stajališta, konstantni nagib terena i visinsku razliku od 24 m na 1 km niveleranja, kumulativna pogreška zbog nevertikalnog postava nivelmanske letve iznosit će 0,41 mm. U oba slučaja sustavni utjecaj zadovoljava dopuštena odstupanja određena *Pravilnikom o načinu izvođenja osnovnih geodetskih rada* (Narodne novine 2020), ali je vidljivo da je potrebno obratiti pozornost na redovito ispitivanje i rektifikaciju dozne libele, osobito pri niveleranju na nagnutim terenima.

Tablica 2. *Pogreška očitanja podjele letve [mm] ovisna o vrijednosti očitanja i nagibu letve.*

Nagib letve		Očitanje na letvi [m]									
[°]	[cm/3 m]	0,50	0,75	1,00	1,25	1,50	1,75	2,00	2,25	2,50	2,75
10	0,9	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006	0,007	0,008	0,010	0,011	0,012
15	1,3	0,005	0,007	0,010	0,012	0,014	0,017	0,019	0,021	0,024	0,026
20	1,7	0,008	0,013	0,017	0,021	0,025	0,030	0,034	0,038	0,042	0,047

Prilikom sastavljanja nivelmanske letve u proizvodnji može se dogoditi da je ravnina temeljne pločice neravna ili nije okomita u odnosu na os podjele letve. Ta će se pogreška manifestirati kao promjena iznosa nule letve u slučaju da je kontaktna točka pri postavljanju letve svaki put na drugom dijelu donjeg okova. Ta se pogreška eliminira tako da se nivelmanska letva prilikom mjerjenja ili umjeravanja uvijek postavlja s točkom kontakta na sredini donjeg okova. To se postiže pomoću prstena koji se montira na donji okov letve (Macarol 1985).

Ako prilikom montiranja invarne trake na tijelo letve nulta crtica podjele ne koincidira s ravninom temeljne pločice, odnosno invarna traka nije pričvršćena na ispravnoj udaljenosti od dna letve, dolazi do pogreške zbog pogreške nulte podjele nivelmanske letve, ili kraće, pogreške nule letve, a karakterizira je konstantni iznos. Pogreška nule letve može se eliminirati upotrebom samo jedne letve na svim veznim točkama i reperima, te se tako u potpunosti poništava, osim u slučaju kad je u nivelskom vaku neparni broj očitanja letve ili je početni ili završni priključak na visoki reper. Stoga se preporuča odrediti iznos pogreške nule umjeravanjem.

Ako se niveleranje radi s parom nivelmanskih letvi, zbog pogreške nule može doći i do pogreške zbog nepoklapanja položaja nultih crtica podjele na paru nivelmanskih letvi. Ta se pogreška također može eliminirati metodom mjerjenja, i to na način da nivelski vlak ima paran broj očitanja letvi. I u ovom slučaju također može doći do pogreške ako se nivelski vlak spaja na početku ili na kraju na visoki reper, ili ako se ne može realizirati paran broj očitanja letvi. U tom slučaju iznos pogreške nuli za par nivelmanskih letvi za visinsku razliku između visokog repera i vezne točke može se smanjiti ako se prilikom niveleran-

ja „natrag“ zamijeni redoslijed letvi i visinska razlika računa kao aritmetička sredina iz dva mjerena. Da bi se u potpunosti eliminirale pogreške nule letvi potrebno je umjeriti obje letve te odrediti iznos pogreške nule za obje letve.

Kako je već rečeno, invarna traka je fiksno pričvršćena na dnu letve, dok je na vrhu pričvršćena oprugom koja je zateže silom od 196,133 N. Taj iznos sile zatezanja podložan je različitim utjecajima kao što su trenje između tijela (kućišta) letve i nivelmanske trake te promjena u napetosti opruge, što može uzrokovati pogrešku napinjanja invarne trake. Promjena iznosa sile zatezanja od 1 N ima utjecaj na promjenu mjerila invarne trake od 0,4 ppm (Rüeger i Brunner 2000) što je svakako nezanemariv iznos, te bi stoga trebalo sukladno postojećim preporukama nivelmanske letve umjeravati prije i nakon obavljenih mjerena, ali i tijekom ako su mjerena u dužem vremenskom trajanju.

Iako se podjela na invarnoj traci ucrtava laserski vrlo visokom preciznošću, i dalje dolazi do odstupanja stvarne vrijednosti položaja crtice podjele od njezine nominalne vrijednosti, odnosno do pogreške nanošenja crtice podjele na invarnu traku ili kraće, pogreške podjele mjerila. Pogreška podjele mjerila može biti takva da je podjela čitavom duljinom invarne trake pogrešno nanesena, te je ukupna podjela kraća ili dulja od nominalne vrijednosti, pa dolazi do pogreške mjerila letve, ili su crtice podjele pojedinačno ili u intervalima pogrešno nanesene, što je danas zbog tehnologije proizvodnje svedeno na minimum. Iako invar ima vrlo mali koeficijent temperaturnog istezanja, on nije zanemariv pa promjenom temperature dolazi do skraćivanja ili produženja invarne trake i ta se pogreška naziva pogreškom zbog promjene mjerila letve. Pogrešku podjele i pogrešku zbog promjene mjerila nije moguće razdvojiti na dva različita sustavna utjecaja, već su predstavljeni sustavnim utjecajem mjerila nivelmanske letve koji je ovisan o temperaturi pri kojoj se očitavaju crtice podjele na nivelmanskoj letvi. Navedene pogreške nivelmanskih letvi koje se ne mogu u potpunosti eliminirati tehnologijom izrade ili metodom mjerena, moraju se ispitati i umjeriti pomoću uređaja za umjeravanje geodetskih linearnih mjerila, tj. komparatora.

