Primljen: 5.7.2021. Prethodno priopćenje
Prihvaćen: 9.12.2021. UDK: 519.85:339.37

Primjena linearnoga programiranja u optimizaciji poslovanja poslovnoga subjekta iz područja maloprodaje

Linear programming application in optimization of small business operations

[1] Maja Gregorić, [2] Katarina Heski
[1] Fakultet za menadžment u turizmu i ugostiteljstvu, Sveučilište u Rijeci
Primorska 46, Ika, 51410 Opatija, Hrvatska
[2] Studentica diplomskog studija, Fakultet za menadžment u turizmu i ugostiteljstvu,
Sveučilište u Rijeci, Primorska 46, Ika, 51410 Opatija, Hrvatska
e-mail: [1] majam@fthm.hr [2] katarina.heski@gmail.com

Sažetak: *Uvjeti globalne konkurencije na suvremenom tržištu određuju konkurentsku prednost poduzeća. Konkurentska prednost podrazumijeva primjenu učinkovitijih i inovativnijih proizvodnih procesa i metoda. Mnogobrojni činitelji poslovanja, interni i eksterni, nameću potrebu za utvrđivanjem i izborom različitih varijanti poslovanja, pri čemu je važno izabrati odgovarajuću varijantu iz skupa raspoloživih rješenja. Čim se ciljevi poslovanja ekonomskih subjekata mogu kvantitativno izraziti, za donošenje optimalnih poslovnih odluka vrlo se efikasno koriste različiti ekonomsko - matematički modeli.*

Problem ovoga istraživanja očituje se u utvrđivanju efikasnosti ekonomsko - matematičkih modela i metoda u rješavanju problema odlučivanja unutar maloga poduzeća. Iz spomenutoga proizlazi polazna hipoteza ovog istraživanja: Primjena metoda linearnoga programiranja omogućava optimizaciju poslovnoga rezultata u ograničenim uvjetima poslovanja maloga poduzeća.

Uvažavajući uvjete poslovanja, definirana su tri modela linearnoga programiranja, te je pri utvrđivanju optimalnoga asortimana poslovnoga subjekta korištena simpleks metoda. Rezultati empirijskoga primjera pokazuju da primjenom modela linearnoga programiranja donositelj odluke ima mogućnost upoznati se s mogućim efektima odluke, i temeljem toga, a u skladu sa svojim ciljevima, odabrati optimalan način rješavanja konkretnoga poslovnoga problema.

Ključne riječi: *optimizacija, metode linearnoga programiranja, simpleks metoda, analiza osjetljivosti.*

Summary: *Competitive advantages of a modern-day enterprise are determined by global competition which results in ever tougher market conditions. The achievement of a competitive advantage implies to devise innovative business models and employ highly efficient procurement and production processes. The growing variety of options arising from technological and social developments, prevent a reliable choice of an appropriate business model, in particular for small sized enterprises. In conditions when the goals of a business enterprise can be expressed in quantitative terms, mathematical models to make optimal business decisions can be used.*

The problem of the research is manifested in determining the effectiveness of economic-mathematical methods in decision-making problems solving within a small business. The main research hypothesis is defined as: The application of linear programming methods enables the optimization of business results in limited business conditions of small enterprise.

Considering business conditions, three linear programming problems were defined. In order to determine the optimal programme of business subject, the simplex method was used. The results of the empirical research show that by applying the mentioned models, the decision maker has the opportunity to get acquainted with the possible effects of his decision and, based on that and in accordance with his goals, choose the optimal way to solve a specific business problem.

Keywords: *optimization, economic-mathematical models, simplex method, sensitivity analysis*

1. Uvod

Poslovni subjekti u okviru vlastitoga poslovanja svakodnevno se susreću s problemom donošenja odluka što podrazumijeva određenu razinu rizika prouzročenu neizvjesnošću budućega kretanja vanjskoga i unutarnjega okruženja poduzeća. Poslovni subjekt u iznimno malom broju situacija može utjecati na vanjsko okruženje, ali zato prikladnim aktivnostima i primjenom metoda donošenja odluka uvelike može pridonijeti razvoju i napretku unutarnjega okruženja. U uvjetima mogućnosti kvantificiranja poslovnih *inputa* poduzeća pri donošenju odluka, uprava ili odgovorne osobe poslovnoga subjekta mogu se koristiti alatima metoda poslovnoga odlučivanja. Jedan od takvih alata je linearno programiranje; dio matematike koji se bavi pronalaženjem optimalnoga rješenja problema, a u okviru danih ograničenja.

Cilj je ovoga rada prikazati primjenu simpleks metode, kao jedne od metoda rješavanja problema linearnoga programiranja, u optimizaciji poslovanja maloga poslovnoga subjekta. Iz samoga cilja proizlazi temeljna hipoteza ovog istraživanja: Primjena metoda linearnoga programiranja omogućava optimizaciju poslovnoga rezultata u ograničenim uvjetima poslovanja maloga poduzeća. U svrhu ispitivanja pouzdanosti postavljene pretpostavke, sukladno podatcima kojima se raspolaže formulirani se odgovarajući problemi linearnoga programiranja, te su isti riješeni simpleks metodom. Po dobivenim rezultatima provedena je analiza osjetljivost, i iznijeti su ključni zaključci koji se mogu koristiti u daljnjem poslovanju i donošenju poslovnih odluka.

2. Pregled dosadašnjih istraživanja

Od dosadašnjih istraživanja relevantnih za provođenje ovog istraživanja ističe se rad autora Obergoza i suradnika (Obergozo i sur, 2018.) koji su istraživali pristupe planu nabave i proizvodnje poduzeća, uspoređujući ih sa zahtjevima poduzeća. Autori navode da je njihovo istraživanje polazišna osnova istraživačima i praktičarima modela optimizacije koji se koriste u planiranju nabave i proizvodnje. Radovi koji su analizirani u tom radu odnose se na, s jedne strane planiranje nabave, i s druge strane integraciju plana nabave s planom proizvodnje.

Kada je riječ o istraživanjima mogućnosti uporabe operacijskih istraživanja u malim i srednjim poduzećima, može se istaknuti istraživanje Oladejo i suradnika (2019.) koji su metode linearnoga programiranja koristili u svrhu predstavljanja principa optimizacije poslovanja pekarnice. Koristeći sekundarne podatke autori su postavili matematički model proizvodnje različitih tipova pekarskih proizvoda i riješili ga putem AMPL programske podrške. Rezultati istraživanja potvrdili su da se menadžer analiziranoga maloga poduzeća treba više koncentrirati na određene tipove proizvoda koji donose maksimalne profite.

