

Sudoku – napredne metode rješavanja (11.3)

Žarko Čulić¹

U ovom nastavku obradit ćemo metodu **3D Meduza** (*3D Medusa*). Radi se o metodi koja spada u tehnike bojanja i zapravo proširuje metodu *jednostavnog bojanja* (*Simple Colors*). U metodi *jednostavnog bojanja* odabiremo jednu znamenku i sve njezine konjugirane parove bojimo s dvije različite boje. Prisjetimo se da naziv konjugirani par označava da u jednom povezanom području (retku, stupcu ili kvadratu) imamo samo dvije iste znamenke i stoga su one povezane jakom vezom, što znači da ako nije točna prva znamenka, tada mora biti točan njezin par u drugom polju povezanog područja. Prvi broj iz para bojimo jednom bojom (npr. tamnoplavom), a njegov par drugom bojom (npr. svijetloplavom) i tako kroz cijeli sudoku.

Pogledajte sliku 1. Odabrali smo broj 3 i obojali naizmjeničnim bojama sva polja s konjugiranim parovima. Na taj način smo dobili metodu *jednostavnog bojanja*. Kod metode *3D meduza* dodajemo i polja sa samo 2 kandidata, odnosno s parovima (engleski bi-value) što možete vidjeti na slici 2.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	2	5	8 ³	1	6	4	8 ³	7	9
B	6	7 8	7 8 9	2 ⁵	3 ⁹	2 ⁵	1	8 ³	4
C	3 ⁹	4	1	7 8 9	8 9	7	5	6	2
D	4 ⁷	1	6 ⁸	3	5	9	4 ^{7 8}	6 ²	7 8
E	5	2 ⁸	2 ⁶	4	7	1	6 ^{8 9}	8 9	3
F	4 ^{7 9}	3	4 ^{7 9}	6	2	8	4 ⁷	5	1
G	4 ⁷	3 ⁶	5	7 8 9	4 ^{8 9}	7	2	1	7 8
H	1	2 ⁷	2 ^{4 7}	2 ^{7 8}	4 ⁸	3 ^{2 5}	8 9	3 ⁶	6
I	8	9	2 ³	2 ⁷	1	6	7	3 ⁴	5

Slika 1.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	2	5	8 ³	1	6	4	8 ³	7	9
B	6	7 8	7 8 9	2 ⁵	3 ⁹	2 ⁵	1	8 ³	4
C	3 ⁹	4	1	7 8 9	8 9	7	5	6	2
D	4 ⁷	1	6 ⁸	3	5	9	4 ^{7 8}	6 ²	7 8
E	5	2 ⁸	2 ⁶	4	7	1	6 ^{8 9}	8 9	3
F	4 ^{7 9}	3	4 ^{7 9}	6	2	8	4 ⁷	5	1
G	4 ⁷	3 ⁶	5	7 8 9	4 ^{8 9}	7	2	1	7 8
H	1	2 ⁷	2 ^{4 7}	2 ^{7 8}	4 ⁸	3 ^{2 5}	8 9	3 ⁶	6
I	8	9	2 ³	2 ⁷	1	6	7	3 ⁴	5

Slika 2.

Na taj način proširujemo bojanje na svih 9 brojeva jer za svaku od znamenaka u poljima s parovima nastavljamo bojiti njezin konjugirani par suprotnom bojom (slika 3).

Svaki od brojeva bi trebali gledati na zasebnoj razini (nivou) i na taj način bi dobili 3D kocku u 9 razina, pa otuda i potiče naziv *3D meduza*. Kako to ipak nije praktično, moramo se snaći s dvodimenzionalnom mrežom kao na slici 3.

¹ Autor je predavač na Matematičkom odsjeku PMF-a u Zagrebu; e-pošta: zculic@math.hr

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	2	5		1	6	4		7	9
B	6						1		4
C		4	1				5	6	2
D		1		3	5	9		2	
E	5			4	7	1			3
F		3		6	2	8		5	1
G		6	5				2	1	
H	1								6
I	8	9			1	6		4	5

Slika 3.

Kada smo završili bojanje svih konjugiranih parova u povezanim područjima i unutar polja, tada obavljamo analizu i tražimo kontradikcije. Kao i kod svih metoda bojanja, vrijedi činjenica da su sve znamenke obojene jednom bojom ili točne ili netočne, odnosno ako je jedna boja točna, tada znamenke u drugoj boji u cijelosti možemo eliminirati.