Prema Vodopivec i Kogoj (2001) korigirana vrijednost očitanja nivelmanske letve računa se prema izrazu:

$$L = L' \left\{ 1 + [m_0 + \alpha_t (T - T_0)] \cdot 10^{-6} \right\}, \quad (1)$$

gdje su:

$L$  – korigirana vrijednost očitanja nivelmanske letve [m]

$L'$  – očitanje na letvi [m]

$m_0$  – stvarno mjerilo podjele nivelmanske letve [ppm]

$\alpha_t$  – temperaturni koeficijent istezanja invara [ $\mu\text{m}/^\circ\text{C}$ ]

$T$  – temperatura letve pri mjerenu [ $^\circ\text{C}$ ]

$T_0$  – temperatura letve pri umjeravanju [ $^\circ\text{C}$ ].

Stoga, da bi se mogle izračunati korigirane vrijednosti očitanja nivelmanske letve, potrebno je umjeravanjem odrediti stvarno mjerilo podjele nivelmanske

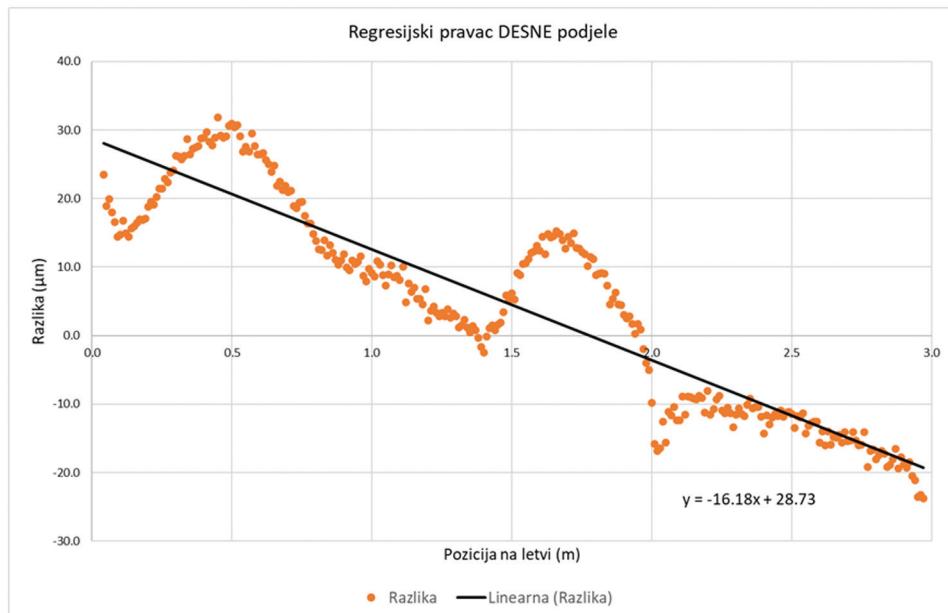
letve uz bilježenje temperature letve prilikom umjeravanja, te bilježiti temperaturu prilikom niveleranja na terenu za svako očitanje.

## 4. Umjeravanje

Umjeravanje je postupak kojim se uspoređuju vrijednosti veličina koje pokazuje mjerilo ili mjerni sustav i odgovarajuće poznate vrijednosti mjerene veličine koje su najčešće realizirane etalonom (Frančula i Lapaine 2008). Umjeravanjem se definira odnos, odnosno određuju se parametri odnosa mjerila ili mjernog sustava sa stvarnom veličinom ili veličinom koja je barem jedan red veličine točnosti viša od mjerila ili mjernog sustava koji se umjerava, te sljedivost do početne definicije metra. Linearna mjerila, u koja spadaju i nivelmanske letve, umjeravaju se tako da se mjeri udaljenost, najčešće od nule do određene crtice podjele, odnosno mjeri se longitudinalni pomak nivelmanske letve u odnosu na neku referentnu točku ili pomak uređaja kojim se viziraju crtice podjele te se zatim mjerena vrijednost izravno uspoređuje s nominalnom vrijednošću te mjerene crtice. U današnje se vrijeme primjenjuju dva koncepta umjeravanja. Prvi je umjeravanje nivelmanske letve gdje se svaka crtica podjele vizira pomoću optičkog mikroskopa, ili u novije vrijeme snimanjem fotografija kamerom s CCD (engl. *charge-coupled device*) ili CMOS (engl. *complementary metal-oxide-semiconductor*) senzorom koje se odmah računalno analizira, a pomak nivelmanske letve, mikroskopa ili kamere određuje se upotrebom etalona veće točnosti, kao što je inkrementalna mjerena letva ili laserski interferometar. S obzirom na to da je nominalna vrijednost crtice podjele na nivelmanskoj letvi definirana njezinom sredinom, potrebno je mjeriti udaljenosti do oba ruba crtice podjele. Nakon toga se mjerena vrijednost računa kao aritmetička sredina iz dvije mjerene vrijednosti koje također mogu biti aritmetičke sredine iz više puta mjerene ruba. Isto vrijedi i za letve s kodiranom podjelom koje se upotrebljavaju pri niveleranju digitalnim nivelirom. Drugim konceptom se umjerava mjerni sustav koji čine niveler i nivelmanska letva. Pri takvom se umjeravanju crtice podjele viziraju i očitavaju upotrebom nivelira, a pomak se također mjeri etalonom veće točnosti. Pri umjeravanju samo nivelmanske letve prednost je što je samostalno umjerena i može se upotrebljavati s bilo kojim nivelirom. Umjeravanje sustava niveler+nivelmanska letva ima prednost jer se istovremeno modelira sumarni sustavni utjecaj nivelira i nivelmanske letve, što može rezultirati točnjim rezultatima mjerjenja, ali je problem pri upotrebi drugog nivelira ili letve.