Marivic (2018.) započinje istraživanje isticanjem činjenice da je pokretanje maloga poduzeća kompleksno, posebice jer se posao pokreće u uvjetima nedostatnih financijskih sredstava. Autorica koristi podatke online prodavaonica odjeće i putem programa QM Windows određuje optimalnu kombinaciju proizvoda za maksimizaciju profita, i zaključno ističe preporuku online prodavaonicama odjeće da u fazi ekspanzije poslovanja uzmu obzir metode linearnoga programiranja u svrhu donošenja poslovnih odluka. Da se metode linearnoga programiranja slabo koriste u praksi zaključuju Akpan i Iwok (2016.) u radu koji se bavi problematikom primjene linearnoga programiranja u optimizaciji sirovina u pekarnici. Ovi autori ističu da se odluke većine menadžera proizvodnje temelje ukupno *inputu* i *outputu* koji nastaje u procesu proizvodnje, te da je takvo odlučivanje pristrano i nepouzdano. Upravo u toj činjenici, navode autori, nalazi se prostor za primjenu metoda linearnoga programiranja, jer su osmišljene za donošenje odluka u uvjetima ograničenih resursa.

Cvetovska (2016.) je ispitala korištenje metoda operacijskih istraživanja u mikro, malim i srednjim poduzećima u Makedoniji. U svom radu zaključuje kako postoje brojne metode operacijskih istraživanja koje poduzetnici mogu koristiti u svrhu povećanja učinkovitosti poslovanja te istaknula niz prednosti korištenja istih, ali i da ih koristi vrlo mali broj menadžera analiziranih poduzeća.

Problem upravljanja logistikom u malim i srednjim poduzećima, procedurama poboljšanja logistike i optimizacije poslovanja bavili su se autori Xinsheng (Xinsheng i sur, 2011.) koji su koristili TOC (*Theory of Constrains*) u pronalaženju internih pravila proizvodnje pod različitim uvjetima poslovanja. Autori su zaključili da integriranje informacija iz područja logistike u poduzećima u okviru modela optimizacije jamči racionalni plan nabave i proizvodnje, kontrolu ritma proizvodnje, reduciranje troškova nabave i proizvodnje i dr.

Na našim se prostorima metodama optimizacije bavio nešto manji broj istraživača, pri čemu su metode optimizacije korištene u različitim područjima. Primjerice, Venkrbec sa suradnicima (2018.) istražuju o metodama matematičkog programiranja s mogućnostima primjene u građevinskoj industriji, dok se u istraživanju Pavkova i sur (2013.) modeli optimizacije koriste u optimizaciji procesa sušenja voća.

Tomašević (2007.) se u svom istraživanju bavi pitanjima donošenja odluka temeljem matematičkih metoda i informatičkih podloga u tom procesu. Prema ovome istraživanju zaključuje se da se osobitosti procesa donošenja odluka menadžera mogu usmjeriti prema egzaktnim metodama odlučivanja povišenjem menadžerskih znanja, stjecanjem iskustva i treniranjem. U radu su izložene neke metode koje se koriste u procesu menadžerskoga odlučivanja kako bi se ukazalo na važnost matematičkih metoda u korpus menadžerskoga znanja.

Prema istraživanju Mikić (2009.) rezultati aktivnoga upravljanja troškovima u hrvatskim malim i srednjim proizvodnim poduzećima najviše se očituju u povećanju tržišne konkurentnosti smanjenjem troškova poslovanja, smanjenju financijskih izdataka, ostvarivanju veće dodatne vrijednosti u proizvodnji, smanjenju poslovnoga rizika te postizanju bolje kontrole nad cjelokupnim proizvodnim procesom. To se može smatrati ohrabrujućom činjenicom u shvaćanju potrebe za korištenjem znanstvenih metoda u traženju mogućnosti za unaprjeđenje poslovnoga rezultata.

3. Podatci i metodologija

U ovom djelu rada pobliže se definira metodologija istraživanja, te opisuje uzorak podataka prikupljenih za potrebe istraživanja.

3.1. Podatci

U svrhu ispitivanja istinitosti polazne hipoteze ovoga istraživanja provedena je obrada sekundarnih podataka poslovnog subjekta koji se bavi djelatnošću prodaje na malo. Uz vlasnicu poslovnoga subjekta koja ne prima plaću, poslovni subjekt zapošljava jednu djelatnicu na neodređeno radno vrijeme. Subjekt trguje s nekoliko desetaka različitih artikala koje je moguće svrstati u šest karakterističnih kategorija (nadalje u radu navedeno kao kategorije: A, B, C, D, E i F).

Za potrebe ovoga istraživanja, prema službenim dokumentima poslovnoga subjekta (podatci iz svibnja 2019. godine) generirani su sljedeći podatci poslovnoga subjekta:

- poslovni subjekt raspolaže sa 71,20 dm^2 prostora. Mjesta za izlaganje raspoređena su u 3 karakteristična prostora: police (35,20 dm^2 prostora), ladice (6,00 dm^2 prostora) i viseća mjesta (30,00 dm^2 prostora).
- na 71,20 dm2 raspoloživoga prostora potrebno je rasporediti artikle, odnosno kategorije artikala: A, B, C, D, E, F. Svaka kategorija artikala zauzima određeni prostor. Raspoloživi podatci navedeni su u tablici u nastavku.

Tablica 1. Podatci za pojedini artikl

Artikl	Min prostora (u dm^2)	PK (svibanj)	NC	PC
A	0,05	34	25	53
B	0,1	65	35	78
C	0,15	18	60	116
D	0,08	28	25	51
E	0,13	54	38	71
F	0,18	14	65	97

Izvor: Obrada autorica prema podatcima iz poslovnih knjiga

* PK – prodana količina
** NC – nabavna cijena
*** PC – prodajna cijena

- od mogućih 71,2 dm2 na početku mjeseca mora biti popunjeno minimalno 80 % prostora.
- također, poslovni subjekt je temeljem prethodno prikupljenih podataka utvrdio je da početkom mjeseca artikala A, C, D i F kategorije mora biti minimalno 60 komada, a s ciljem zadovoljenja potencijalne potražnje artikla B i E kategorije mora biti minimalno 70 komada. Početkom mjeseca svibnja, svakoga od spomenutih artikala bilo je na stanju 90 komada, a tijekom mjeseca svibnja, sveukupno je prodano 213 komada (distribucija prodaje navedena u trećem stupcu tablice 1).