Ovisno o mogućim kontradikcijama, postoji šest pravila:

1. ako dva različita kandidata u jednom polju imaju istu boju, tada sve kandidate u toj boji možemo eliminirati, a točni su svi kandidati u drugoj boji
2. ako dva ista kandidata imaju istu boju u povezanom području, tada sve kandidate u toj boji možemo eliminirati, a točni su svi kandidati u drugoj boji
3. ako se obje boje pojave u jednom polju s više kandidata, tada možemo u tom polju eliminirati sve druge neobojene kandidate
4. možemo eliminirati neobojenog kandidata iz polja ako vidi obje boje tog istog obojenog kandidata u drugim poljima
5. možemo eliminirati neobojenog kandidata koji je u polju s nekim drugim kandidatom obojenim jednom bojom, ako neobojeni kandidat vidi polje u kojem je taj isti kandidat obojen drugom bojom
6. ako u polju s neobojenim kandidatima svi njegovi kandidati vide iste kandidate u jednoj boji, tada sve kandidate u toj boji možemo eliminirati, a točni su svi kandidati u drugoj boji

Pod pojmom “vidi” smatra se da su kandidati u istom povezanom području: retku, stupcu ili kvadratu.

U primjeru na slici 3 možemo eliminirati broj 7 iz polja I4 jer vidi broj 7 u obje boje: u I7 tamniju i u C4 svjetliju. To je četvrto pravilo.

Pogledajte primjer na slici 4. U polju H2 imamo dva kandidata s istom bojom tako da sve kandidate s tom bojom možemo eliminirati, a točni su svi kandidati s drugom bojom. To je prvo pravilo.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	1 7	9	3	8	2	4	5	6	1 7
B	1 7	8	5	6	3 1 3	4	9 7	1 3	2
C	2	6	1 3	7	5	4	9	1 3	8
D	3	2	1	7	6	9	8	4	5
E	4 6 9	4 6 4	9	2	5	8	3 7	1 7	1
F	5	7	8	1 3	4	1 3	2	9	6
G	8	5	4	9	4	1	6	7	2 3
H	4 9	1 4	3 4	7	8	2	6	5	4 9
I	4 6 9	4 6	2	5	7	1	8	4 9	

Slika 4.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	3	1 8 6	1 7 9	1 8 9	5	2	6 4 7	4 7 9	7 8 9
B	2	5	6 7 9	3	4 8 9	4	9 7 8	1	7 8 9
C	1 9	1 8	4	6	1 8 9	7	5	2	3
D	1 6	9	3	2	4 6	1 4	8 7	5	
E	5	7	1 2 6	8 9	8 9	1 4	1 2 4 9	3	1 9
F	4	1 2	8	9	3	5	1 7 9	6	1 2
G	1 7 9	1 2 6	5	4	1 7 9	8	3	7 9	7 9
H	1 7 9	3	1 2 9	5	1 7 9	6	1 2 7 9	8	4
I	8	4	1 9	1 7 9	2	3	1 7 9	5	6

Slika 5.

Na slici 5 imamo primjer drugog pravila. Vidimo da u stupcu 7 imamo u polju B7 i I7 kandidata 7 obojenog istom bojom. Kako su svi kandidati u jednoj boji ili točni ili netočni, a ne možemo imati dvije sedmice u istom povezanom području, sve znamenke označeno tom bojom možemo eliminirati i točne su znamenke u drugoj boji.

Na slici 6 imamo primjer trećeg pravila. U polju C2 imamo 3 kandidata (3, 7 i 8) od kojih su dva (3 i 7) obojena i stoga možemo eliminirati trećeg, neobojenog kandidata. U konkretnom slučaju to je broj 8. U prikazanom primjeru se radi o *neprekinutoj petlji* (CNL).

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	2	9	1 4 7	5 6	5 7	4 6	8	3	1 5 6
B	4 5	1 8	1 4 6	3 5 6	2	4 3 8 6	9	7	1 5 6
C	5 7	3 8	7 8 6	1	5 7 8	9	4	5 6	2
D	8	4	5	7	6	1	2	9	3
E	6	1 2 3 1 2	1 2	2 3 8 9	8 9	2 3 8	5	4	7
F	3 8	2 3 7	9	2 3	4	5	1 6	1 6	8
G	9	1 2 8	3	4	1 5 8	7	1 6	1 2 5 6	5 6
H	1 4	6	1 2 4 8	2 5 8	3	2 8	7	1 2 5	9
I	1 7	5	1 2 7	2 6 9	1 9	2 6	3	8	4

Slika 6.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	1	7 9	2 9	2 7 8	5	6	4 8 7 8	4 8 9	3
B	2 5 6	4	3	1 2 7 8	9	7 8	1 7 8	5 6 8	8
C	8	5 6 7 9	5 6 9	1 7	4	3	1 7	5 6 9	2
D	4 7	3	4 8	5	6	7 8 9	2	1	4 9
E	9	5	6 8	4	2	1	6 8	3	7
F	4 6 7	2	1	7 8	3	7 8 9	4 5 6 8	4 5 6 8	4 9
G	3	1	7	9	8	4 2	4 6	4 2 6	5
H	2 4 5 6	6	2 4 5	3	1	2 4 5	9	7	8
I	2 4 5	5	2 4 5	6	7	2 5 4 5	3	4 2 8	1

Slika 7.