Kad se dobiju konačne mjerene vrijednosti svake crtice podjele, one se uspoređuju s nominalnim vrijednostima. Razlike mjerene udaljenosti od nule nivelmanske letve i nominalne vrijednosti crtice podjele iscrtavaju se na grafu (slika 1 – narančaste točke) te se tako može vidjeti koliko pojedine crtice podjele odstupaju od stvarnih vrijednosti. Temeljem mjerenih podataka potrebno je definirati matematički model, odnosno aproksimirati podjelu nivelmanske letve pravcem ili krivuljom, što se radi regresijskom analizom (Feil 1990, Rožić 2007). Prilikom umjeravanja nivelmanskih letvi, odstupanja se najčešće modeliraju regresijskim (izjednačavajućim) pravcem uz primjenu metode najmanjih kvadrata. Na slici 1 prikazan je regresijski pravac za dane podatke mjerjenja te njegova jednadžba u eksplisitnom obliku  $y = ax + b$ . Koeficijent smjera  $a$  nagib je

regresijskog pravca koji je u biti mjerilo podjeli  $m_0$  nivelmanske letve i izražava se jedinicom ppm (*part per million*), dok je odsječak na osi  $y$ , tj.  $b$  pogreška nule nivelmanske letve u  $\mu\text{m}$  ( $10^{-6} \text{ m}$ ). Uz navedene parametre potrebno je uvijek imati i srednju temperaturu tijekom umjeravanja nivelmanske letve da bi se mogla izračunati korigirana vrijednost očitanja letve [izraz (1)].



Slika 1. Primjer rezultata umjeravanja nivelmanske letve s centimetarskom podjelom duljine 3 m.

## 5. Komparatori

Općenito, komparator je uređaj koji služi za umjeravanje. Komparatori linearnih mjerila funkcioniрају tako da mjere vrijednost udaljenosti crtica podjeli geodetskih linearnih mjerila kao što su nivelmanske letve i mjerne vrpce, i to tako da se mjeri udaljenost, najčešće od nule linearog mjerila do određene crtice podjeli. Na taj se način mogu usporediti nominalna i mjerena vrijednost udaljenosti crtica podjeli. Komparatori geodetskih linearnih mjerila ne postoje kao komercijalni proizvod, već ih je potrebno samostalno konstruirati. Konstrukcija komparatora ovisi o više faktora, kao što su predmet umjeravanja, položaj nivelmanske letve, način viziranja, način mjerjenja udaljenosti (pomaka) i pomicni dijelovi (tablica 3). Glavna je podjela na komparatore prema predmetu umjeravanja, odnosno umjerava li se samo nivelmanska letva ili sustav niveler+nivelmanska letva. Prema dostupnim podacima podjednaki je broj obaju tipova, a jedini komparator kojim se istovremeno može umjeravati i nivelmanska letva i mjerne sustav nalazi se na Sveučilištu Stanford u SAD-u (Gassner i dr. 2004) (slika 2).