Osim navedenih podataka, iz dokumenata poslovnoga subjekta generirani su sljedeći dostupni podatci (svibanj 2019.):

Tablica 2. Fiksni troškovi poslovnoga subjekta

	Iznos (HRK)
Internet/telefon	207,00
Komunalac	75,00
Knjigovodstvo	550,00
Najam prostora	2.000,00
Voda	38,00
Struja	150,00
UKUPNO FT	3.012,00
Trošak plaće	4.284,00
UKUPNO	7.296,00

Izvor: Izrada autora prema podatcima iz poslovnih knjiga subjekta

- prodaja 213 komada artikala rezultirala je prometom u iznosu 15.580,00 HRK. Dodavanjem gradskoga poticaja za zapošljavanje (u iznosu od 500,00 HRK) dobiveno je 16.080,00 HRK, a oduzimanjem ukupnih fiksnih troškova (prikazani Tablicom 2.) od ukupnog prihoda dobiva se iznos od 8.784,00 HRK, što predstavlja maksimalna sredstva raspoloživa za nabavu.
- prodajna se marža za analizirane artikle kretala u rasponu od 30 – 70 % (ovisno o artiklu).

Temeljem dostupnih podataka provedeno je empirijsko istraživanje koje za cilj ima odrediti optimalni plan prodaje i nabave s obzirom na različite ciljeve: maksimiziranje prihoda od prodaje, minimiziranje troškova nabave, kao i maksimiziranje dobiti maloga poduzetnika, uvažavajući raspoložive resurse poslovnoga subjekta.

3.2. Problemi linearnoga programiranja i simpleks metoda

Modeli linearnoga programiranja najčešće se koriste za optimizaciju poslovnih aktivnosti na mikrorazini. Prema Radoviću (2001.) postavljanje problema linearnoga programiranja počinje definiranjem ekonomskoga efekta koji se uzima kao kriterij optimalnosti, tj. određivanjem funkcije cilja čiju ekstremnu vrijednost (maksimum ili minimum) treba pronaći. Temeljni je zahtjev, koji se primjenom modela linearnoga programiranja nastoji riješiti, zahtjev za određivanjem optimalnoga programa u okvirima ograničenih resursa, te je zbog toga model linearnoga programiranja specifičan oblik modela matematičkoga programiranja kao osnovnoga oblika zadatka optimizacije. U ovom su istraživanju korištena dva modela linearnoga programiranja; mješoviti problem maksimuma i mješoviti problem minimuma. Mješoviti problem maksimuma onaj je kod kojega se, postavlja zahtjev za maksimalnom vrijednošću funkcije cilja, a u sustavu ograničenja se, uz ograničenja prvog tipa (≤), javljaju i druga ograničenja (ograničenje drugog [≥] i trećeg tipa [=]). Sve tri vrste ograničenja ukazuju na raznovrsnost resursa i zahtjeva unutar danog problema. Za razliku od ovog problema, kod mješovitoga problema minimuma funkcija cilja izražava zahtjev za određivanjem minimalne vrijednosti programa, uz mješoviti sustav ograničenja (ograničenja prvoga, drugoga i trećega tipa).

Prilikom obrade podataka korištena je jedna od metoda rješavanja problema linearnoga programiranja – simpleks metoda. Naime, budući da se, prema Renderu i dr. (2018, 259), grafička metoda može koristiti jedino u slučajevima kada su u pitanju dvije varijable odlučivanja, ista nije prikladna kada je riječ o problemima s tri i više varijable. Zbog toga, simpleks metoda ima sve širu primjenu što proizlazi iz činjenice da omogućava uključivanje više od dva učinka u problem. Omogućuje donošenje odluka vezanih uz različite poslovne situacije, poput nabava raznolikoga asortimana za potrebe maloprodaje, odluka o količini izrade višestrukoga broja učinaka u tvornici ili odluku o izboru pružanja usluga različitih nekoga odmarališta, problem smanjenja troškova nabave, i mnogobrojne druge odluke.

Postupak izračuna optimalnoga rješenja problema linearnoga programiranja simpleks metodom ostvaruje se kroz iteracije, pri čemu u svakoj sljedećoj iteraciji, odnosno odgovarajućoj tabeli, vrijednost cilja problema maksimuma mora biti veća (ili manja, ukoliko se radi o problemu minimuma) od odgovarajuće vrijednosti iz prethodne tabele. Korištenjem ove metode, a u svrhu dobivanja optimalnog rješenja, u svakoj se iteraciji mijenja struktura baze, na način da neke od prethodno nebazičnih varijabli postaju bazične, i obratno. Prema Backoviću i suradnicima (2014., 268.), svaka iteracija podrazumijeva sljedeće korake:

1. određivanje varijable (prethodno nebazične) koja će ući u bazu;
2. određivanje varijable (prethodno bazične) koja će napustiti bazu;
3. utvrđivanje vrijednosti varijabli u novom poboljšanom rješenju, odnosno novoj simpleks tabeli;
4. utvrđivanje vrijednosti koeficijenata nove simpleks tabele; te
5. utvrđivanje vrijednosti funkcije cilja koja odgovara rješenju koje je predstavljeno novom simpleks tabelom, kao i izračunavanje vrijednosti funkcije z_j za sve varijable.

U analizi podataka korištena je *POM QM v.4.* programska potpora.

3.3. Analiza osjetljivosti

Po dobivenom optimalnom rješenju polaznoga problema, neovisno o kojoj se metodi rješavanja radi, postoji mogućnost promjene nekoga od uvjeta poslovanja, te se postavlja pitanje hoće li nastale promjene rezultirati promjenom strukture vektorske baze temeljem koje je određeno optimalno rješenje. Stoga se, nakon već definiranoga optimalnoga programa, provodi analiza osjetljivosti. Pod analizom osjetljivosti podrazumijeva se postupak koji se koristi u svrhu ispitivanja hoće li promjena nekoga od parametara modela linearnoga programiranja utjecati na promjenu već izračunatoga optimalnoga rješenja. (Backović, Vuleta i Popović, 2014., 296.). Analizom osjetljivosti pokušava se utvrditi kako model ovisi o određenim vrijednostima, o njihovoj strukturi i pretpostavkama na kojima se temelji. Važna je metoda za utvrđivanje kvalitete određenoga modela, a koristi se i za provjeru pouzdanosti analiza (Briš, 2006., 288.)