Na slici 7 je prikazan primjer četvrtog pravila. Vidimo da neobojeni broj 6 u poljima B1 i C8 vidi obje boje istog broja 6 u povezanim poljima (H1 i B9 te C2 i B9). Budući da su kandidati barem jedne boje točni, očito je da broj 6 možemo eliminirati iz navedenih polja B1 i C8. Ovo pravilo je identično kao i kod jednostavnog bojanja.

Na slici 8 imamo primjer petog pravila. Neobojeni broj 1 u polju E5 vidi obojni broj 1 u susjednom polju E6 i obojeni broj 7 u drugoj boji u vlastitom polju E5. Budući da su točni kandidati ili jedne ili druge boje, možemo eliminirati broj 1 iz polja E5.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	9	2	3	4	6	7	8	1	5
B	8	7	6	1 3	5	1 3	9	2	4
C	5	1 4	1 4	2	6 8 9	6 7 8	3	7 8	
D	7	6	9	5 3	2	5 3	1	4	8
E	4	3	2	1 6 8	1 6 7	8	7 8	5	9
F	1	8	5	6 7 8 9	4	2	6	7 8	
G	3 6	9	8	5 6	4	2	5 3	7	1
H	2	1 5	7	1 5 8	3	1 5 9	4	8	6
I	3 6	1 4 5	1 4	7	1 6	8	5 3	9	2

Slika 8.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	9	5 8	8	1 3	2	1 4 3	4 5	7	6
B	6	5 8	2	3 8 9	3 8 9	7	1	4 8 9	3
C	1	7	4 8	3 6 8 9	4 5 6 9	4 6 9	5 9	2	8 9
D	8	2 5	5	4	3 6	3 6	2 7	9	1
E	3	9	1	7	8	2	4 8 9	6	5
F	4	6	2 7	1 9	1 9	5	8	3	2 7
G	7 8	4 7	3 6	1 2 3 6	1 3 6	1 3 6 8	6 9	5	2 9
H	5	8 9	6	2 3 4 9	4 9	4 9	2 7	1	7 8
I	2	1	9	5	7	6 8	3	8 9	4

Slika 9.

Na slici 9 je prikazan primjer šestog pravila. U polju C6 imamo 3 neobojena kandidata: 4, 6 i 9. Broj 4 vidi obojeni broj 4 u polju A6, broj 6 vidi jednako obojeni broj 6 u polju I6, dok broj 9 vidi također jednako obojeni broj 9 u polju C7. U slučaju da su kandidati u toj boji točni, polje C5 bi u ovom primjeru ostalo bez ijednog kandidata. Ta kontradikcija upućuje na zaključak da kandidati u toj boji ne mogu biti točni i stoga ih možemo eliminirati, a točni su svi kandidati u drugoj boji.

Pri rješavanju je najbolje krenuti od kandidata s puno konjugiranih parova u redcima/stupcima ili od polja sa samo dva kandidata, ako ih ima puno. Prvo treba obojiti sve parove kandidata, a potom pokušati otkriti bilo koju od 6 mogućih kontradikcija. U slučaju da nemate dvije boje, dovoljno je podcrtati kandidate jednom crtom, a njihove konjugirane parove s dvije crte. Umjesto crta možete koristiti i kružnice i kvadratiće, ali bitno je da mreža i kandidati ostanu pregledni.

U sljedećem nastavku bit će govora o metodi **Exocet** koja nam može pomoći pri rješavanju vrlo teških sudokua.

U zadatku za vježbu probajte naći kontradikcije koristeći metodu **3D meduza**:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	1	7 9	2 9	2 7 8	5	6	4 7 8	4 8 9	3
B	2 5 6	4	3	7 8	9	7 8	1 5 6	5 6 8	6 8
C	8	6 7 9	5 6 9	1 7	4	3	1 5 6	5 6 9	2
D	4 7	3 4	8	5	6	7 8 9	2	1 4	8 9
E	9	5	6 8	4	2	1	6 8	3	7
F	4 7	6	2	1	7 8	3	4 5 6 8	4 5 6 4 6 8 9	6 8 9
G	3	1	7	9	8	4 2	4 6 4 2	6	5
H	2 4 5 6	6 4 5 6	8	3	1	4 5	9	7	4 8
I	4 5	8 9	2 4 5 9	6	7	4 5	3	2 4 8	1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	1	9	2	8	5	6	7	4	3
B	5	4	3	2	9	7	1	8	6
C	8	7	6	1	4	3	5	9	2
D	7	3	4	5	6	8	2	1	9
E	9	5	8	4	2	1	6	3	7
F	6	2	1	7	3	9	8	5	4
G	3	1	7	9	8	2	4	6	5
H	2	6	5	3	1	4	9	7	8
I	4	8	9	6	7	5	3	2	1