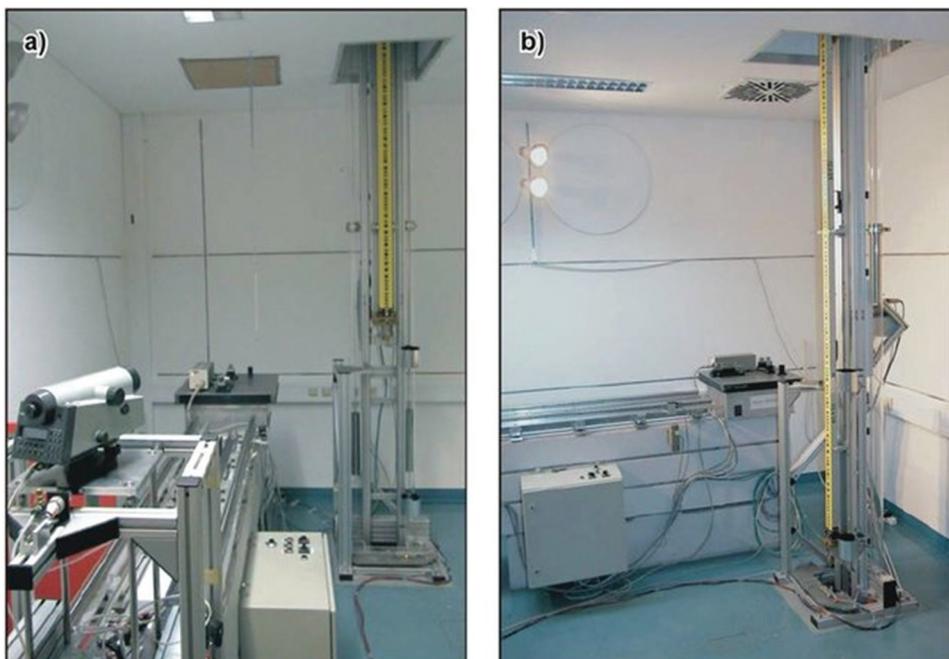
Tablica 3. Podjela komparatora prema različitim konstruktivnim rješenjima.

Karakteristika konstrukcije	Vrsta	Prednost	Nedostatak
Predmet umjeravanja	nivelmanska letva	✓ točniji rezultat umjeravanja	- nema sustavnog utjecaja instrumenta na rezultate mjerjenja
	sustav niveler+nivelmanska letva	✓ sustavni utjecaj nivelerira u rezultatu umjeravanja	- manja točnost umjeravanja
Položaj letve	horizontalni	✓ jednostavnija konstrukcija	- letva se ne umjerava u radnom položaju
	vertikalni	✓ letva se umjerava u radnom položaju	- komplikirana i skupa konstrukcija
Viziranje	analogno (optički mikroskop ili optički niveler)	✓ bolja detekcija rubova u slučaju oštećenja	- podložno subjektivnoj procjeni operatera - dugotrajnost
	digitalno (kamera ili digitalni niveler)	✓ uklonjen subjektivni utjecaj operatera ✓ brzina	- moguća zalihost podataka
Etalon za mjerjenje udaljenosti (pomaka)	mjerna letva	✓ jednostavnost ✓ cijena	- manja točnost
	laserski interferometar	✓ veća točnost	- složenost rada - visoka osjetljivost na vanjske utjecaje
Pomični dio	nivelmanska letva	✓ fiksni uređaj za viziranje (optička os uvijek istovjetno orientirana)	- iznimno velika konstrukcija komparatora
	uređaj za viziranje	✓ manja konstrukcija komparatora	- promjena nagiba optičke osi zbog pomaka



Slika 2. Vertikalni komparator na sveučilištu Stanford (Gassner i Ruland 2007).

Najpoznatiji i najtočniji komparator za umjeravanje mjernog sustava nalazi se na Tehničkom sveučilištu u Grazu (Woschitz 2003) (slika 3), a u njegov je razvoj utrošeno više od 600 000 € (Jastrzębski 2007), dok se komparator na Tehničkom sveučilištu u Münchenu smatra najtočnjim komparatorm za umjeravanje nivelmanskih letvi te utvrđivanje temperaturnoga koeficijenta istezanja invarnih traka na nivelmanskim letvama (Wasmeier i Foppe 2006).



Slika 3. Komparator za umjeravanje mjernog sustava na Tehničkom sveučilištu u Grazu (Woschitz i Brunner 2003).

Tijekom umjeravanja letva može biti u horizontalnom ili vertikalnom položaju. Za umjeravanje mjernog sustava nivelmanska letva mora biti u vertikalnom položaju zbog radnog uvjeta nivelira, dok se nivelmanske letve mogu umjeravati u oba položaja. Često se ističe prednost vertikalnog položaja jer se letva umjerava u radnom položaju, ali je utvrđeno da je prosječna razlika između umjeravanja u horizontalnom i vertikalnom položaju samo +0,9 ppm pa utjecaj položaja letve postaje zanemariv (Maurer i Schnädelbach 1995). Razvojem tehnologije, optički mikroskop i operater zamjenjeni su kamerom s CCD ili CMOS senzorom te računalom za obradu snimljenih fotografija. Integracijom kamere u mjerni sustav komparatora, proces umjeravanja uvelike je olakšan i ubrzan, a mogućnost grube ili slučajne pogreške eliminirana. Komparator se može konstruirati tako da se letva nalazi na pomičnim kolicima, što je svojevrsni problem jer treba osigurati 6 metara prostora što je popriličan izazov, osobito ako je riječ o vertikalnom komparatoru. Što se tiče pomičnih uređaja za viziranje problem je nesavršenost staze po kojoj se gibaju kolica, te dolazi do nagiba optičke osi kamere što može dovesti do određenih odstupanja u mjerenu. Bez obzira na to pomiče li se nivelmanska letva ili uređaj za viziranje, potrebno je izmjeriti pomak točnošću koja mora biti barem jedan red veličine točnija od predmeta umjeravanja, a to zadovoljavaju inkrementalne mjerne letve i višestruko skupljii interferometri. Od navedenih mogućih karakteristika pri konstrukciji komparatora potrebno je odabrati one koje će zadovoljiti traženu točnost, ali također one koje dopuštaju logističke i financijske mogućnosti.