U ovom je istraživanju analiza osjetljivosti korištena u svrhu ispitivanja opravdanosti uvođenja dodatnih resursa u poslovanje, i analiziranja raspona izvedivosti pojedinih ograničenja. U tom je smislu važno naglasiti ulogu kanonskoga i dualnoga problema, odnosno optimalnih vrijednosti dodatnih i dualnih varijabli. Dodatna varijabla, pridružena ograničenju k označava se sa x_{n+k}, a mjeri se u istoj jedinici mjere kao i ograničenje na koje se odnosi. Kod ograničenja tipa I ($\leq$) dodatna varijabla ukazuje na način korištenja ograničenih resursa, dok kod ograničenja tipa II ($\geq$) ukazuje na to za koliko je premašena minimalno definirana količina resursa definirana tim ograničenje. Vrijednosti dualnih varijabli pokazuju graničnu vrijednost funkcije cilja primarnoga problema u odnosu na resurs b_i, odnosno vrijednost dualne varijable $\hat{y}_i$ pokazuje za koliko jedinica će se povećati ili smanjiti vrijednost funkcije cilja primarnoga problema, ukoliko se korištenje resursa b_i poveća ili smanji za jednu jedinicu (Backović, Vuleta i Popović, 2014., 260.). Optimalne vrijednosti dualnih varijabli predstavljaju cijene u sjeni (*shadow prices*) ili dualne cijene, odnosno oportunitetne troškove. Prema Andersenu (2012., 102.), ukoliko je desna strana vezanog ograničenja povećana za jedan, očekuje se da će se vrijednost funkcije cilja poboljšati. U slučaju problema minimiziranja, to znači da će vrijednost funkcije cilja postati manja. Ukoliko povećanje na desnoj strani ograničenja čini optimalnu vrijednost funkcije cilja manjom, dualna vrijednost mora biti negativna.

4. Rezultati i diskusija

S obzirom na dostupne podatke definiran je problem linearnoga programiranja – mješoviti problem maksimuma, koji za cilj ima u danim uvjetima maksimizirati prihod ostvaren prodajom, te je isti riješen simpleks metodom. Postavljeni matematički model čine varijable koje označavaju pripadajuće proizvode: x_1 – proizvod A, x_2 – proizvod B, x_3 – proizvod C, x_4 – proizvod D, x_5 – proizvod E, x_6 – proizvod F, te on glasi:

$$\max Z = 53x_1 + 78x_2 + 116x_3 + 51x_4 + 71x_5 + 97x_6$$

$$\begin{gathered} 0{,}05x_1 + 0{,}1x_2 + 0{,}15x_3 + 0{,}08x_4 + 0{,}13x_5 + 0{,}18x_6 \leq 30{,}78 \\ 0{,}05x_1 + 0{,}1x_2 + 0{,}15x_3 + 0{,}08x_4 + 0{,}13x_5 + 0{,}18x_6 \geq 16{,}58 \\ 25x_1 + 35x_2 + 60x_3 + 25x_4 + 38x_5 + 65x_6 \leq 8784 \\ x_1 \geq 4 \\ x_2 \geq 45 \\ x_5 \geq 34 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0 \end{gathered} \tag{1}$$

Podatak o ukupno raspoloživom prostoru (71,2 dm^2) definira prostorna ograničenja prikazana u linearnom problemu pod (1). Naime, poslovni subjekt raspolaže sa sveukupno 71,20 dm^2 prostora, od čega se početkom mjeseca svibnja koristilo 63,1 dm^2, a do kraja se mjeseca prodajom artikala oslobodilo 22,68 dm^2 prostora, te na kraju mjeseca svibnja poslovni subjekt raspolaže sa maksimalnih 30,78 dm^2 slobodnoga prostora prilikom postavljanja matematičkog modela. Nadalje, od mogućih 71,2 dm2 na početku mjeseca mora biti popunjeno minimalno 80 % prostora. Navedeno predstavlja minimalni iskoristivi prostorni kapacitet (2. ograničenje matematičkog modela) u iznosu od 16,58. Prilikom izračuna također je uvaženo koliko je prostora tijekom mjeseca svibnja u uporabi.

Temeljem podatka o količinama raspoloživim početkom mjeseca, uvažajući informacije o količinama prodanim tijekom mjeseca, te minimalnim količinama koje je potrebno imati na raspolaganju u narednom mjesecu, izračunate su minimalne vrijednosti pojedine skupine artikala za naredni mjesec, koje su potom uvrštene u model linearnoga programiranja pod (1). Dobiveni rezultati rješenja polaznoga problema, uz optimalne vrijednosti dodatnih i dualnih varijabli, sažeto su prikazani u tablici u nastavku.

Tablica 3. Rezultata optimizacije primjenom simpleks metode – mješoviti problem maksimuma

POLAZNI PROBLEM	DUALNI PROBLEM
STRUKTURNE VARIJABLE	DODATNE VARIJABLE
$\hat{x}_1 = 4$	$\hat{y}_1 = 0$
$\hat{x}_2 = 211{,}2$	$\hat{y}_2 = 0$
$\hat{x}_3 = 0$	$\hat{y}_3 = 17{,}71$
$\hat{x}_4 = 0$	$\hat{y}_4 = 4{,}71$
$\hat{x}_5 = 34$	$\hat{y}_5 = 0$
$\hat{x}_6 = 0$	$\hat{y}_6 = 47{,}86$
DODATNE VARIJABLE	STRUKTURNE VARIJABLE
$\hat{x}_7 = 5{,}04$	$\hat{y}_7 = 0$
$\hat{x}_8 = 9{,}16$	$\hat{y}_8 = 0$
$\hat{x}_9 = 0$	$\hat{y}_9 = 2{,}23$
$\hat{x}_{10} = 0$	$\hat{y}_{10} = -2{,}71$
$\hat{x}_{11} = 166{,}2$	$\hat{y}_{11} = 0$
$\hat{x}_{12} = 0$	$\hat{y}_{12} = -13{,}69$
Max z= 19.099,60 HRK	

Izvor: Izrada autorica sukladno podatcima iz programske podrške POM-QM v.4.

Dobiveni optimalni plan nalaže da, uvažavajući ograničene resurse, u narednom mjesecu treba prodati 4 komada artikla A, 211 komada artikla B, te 34 komada artikla E. Artikli C, D, F nisu uključeni u optimalni plan. Tim će se planom ostvariti maksimalni potencijalni prihod od 19.084,00 HRK (Napomena: maksimalni potencijalni prihod korigiran je uslijed pretvaranja decimalnih brojeva u cijele brojeve).

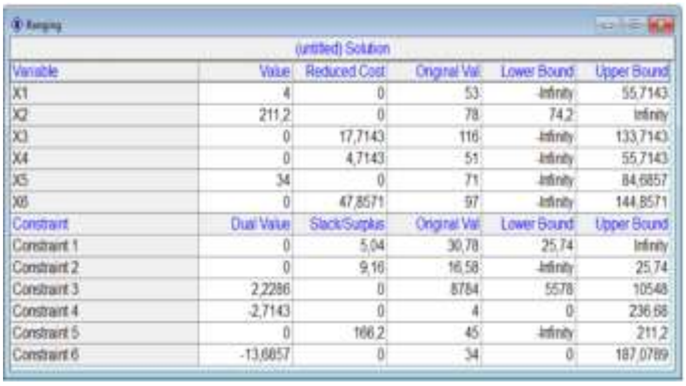
Dodatne varijable polaznog modela $\hat{x}_9 = 0$, $\hat{x}_{10} = 0$ i $\hat{x}_{12} = 0$ predstavljaju usko grlo programa, a ostale vrijednosti dodatnih varijabli imaju sljedeće značenje: $\hat{x}_7 = 5{,}04$ pokazuje da je sukladno optimalnom planu ostalo neiskorišteno 5,04 dm^2 dostupnoga prostora, $\hat{x}_8 = 9{,}16$, pokazuje da je iskorišteno 9,16 dm^2 više od minimalno predviđenih 16,58 dm^2 prostora, $\hat{x}_{11} = 166$, te pokazuje da je u optimalnom planu nabavljeno 166 komada artikla B više od minimalno predviđenih 45.

Što se tiče dualnih varijabli, $\hat{y}_1 = 0$, $\hat{y}_2 = 0$, $\hat{y}_5 = 0$ pokazuju da su u optimalnom planu $\hat{x}_1,\ \hat{x}_2,\ \hat{x}_5 > 0$ (tj. artikli A, B i E ušli su u program), dok $\hat{y}_3$, $\hat{y}_4$ i $\hat{y}_6 > 0$ daje informaciju za koliko bi se najmanje trebao promijeniti koeficijent u funkciji cilja kako bi odgovarajuća varijabla bila konkurentna ući u program. Prema tome, prodajna cijena proizvoda C trebala bi se povećati za barem 17,71 HRK, proizvoda D za 4,71 a proizvoda F za 47,86, kako bi navedeni proizvodi bili dovoljno konkurentni da uđu u program.

Vrijednosti $\hat{y}_7 = 0$, $\hat{y}_8 = 0$ i $\hat{y}_{11} = 0$ znače da ukoliko bi se u 1., 2. i 5. ograničenje uvelo dodatnu jedinicu resursa, ne bi se ostvarile promjene u funkciji cilja. Vrijednost strukturne dualne varijable $\hat{y}_9 = 2{,}23$ znači da ukoliko bi se raspoloživa novčana sredstva povećala za jednu novčanu jedinicu, da bi se funkcija cilja povećala za 2,33 novčane jedinice (konkretnije, na dodatnih 1000 HRK novčanih sredstava, mali bi poduzetnik mogao ostvariti 2330 HRK dobiti više). Očekivano, pad maksimalne vrijednosti prihoda pokazuju strukturne dualne vrijednosti koje se odnose na 4. i 6. ograničenje ($\hat{y}_{10} = -2{,}71$ što znači da ukoliko bi se u asortiman uvrstila dodatna jedinica artikla A, došlo bi do smanjenja funkcije cilja u vrijednosti 2,71 HRK, dok $\hat{y}_{12} = -13{,}69$ znači da ukoliko bi se u asortiman uvrstila dodatna jedinica artikla E, došlo bi do smanjenja funkcije cilja u vrijednosti 13,69 HRK). Naime, optimalnim je programom predviđena prodaja 4 jedinice artikla A, i 34 jedinice artikla E.

Informacije potrebne za ispitivanje utjecaja promjene nekih parametara modela na optimalnost rješenja prikazane su na Slici 1.

Slika 1. Podatci za analizu osjetljivosti – mješoviti problem maksimuma



Ranging

(untitled) Solution					
Variable	Value	Reduced Cost	Original Val	Lower Bound	Upper Bound
X1	4	0	53	-Infinity	55,7143
X2	211,2	0	78	74,2	Infinity
X3	0	17,7143	116	-Infinity	133,7143
X4	0	4,7143	51	-Infinity	55,7143
X5	34	0	71	-Infinity	84,6857
X6	0	47,8571	97	-Infinity	144,8571
Constraint	Dual Value	Slack/Surplus	Original Val	Lower Bound	Upper Bound
Constraint 1	0	5,04	30,78	25,74	Infinity
Constraint 2	0	9,16	16,58	-Infinity	25,74
Constraint 3	2,2286	0	8784	5578	10548
Constraint 4	-2,7143	0	4	0	236,68
Constraint 5	0	166,2	45	-Infinity	211,2
Constraint 6	-13,6857	0	34	0	187,0789

Izvor: Obrada autorica prema podatcima

Optimalni raspon je raspon vrijednosti preko kojih se optimalne vrijednosti varijabli neće promijeniti. Ukoliko bi se prodajna cijena artikla A promijenila s 53 HRK na 55 HRK, dobiveno je rješenje i dalje optimalno, no potencijalni prihod ne iznosi 19.084,00 HRK, već 19.092,00 HRK jer postoji dodatnih 2,00 HRK prihoda po jedinici artikla A, odnosno sveukupno 8,00 dodatnih kuna prihoda po artiklu A.

Raspon izvedivosti pokazuje raspon vrijednosti za desnu stranu ograničenja (slobodne članove u sustavu ograničenja problema linearnog programiranja) preko kojih dualne cijene ostaju iste.

Istovremeno je, s obzirom na dostupne podatke, definiran mješoviti problem minimuma, model linearnog programiranja koji za cilj ima minimizirati troškove nabave artikla. Model glasi:

$$\min Z = 25x_1 + 35x_2 + 60x_3 + 25x_4 + 38x_5 + 65x_6$$

$$\begin{gathered} 0{,}05x_1 + 0{,}1x_2 + 0{,}15x_3 + 0{,}08x_4 + 0{,}13x_5 + 0{,}18x_6 \leq 30{,}78 \\ 0{,}05x_1 + 0{,}1x_2 + 0{,}15x_3 + 0{,}08x_4 + 0{,}13x_5 + 0{,}18x_6 \geq 16{,}58 \\ 25x_1 + 35x_2 + 60x_3 + 25x_4 + 38x_5 + 65x_6 \leq 8784 \\ x_1 \geq 4 \\ x_2 \geq 45 \\ x_5 \geq 34 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0 \end{gathered} \tag{2}$$

U svrhu dobivanja optimalnoga programa je, kao i u prethodnom slučaju, korištena simpleks metoda i program *POM – QM v.4.* Dobiveni rezultati sažeto su prikazani u nastavku.