## 6. Komparatori nivelmanskih letvi s integriranim CCD kamerom

Od karakteristika navedenih u prethodnom poglavlju, u današnje vrijeme sve komparatore nivelmanskih letvi karakterizira integrirana kamera s CCD senzorom. Prema javno dostupnoj literaturi prvi komparator osuvremenjen optičkim senzorom, odnosno CCD kamerom, bio je u Eidgenössische Technische Hochschule (ETH) u Zürichu (Schmid 1995). Izrađen je u obliku horizontalnoga komparatora duljine 8 m s pomičnim kolicima za nivelmansku letvu, a pomak se mjeri pomoću interferometra HP 5519A uz razlučivost kamere od 8  $\mu\text{m}$ . Ostvareno standardno odstupanje iz 7 umjeravanja jedne nivelmanske letve iznosi 5  $\mu\text{m}$ .

Doktorskom disertacijom Friede (2000) je na Tehničkom sveučilištu München (TUM) opisao teorijsku osnovu za izradu, a 2002. godine izrađen je vertikalni, zatim i horizontalni komparator s CCD kamerom i interferometrom te pomičnim kolicima za nivelmansku letvu. Zbog uočenih problema s funkciranjem komparatora, 2004. godine pristupilo se modificiranju hardverskih i softverskih dijelova na oba komparatora (slika 4). Vertikalnim komparatorom ostvarivo je određivanje mjerila nivelmanske letve duljine 3 m s mernom nesigurnošću od 1 ppm i određivanje pogreške nule letve s nesigurnošću od 6  $\mu\text{m}$ , dok je pomoću horizontalnoga komparatora koji se nalazi u temperaturnoj komori moguće određivanje koeficijenta istezanja invarne vrpce s nesigurnošću od 0,5 ppm (Wasmeier i Foppe 2006).



Slika 4. Vertikalni (lijevo) i horizontalni (desno) komparator na Tehničkom sveučilištu u Münchenu (Wasmeier i Foppe 2006).

Na Odsjeku za geodeziju Fakulteta za građevinu i geodeziju Sveučilišta u Ljubljani (UL FGG) 2002. godine postojeći horizontalni komparator Carl Zeiss

MSGL001 (slika 5) preinačen je tako da su postavljena nova kolica na kojima se nalazi optički sustav s CCD kamerom te su povezana s glavom za očitanje etalona koji je u obliku samoljepljive mjerne trake Renishaw (Vodopivec i Kogoj 2001, 2002). Postignuta je nesigurnost određivanja mjerila preciznih nivelmanjskih letvi od 1 ppm.

Na sveučilištu Stanford u Sjedinjenim Američkim Državama u suradnji s Tehničkim Sveučilištem iz Graza (TUG) 2003. godine izrađen je vertikalni komparator s CCD kamerom i interferometrom kojim je moguće odrediti mjerilo preciznih nivelmanjskih letvi s mjernom nesigurnošću od 1,2 ppm na duljini od 3 m i 1,8 ppm na duljini od 2 m (Gassner i dr. 2004, Woschitz i dr. 2007).

Na Fakultetu za rудarstvo, geodeziju i inženjerstvo okoliša AGH sveučilišta za znanost i tehnologiju u Krakovu 2008. godine izrađen je vertikalni komparator s pomičnom CCD kamerom i interferometrom kao etalonom duljine, a ostvarena mjerna nesigurnost određivanja mjerila nivelmanjske letve iznosi 2 ppm (Szczutko i Frukacz 2011).

Horizontalni komparator koji se koristi kombinacijom laserskog interferometra i električnog mikroskopa nalazi se u laboratoriju Zavoda za teorijsku geodeziju Građevinskog fakulteta Slovačkog tehničkog sveučilišta u Bratislavi (Ježko 2015).