Tablica 4. Rezultata optimizacije primjenom simpleks metode – mješoviti problem minimuma

POLAZNI PROBLEM	DUALNI PROBLEM
STRUKTURNE VARIJABLE	DODATNE VARIJABLE
$\hat{x}_1 = 4$	$\hat{y}_1 = 0$
$\hat{x}_2 = 45$	$\hat{y}_2 = 0$
$\hat{x}_3 = 0$	$\hat{y}_3$=16,15
$\hat{x}_4 = 0$	$\hat{y}_4 = 1{,}62$
$\hat{x}_5 = 91{,}39$	$\hat{y}_5 = 0$
$\hat{x}_6 = 0$	$\hat{y}_6 = 12{,}38$
DODATNE VARIJABLE	STRUKTURNE VARIJABLE
$\hat{x}_7 = 14{,}24$	$\hat{y}_7 = 0$
$\hat{x}_8 = 0$	$\hat{y}_8 = -292{,}31$
$\hat{x}_9 = 3636{,}39$	$\hat{y}_9 = 0$
$\hat{x}_{10} = 0$	$\hat{y}_{10} = -10{,}38$
$\hat{x}_{11} = 0$	$\hat{y}_{11} = -5{,}77$
$\hat{x}_{12} = 57{,}38$	$\hat{y}_{12} = 0$
Min z= 5.147,44 HRK	

Izvor: Izrada autorica sukladno podatcima iz programske podrške POM-QM v.4.

Dobiveni optimalni plan nalaže da, uvažavajući ograničene resurse, u narednom mjesecu treba nabaviti 4 komada artikla A, 45 komada artikla B te 91 komad artikla E. Artikli C, D, F nisu uključeni u optimalni plan. Tim će se planom ostvariti minimalni troškovi nabave u vrijednosti od 5.133,00 HRK (Napomena: maksimalni potencijalni prihod korigiran je usljed pretvaranja decimalnih brojeva u cijele brojeve).

Dodatne varijable polaznoga modela $\hat{x}_8 = 0$, $\hat{x}_{10} = 0$ i $\hat{x}_{11} = 0$ pokazuju da su ograničenja vezana uz njih (2., 4. i 5.) usko grlo programa, a ostale vrijednosti dodatnih varijabli znače: $\hat{x}_7 = 14{,}24$, pokazuje da je ostalo neiskorišteno 14,24 dm^2 dostupnog prostora, $\hat{x}_9 = 3636{,}39$ pokazuje da je ostalo neiskorišteno 3636,39 HRK od dostupnih 8.784,00 HRK, $\hat{x}_{12} = 57$ pokazuje da je u optimalnom planu 57 komada artikla E više od minimalno predviđenih 54.

Dualne vrijednosti $\hat{y}_1 = 0$, $\hat{y}_2 = 0$, $\hat{y}_5 = 0$ pokazuju da su u optimalnom planu $\hat{x}_1$, $\hat{x}_2$, $\hat{x}_5 > 0$ (tj. da su artikli A, B i E ušli u program). Vrijednosti $\hat{y}_7 = 0$, $\hat{y}_9 = 0$ i $\hat{y}_{12} = 0$ znače da ukoliko bi se u 1., 3. i 6. ograničenje uvelo dodatnu jedinicu resursa, ne bi ostvarile promjene u vrijednosti funkcije cilja. Vrijednost strukturne dualne varijable $\hat{y}_8 = -292{,}31$ znači da ukoliko bi se minimalni prostor za izlaganje povećao za 1 dm^2, da bi se funkcija cilja smanjila za 292,31 novčane jedinice. Također očekivano, snižavanje vrijednosti troškova pokazuju i strukturne dualne vrijednosti koje se odnose na 4. i 5. ograničenje, odnosno: $\hat{y}_{10} = -10{,}38$ pokazuje da ukoliko bi se u asortiman uvrstila dodatna jedinica artikla A, to rezultira smanjenjem funkcije cilja u vrijednosti 10,38 HRK, te $\hat{y}_{11} = -5{,}77$ pokazuje da ukoliko bi se u asortiman uvrstila dodatna jedinica artikla B, dolazi do smanjenja funkcije cilja u vrijednosti 5,77 HRK.

Informacije potrebne za ispitivanje utjecaja promjene nekih parametara modela na optimalnost rješenja dane su Slikom 2.

Slika 2. Podatci za analizu osjetljivosti– mješoviti problem minimuma

Ranging

(untitled) Solution

Variable	Value	Reduced Cost	Original Val	Lower Bound	Upper Bound
X1	4	0	25	14,6154	Infinity
X2	45	0	35	29,2308	Infinity
X3	0	16,1538	60	43,8462	Infinity
X4	0	1,6154	25	23,3846	Infinity
X5	91,3846	0	38	0	40,625
X6	0	12,3846	65	52,6154	Infinity
Constraint	Dual Value	Slack/Surplus	Original Val	Lower Bound	Upper Bound
Constraint 1	0	14,2	30,78	16,58	Infinity
Constraint 2	-292,3077	0	16,58	9,12	29,0203
Constraint 3	0	3636,385	8784	5147,615	Infinity
Constraint 4	-10,3846	0	4	0	153,2
Constraint 5	-5,7692	0	45	0	119,6
Constraint 6	0	57,3846	34	-Infinity	91,3846

Izvor: Obrada autorica prema podacima

Prema slici, ukoliko se nabavna cijena artikla B promijeni s 35 HRK na 30 HRK, ovo je rješenje i dalje optimalno, no minimalni troškovi neće iznositi 5.133,00 HRK već 4.908,00 HRK, s obzirom da se troškovi snižavaju za 5,00 HRK po jedinici artikla B, odnosno sveukupno za 225,00 HRK.

Poznato je da se prethodno analizirano može povezati kroz dobit, te se u nastavku analizira i mješoviti problem maksimizacije dobiti.

$$\max Z = 17{,}4x_1 + 27{,}4x_2 + 32{,}8x_3 + 15{,}8x_4 + 18{,}8x_5 + 12{,}6x_6$$

$$\begin{aligned} 0{,}05x_1 + 0{,}1x_2 + 0{,}15x_3 + 0{,}08x_4 + 0{,}13x_5 + 0{,}18x_6 &\leq 30{,}78 \\ 0{,}05x_1 + 0{,}1x_2 + 0{,}15x_3 + 0{,}08x_4 + 0{,}13x_5 + 0{,}18x_6 &\geq 16{,}58 \\ 25x_1 + 35x_2 + 60x_3 + 25x_4 + 38x_5 + 65x_6 &\leq 8784 \\ x_1 &\geq 4 \\ x_2 &\geq 45 \\ x_5 &\geq 34 \end{aligned} \tag{3}$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0$$

U ovom su problemu linearnoga programiranja ograničenja definirana kao u prethodna dva modela. Razlika je izrazu funkcije cilja, čiji su koeficijenti dobiveni uvažavajući informaciju da je se prodajna marža za analizirane artikle kretala u rasponu od 30 – 70 % (ovisno o artiklu), te koliko ostvaruje poslovni subjekt prodajom jedinice pojedine skupine artikla po odbitku poreznih davanja i uvažavajući nabavnu cijenu artikla.

Tablica 5. Rezultata optimizacije primjenom simpleks metode – mješoviti problem maksimuma (dobit)

POLAZNI PROBLEM	DUALNI PROBLEM
STRUKTURNE VARIJABLE	DODATNE VARIJABLE
$\hat{x}_1 = 4$	$\hat{y}_1 = 0$
$\hat{x}_2 = 211{,}2$	$\hat{y}_2 = 0$
$\hat{x}_3 = 0$	$\hat{y}_3$=14,17
$\hat{x}_4 = 0$	$\hat{y}_4 = 3{,}77$
$\hat{x}_5 = 34$	$\hat{y}_5 = 0$
$\hat{x}_6 = 0$	$\hat{y}_6 = 38{,}29$
DODATNE VARIJABLE	STRUKTURNE VARIJABLE
$\hat{x}_7 = 5{,}04$	$\hat{y}_7 = 0$
$\hat{x}_8 = 9{,}16$	$\hat{y}_8 = 0$
$\hat{x}_9 = 0$	$\hat{y}_9 = 0{,}78$
$\hat{x}_{10} = 0$	$\hat{y}_{10} = -2{,}17$
$\hat{x}_{11} = 166{,}2$	$\hat{y}_{11} = 0$
$\hat{x}_{12} = 0$	$\hat{y}_{12} = -10{,}95$
Min z= 6.495,68 HRK	

Izvor: Izrada autorica sukladno podatcima iz programske podrške POM-QM v.4.

Prema dobivenim rezultatima, uvažavajući ograničene resurse, u narednom mjesecu treba prodati 4 komada artikla A, 211 komada artikla B te 34 komada artikla E. Niti prema ovom optimalnom programu, artikli C, D, F nisu uključeni u optimalni plan. Tim će se planom ostvariti maksimalna dobit u vrijednosti od 6.490,20 HRK (Napomena: maksimalni potencijalni prihod korigiran je uslijed pretvaranja decimalnih brojeva u cijele brojeve).

Dodatne varijable polaznoga modela $\hat{x}_9 = 0$, $\hat{x}_{10} = 0$ i $\hat{x}_{12} = 0$ pokazuju da su ograničenja vezana uz njih (3., 4. i 6.) usko grlo programa, a ostale vrijednosti dodatnih varijabli imaju sljedeće značenje: $\hat{x}_7 = 5{,}04$ pokazuje da je ostalo neiskorišteno 5,04 dm^2 dostupnoga prostora, $\hat{x}_8 = 9{,}16$ pokazuje da je iskorišteno 9,16 dm^2 više od minimalno predviđenih 16,58 dm^2, $\hat{x}_{11} = 166{,}2$ pokazuje da je u optimalnom planu 166,2 komada artikla B više od minimalno predviđenih 45.

Dualne varijable s vrijednošću $\hat{y}_1 = 0$, $\hat{y}_2 = 0$, $\hat{y}_5 = 0$ pokazuju da su u optimalnom planu artikli A, B i E ušli u program. Nadalje, prema izračunu iz programa POM QM vrijednosti $\hat{y}_7 = 0$, $\hat{y}_8 = 0$ i $\hat{y}_{11} = 0$ znače da ukoliko bi se u 1., 2. i 5. ograničenje dodala dodatna jedinica resursa, ne bi došlo do promjene u vrijednosti funkcije cilja. Vrijednost strukturne dualne varijable $\hat{y}_9 = 0{,}78$ znači da ukoliko se raspoloživa novčana sredstva za proširenje asortimana povećaju za dodatnu jedinicu, to bi dovelo do povećanja vrijednosti funkcije cilja za 0,78. Do snižavanje vrijednosti funkcije cilja, dovele bi promjene u okviru 4. i 6. ograničenja. Naime, vrijednost $\hat{y}_{10} = -2{,}17$ pokazuje da ukoliko bi se u asortiman uvrstila dodatna jedinica artikla A, vrijednost dobiti bi se smanjila za 2,17 HRK, dok $\hat{y}_{12} = -10{,}95$ pokazuje da ukoliko bi se u asortiman uvrstila dodatna jedinica artikla E, dolazi do smanjenja funkcije cilja u vrijednosti 10,95 HRK.

Ispitan je i utjecaj promjene parametara modela na optimalnost rješenja, što se prikazuje u nastavku.

Slika 3. Podatci za analizu osjetljivosti– mješoviti problem maksimuma (dobit)

Ranging

(untitled) Solution

Variable	Value	Reduced Cost	Original Val	Lower Bound	Upper Bound
X1	4	0	17,4	-Infinity	19,5714
X2	211,2	0	27,4	24,36	Infinity
X3	0	14,1714	32,8	-Infinity	46,9714
X4	0	3,7714	15,8	-Infinity	19,5714
X5	34	0	18,8	-Infinity	29,7486
X6	0	38,2857	12,6	-Infinity	50,8857
Constraint	Dual Value	Slack/Surplus	Original Val	Lower Bound	Upper Bound
Constraint 1	0	5,04	30,78	25,74	Infinity
Constraint 2	0	9,16	16,58	-Infinity	25,74
Constraint 3	,7829	0	8784	5578	10548
Constraint 4	-2,1714	0	4	0	236,68
Constraint 5	0	166,2	45	-Infinity	211,2
Constraint 6	-10,9486	0	34	0	187,0789

Izvor: Obrada autorica prema podacima

Dobiveni rezultati pokazuju da ukoliko se, primjerice, dobit po jedinici proizvoda B promijeni s 27,4 HRK na 40 HRK, ovo je rješenje i dalje optimalno, no dobit će se promijeniti, te će iznositi: 9.1488,8 HRK.

Prethodno navedeni izračuni prikazali su problem maksimizacije prihoda i dobiti te minimizacije troškova. Mali poslovni subjekt može, uvažavajući navedene izračune i okolnostima poslovanja, odlučiti što mu je od ključnog interesa.

Analiza optimalnog rješenja dobivenog simpleks metodom daje donositelju informacije korisne u procesu donošenja odluke, što pokazuje prethodna analiza. Potvrđene su obje postavljene pomoćne hipoteze, a posljedično tomu i temeljnu hipotezu ovoga istraživanja. Temeljem podataka poslovnoga subjekta, postavljeni su matematički modeli linearnoga programiranja, riješeni potom simpleks metodom. Analiza i interpretacija dobivenih rezultata omogućila je donošenje zaključaka koji imaju uporabnu vrijednost u budućem donošenju odluka. Ovo je posebice važno s obzirom na činjenicu da su spomenute metode ugrađene u brojne široko dostupne, financijski prihvatljive programske podrške. Stoga se može zaključiti da u poznatim uvjetima, odnosno ograničenjima poslovanja poduzetnika, primjena metoda linearnoga programiranja omogućava optimizaciju poslovnoga rezultata.