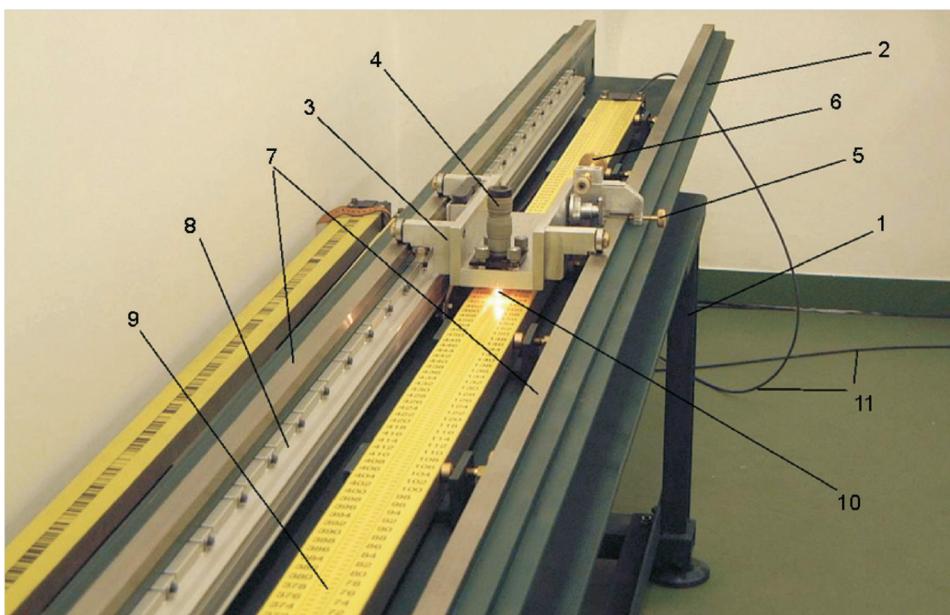
Također, u određenim radovima spominju se komparatori koji se koriste nekom vrstom CCD kamere, ali nije moguće pronaći detaljnije podatke o izvedbi. Takvi komparatori nalaze se na Geodetskom institutu Sveučilišta u Bonnu (Schwarz 2005), Tehničkom sveučilištu u Dresdenu (Woschitz 2003), Državnom geodetskom uredu njemačke savezne pokrajine Nordrhein Westfalen (Spata 2001) te finskoj Državnoj geodetskoj upravi (Takalo i Rouhiainen 2004).



Slika 5. Komparator na Odsjeku za geodeziju Fakulteta za građevinu i geodeziju Sveučilišta u Ljubljani (Barković 2002).

## 7. Komparator Geodetskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu

U Laboratoriju za mjerena i mjernu tehniku Geodetskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu 2002 godine konstruiran je horizontalni komparator koji se koristio kombinacijom inkrementalne mjerne letve proizvođača Heidenhain i optičkog mikroskopa na pomicnim kolicima (Barković 2002) (slika 6). Umjeravanje se obavljalo tako da operater gledajući kroz optički mikroskop ručnim pomakom kolica vizira svaki rub crtice podjele minimalno tri puta. U trenutku kad je pojedini rub viziran, računalu se daje naredba da očita položaj, odnosno udaljenost kolica od referentne točke korištenjem mjerne letve. Kad se očitaju sve crtice podjele na jednoj nivelmanskoj letvi, rezultat umjeravanja računa se na način prethodno opisan u poglavlju 4 ovog rada.



- |                            |   |
|----------------------------|---|
| 1 - postolje komparatora   | 7 - vodilice                              |
| 2 - tijelo komparatora     | 8 - inkrementalna merna letva<br>(etalon) |
| 3 - pomicna kolica         | 9 - invarna nivelmanska merna letva       |
| 4 - mikroskop za viziranje | 10 - osvjetljenje                         |
| 5 - vijak kočnice          | 11 - priključni kabeli                    |
| 6 - vijak za fini pomak    |   |

Slika 6. Komparator Geodetskog fakulteta izrađen 2002. godine s popisom glavnih dijelova (Zrinjski i dr. 2010).

Iz opisa umjeravanja korištenjem optičkog mikroskopa vidljivo je da je proces mjerena dugotrajan te podložan subjektivnom utjecaju operatera na komparatoru. Stoga se doktorskom disertacijom u izradi prvoimenovanog autora ovog rada, pod nazivom „Razvoj metode umjeravanja geodetskih linearnih mjerila“,

provodi modernizacija postojećega komparatora razvojem metode kojom će se automatizirati cijelokupni postupak umjeravanja te će u potpunosti biti eliminiran utjecaj osobnih pogrešaka opažača jer će se očitanje pojedinih crtica podjele na bilo kojem geodetskom linearnom mjerilu, od kojih su najvažnije precizne nivelmanske letve, izvoditi automatiziranim postupkom korištenjem CCD kamere na kolicima, a koja će se također automatski pomicati pomoću servomotora. Također se razvija softver koji će analizom snimljene fotografije i podataka o položaju kamere odrediti točan položaj svakog ruba crtice podjele na fotografiji. Time će se u potpunosti ukloniti subjektivni utjecaji operatera, i što je najvažnije, osigurat će se visoka pouzdanost konačnih rezultata umjeravanja. U sklopu disertacije u suradnji s Fakultetom strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu učinjene su hardverske prilagodbe komparatora: postojeća su kolica zamijenjena kolicima sa servomotorom, te je na njih montirana CCD kamera s telecentričnim objektivom (slika 7). Također je instalirano računalo s upravljačkim softverom te serversko računalo za spremanje podataka. Inicijalno provedeni testovi novog sustava pokazuju visok stupanj ponovljivosti, dok je očekivana mjerna nesigurnost metode manja od  $5 \mu\text{m}/\text{m}$  kada bude u potpunosti razvijena.



Slika 7. Komparator Geodetskog fakulteta s izmjenjenim dijelovima (1 – kolica sa servomotorom, 2 – kamera sa CCD senzorom, 3 – telecentrični objektiv, 4 – upravljačko računalo, 5 – serversko računalo).