5. Zaključak

Poslovni subjekti pri donošenju odluka o daljnjim aktivnostima poduzeća i korištenju ograničenih ekonomskih financijskih i materijalnih resursa na raspolaganju imaju razne matematičke modele i metode odlučivanja.

Ovaj rad prikazuje pozitivne učinke korištenja metoda linearnoga programiranja u procesu donošenja poslovnih odluka. Isto tako, sama odluka o korištenju metoda linearnoga programiranja nije dovoljna. Spoznaja o tome rezultirala je detaljnim opisima rezultata dobivenih kroz programsku podršku.

Ispravna primjena matematičkih metoda odlučivanja uvelike će pridonijeti rastu i razvoju svakoga poduzeća, kroz optimizaciju dimenzija poslovanja, kako je i dokazano u empirijskom primjeru. Primjena matematičkih metoda poslovnoga odlučivanja rezultirala je sljedećim zaključcima: poslovni subjekt može prihod povećati s 15.580,00 na 19.064,00 HRK, ili se, ovisno o preferencijama i strategiji poslovanja, troškove nabave u konkretnim uvjetima poslovanja može smanjiti na 5.133,00. Nadalje, prema raspoloživim podatcima, dobiveni optimalni plan pokazuje da poslovni subjekt može ostvariti maksimalna dobit u vrijednosti od 6.490,20 HRK, a analiza osjetljivosti ukazuje na to da je promjenom određenih uvjeta moguće i povećanje vrijednosti dobiti.

Povećanje prihoda ostvarivo je ukoliko poslovni subjekt donosi odluke temeljem informacija dobivenih primjenom metoda poslovnoga odlučivanja, i analizom dobivenoga optimalnoga rješenja. Iz provedenoga istraživanja i dobivenih rezultata može se zaključiti da je primjena simpleks metode omogućila optimizaciju poslovnoga rezultata u ograničenim uvjetima poslovanja maloga poduzeća. Naime, primjena simpleks metode omogućila je donošenje zaključaka koji imaju uporabnu vrijednost u daljnjem donošenju odluka, a obzirom na činjenicu da je spomenuta metoda dostupna kroz veći broj, često izrazito financijski prihvatljivih, programa, doprinos ovoga istraživanja u smislu isticanja važnosti korištenja provjerenih metoda u potpori odlučivanja maloga poduzetništva tim je veća.

Reference

1. Akpan, N. P.& Iwok, I.A. (2016) Application of Linear Programming for Optimal Use of Raw Materials in Bakery, *International Journal of Mathematics and Statistics Invention*, 4(8), str. 51-57.
2. Anderson, R. D., Sweeney, D.J., Williams, T.A., Camm, J.D., Martin, K. (2012*) An Introduction to Management Science: Quantitative Approaches to Decision Making,* Revised Thirteenth Edition, USA: South-Western Cengage Learning.
3. Andrijić, S. (2002) *Matematički modeli i metode programiranja u gospodarskom društvu*, Zagreb-Sarajevo: Sinopsis, Zagreb-Sarajevo.
4. Backović, M., Vuleta, J., Popović Z. (2014) *Ekonomsko matematički metodi i modeli*, Beograd: Ekonomski fakultet Beograd.
5. Briš, M. (2006) Sensitivity Analysis as a Managerial Decision Making Tool, Zbornik radova Interdisciplinary Management Research, Poreč, 25.-27.09.2006, str. 287-296.
6. Cvetovska, V. (2016) A survey of the use of operational research in decisions made by micro, small and medium-sized enterprises in Macedonia, *Croatian Operational Research Review*, 7(2), str. 349-365.
7. Marivic, G. M. (2018) Product Mix Optimization at Minimum Supply Cost of an Online Clothing Store using Linear Programming, *International Journal of Applied Mathematics Electronics and Computers* 6(3), str. 33-38.
8. Matousek, J., i Gärtner, B. (2007) *Understanding and Using Linear Programming*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
9. Mikić, M. (2009) Upravljanje troškovima u malim i srednjim proizvodnim poduzećima, *Zbornik Ekonomskog fakulteta u Zagrebu,* 7(1), str. 161-176.
10. Orbegozo, A., Andres, B., Mula, J., Lauras, M., Monteiro, C. i Malheiro, M. (2017) An Overview of Optimization Models for Integrated Replenishment and Production Planning Decisions, *Closing the Gap Between Practice and Research in Industrial Engineering*, str. 239-247.
11. Oladejo, N. K, Abolarinwa, A., Salawu, S.O i Lukman A.F. (2019) Optimization principle and its' application in optimizing Landmark University bakery production using linear programming, *International Journal of Civil Engineering and Technology,* 10(2), str. 183-190. http://eprints.lmu.edu.ng/2139/1/IJCIET_10_02_021.pdf

12. Pavkov, I., Babić, Lj., Babić M., Radojčin M., Stamenković Z. (2013) Matematičko modelovanje kinetike konvektivnog sušenja polutki nektarina, *Savremena poljoprivredna tehnika*, 39(2), str. 103-112.
13. Radović M., (2001) *Određivanje optimalnog asortimana proizvodnje.* Ekonomska misao i praksa, 10(2), str. 281-300. https://hrcak.srce.hr/222672.
14. Render, B., Stair, M.R.Jr., Hanna, E.M., Hale, S.T: (2018) Quantitative Analysis for Management, Pearson.
15. Somun-Kapetanović, R., Arnaut-Berilo, A., Šehić, E., Kahvić-Begić, E. (2009) *Kvantitativne metode u ekonomiji i menadžmentu*, Sarajevo: Ekonomski fakultet u Sarajevu.
16. Tanaka, Y. (2018) *On the use of the simplex method for a type of alloction problems,* Discussion Paper, Series A, Japan: Hokaido University.
17. Tomašević, M. (2007) Matematičke metode kao čimbenik odlučivanja o uspješnosti menadžmenta, *Informatologia*, 40 (2), str. 94-100.
18. Venkrbec, V., Galić, M., Klanšek, U. (2018) Optimizacija građevinskih procesa – metode, alati i primjena, *Građevinar*, 70, str. 593-606.
19. Xinsheng, W., Jinli, Z., Haixing, Z. (2011) The Optimization of Small and Medium Manufacturing Enterprises Production Logistics System Based on TOC, *ISAEBD 2011: Applied Economics, Business and Development, International Symposium*, ISAEBD 2011, Dalian, China, str. 391-401.