## 8. Zaključak

Dok je u prošlosti umjeravanje bilo važno zbog usklađivanja mjernih jedinica, danas je umjeravanje važno zbog postizanja visoke točnosti i homogenosti mjerjenja. Geometrijski nivelman najpreciznija je postojeća klasična geodetska metoda izmjere. Uzimajući u obzir napredak tehnologije izrade nivelira, smanjenje mjerne nesigurnosti ili povećanje točnosti više nije moguće postići samo korištenjem instrumentarija veće kvalitete. Stoga su danas istraživanja usmjerena na otkrivanje i modeliranje utjecaja sustavnih pogrešaka mjerne opreme. Jedan od sustavnih utjecaja na rezultate mjerjenja metodom geometrijskog nivelmana dolazi zbog nesavršenosti nivelmanskih letvi. Sustavni utjecaji zbog nesavršenosti nivelmanskih letvi koji se ne mogu u potpunosti eliminirati tehnologijom izrade ili metodom mjerjenja, moraju se ispitati i umjeriti korištenjem uređaja za umjeravanje geodetskih linearnih mjerila, tj. komparatora. S obzirom na to da komparatori ne postoje kao komercijalni proizvod, svaka organizacija koja se želi baviti umjeravanjem nivelmanskih letvi mora samostalno konstruirati vlastiti komparator, a takvih je organizacija u svakoj državi uglavnom po jedna. Začetak proizvodnje, ili bolje rečeno izrade modernih komparatora smatra se izrada prvog komparatora s CCD kamerom na švicarskom Eidgenössische Technische Hochschule (ETH) u Zürichu 1995 godine. Nakon toga, diljem Europe razvijaju se različite verzije komparatora.

U Laboratoriju za mjerjenja i mjernu tehniku Geodetskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu 2002. godine konstruiran je horizontalni komparator koji se koristi kombinacijom inkrementalne mjerne letve i optičkog mikroskopa na pomičnim kolicima. Iz malobrojnih dostupnih znanstvenih radova razvidno je da su komparatori linearnih mjerila malobrojni, ali svaka država koja se smatra imalo tehnološki naprednom posjeduje ga i konstantno modernizira i unapređuje. Stoga se posljednjih nekoliko godina radi na modernizaciji komparatora Geodetskog fakulteta integriranjem CCD kamere u mjerni sustav te razvojem metode koja daje mjernu nesigurnost umjeravanja manju od  $5 \mu\text{m}/\text{m}$ . Time će se omogućiti dodatni način povećanja točnosti i smanjenja mjerne nesigurnosti pri mjerenjima u nivelmanu visoke točnosti ili preciznim inženjerskim zadacima kao što je niveliranje u industrijskoj izmjeri.

## Literatura

- Barković, Đ. (2002): Komparacija nivelmanskih letava pomoću inkrementalne mjerne letve, doktorska disertacija, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- Barković, Đ., Zrinjski, M., Nervo, M. (2011): Determination of Temperature Extension Coefficient of Invar Levelling Staves, Conference Proceedings, Volume II – 11th International Multidisciplinary Scientific GeoConference SGEM 2011, Sofia, 247–254.
- Barković, Đ., Zrinjski, M., Baričević, S., Popović, G. (2019): Sljedivost duljina od definicije metra do kalibracijske baze, Ekscentar, 17, 20, 90–101.
- Benčić, D., Solarić, N. (2008): Mjerni instrumenti i sustavi u geodeziji i geoinformatici, Školska knjiga, Zagreb.
- Feil, L. (1984): Prilog razmatranju modela ocjene točnosti u nivelmanu visoke točnosti, doktorska disertacija, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- Feil, L. (1990): Teorija pogrešaka i račun izjednačenja – drugi dio, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- Frančula, N., Lapaine, M. (2008): Geodetsko-geoinformatički rječnik, Državna geodetska uprava, Zagreb.
- Friede, O. (2000): Ein hybrides Meßsystem zur Kalibrierung von Stricheilungen, Doktorarbeit, Technische Universität München, München, Deutschland.
- Gassner, G., Ruland, R. (2007): Investigation of Leveling Equipment for High Precision Measurements, American Congress on Surveying and Mapping 2007, St Louis, 1–10.
- Gassner, G., Ruland, R., Dix, B. (2004): Investigations of Digital Levels at the SLAC Vertical Comparator, 8th International Workshop on Accelerator Alignment (IWAA 2004), CERN, Geneva, 1–10.
- HRN ISO (2014): HRN ISO 12858-1:2014 – Optika i optički instrumenti – Pomoći uredaji za geodetske uredaje – 1. dio: Invarske nivelmanske letve (ISO 12858-1:2014), Hrvatski zavod za norme, Zagreb, International Organization for Standardization, Geneva, Switzerland.
- Jastrzębski, S. (2007): Comparing the concepts of modern comparators of code levelling rods as exemplified by the horizontal comparator of levelling rods UNIBWM (Munich) and the vertical comparator of “levelling systems” TUG (Graz), Reports on Geodesy, 111–116.
- Ježko, J. (2015): Testing and Calibration of Surveying Instruments and Tools – Means to the Quality Increase of Surveying Works in Construction, AD ALTA, Journal of Interdisciplinary Research, 1, 2, 128–132.

- Macarol, S. (1985): Praktična geodezija, Tehnička knjiga, Zagreb.
- Maurer, W., Schnädelbach, K. (1995): Laserinterferometry – Ten Years Experience in Calibrating Invar Levelling Staffs, First International Symposium on Applied Laser Techniques in Geodesy and Mine Surveying, Ljubljana, 9.
- Narodne novine (2020): Pravilnik o načinu izvođenja osnovnih geodetskih rada, Narodne novine br. 15, Zagreb.
- Rožić, N. (1995): Ispitivanje slučajnih i sistematskih pogrešaka u geometrijskom nivelmanu, doktorska disertacija, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- Rožić, N. (2007): Računska obrada geodetskih mjerena, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- Rüeger, J. M., Brunner, F. K. (2000): On System Calibration and Type Testing of Digital Levels, Z. f. Vermessungswesen, 125, 4, 120–130.
- Schmid, C. (1995): Automatisierte Nivellierlattenkalibrierung für Strich- und Codeteilungen, Diplomarbeit, Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, Zürich, Schweiz.
- Schwarz, W. (2005): Komparatoren zur Überprüfung von Präzisionsnivellierlatten, Allgemeine Vermessungs-Nachrichten (AVN), 112, 6, 204–212.
- Spata, M. (2001): Die Bedeutung der Kalibrierung in der amtlichen Vermessung, Qualitätsmanagement in der Geodätischen Messtechnik, 54. DVW-Fortbildungsseminar, Fulda, 19–20 November 2001, Stuttgart, Deutschland.
- Szczutko, T., Frukacz, M. (2011): Invar Rod Calibration on Vertical Comparator Executed in the Geodesy Metrology Laboratory of the AGH University of Science and Technology In Krakow – Poland with use of Computer-Aided Image Analysis, Reports on Geodesy, 90, 1, 469–476.
- Takalo, M., Rouhiainen, P. (2004): Development of a System Calibration Comparator for Digital Levels in Finland, Nordic Journal of Surveying and Real Estate Research, 1, 119–130.
- Vodopivec, F., Kogoj, D. (2001): Ein neuer Komparator für die Kalibrierung von Nivellierlatten auf der Basis eines optischen Encodersystems, Allgemeine Vermessungs-Nachrichten (AVN), 108, 8–9, 296–301.
- Vodopivec, F., Kogoj, D. (2002): Prvi komparator za kompariranje kodiranih nivelmanskih lat v Sloveniji, Geodetski vestnik, 46, 1–2, 11–21.
- Wasmeier, P., Foppe, K. (2006): A New CCD-based Technique for the Calibration of Leveling Rods, XXIII FIG Congress, Munich, Germany, October 8–13, 1–16.
- Woschitz, H. (2003): System Calibration of Digital Levels: Calibration Facility, Procedures and Results, Shaker Verlag, Aachen.

- Woschitz, H., Brunner, F. (2003). Development of a Vertical Comparator for System Calibration of Digital Levels, VGI – Österreichische Zeitschrift für Vermessung und Geoinformation, 91, 1, 68–76.
- Woschitz, H., Gassner, G., Ruland, R. (2007): The SLAC Vertical Comparator for the Calibration of Digital Levels, Journal of Surveying Engineering – ASCE, Vol. 133, No. 10, 144–150.
- Zrinjski, M., Barković, Đ., Razumović, I. (2010): Automatizacija ispitivanja preciznosti nivela i umjeravanja invarnih nivelmanskih letvi, Geodetski list, 64 (87), 4, 279–296.

### Mrežne adrese

URL 1: Lakat, Hrvatska enciklopedija, mrežno izdanje, Leksikografski zavod Miroslav Krleža,  
<http://www.enciklopedija.hr/Natuknica.aspx?ID=35166>, (11. 5. 2021.).

URL 2: Državni zavod za mjeriteljstvo,  
<https://dzm.gov.hr/istaknute-teme/zakonsko-mjeriteljstvo/mjerne-jedinice-228/povijest-metrickog-sustava/arhivski-metar-i-arhivski-kilogram-u-drzavnom-arhivu-u-parizu/252>, (11. 5. 2021.).

## Calibration of Precise Levelling Staffs

*ABSTRACT.* This paper describes geometric levelling with a special focus on high accuracy levelling and precise levelling staffs. The imperfections of precise levelling staffs and their influence on high accuracy levelling are stated and explained, as well as modeling, minimization, and elimination methods of the staff systematic errors. The concept and process of calibration of precise levelling staffs is also described, as well as the development of calibration methods and comparators with a focus on comparators with an integrated CCD camera. The comparator of the Laboratory for Measurements and Measuring Technique of the Faculty of Geodesy, University of Zagreb is described in detail, and a plan for its modernization by presenting a new method of calibration of geodetic linear scales by integrating a CCD camera is given.

*Keywords:* geometric levelling, precise levelling staff, calibration, comparator, CCD camera.

*Primljeno / Received:* 2021-05-15

*Prihvaćeno / Accepted:* 2021-06-15