Rješenje nagradnog natječaja br. 235

Za realan broj $p > 1$ odredi minimalnu vrijednost sume $x+y$, gdje x i y zadovoljavaju uvjet

$$\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)\cdot\left(y+\sqrt{1+y^2}\right)=p.$$

Rješenje. Uvedimo supstituciju $t = x+\sqrt{1+x^2}$. Tada je $t > 0$ i $x = \dfrac{t^2-1}{2t}$. Sada je uvjet zadatka ekvivalentan s $y+\sqrt{1+y^2} = \dfrac{p}{t}$, odnosno

$$y = \frac{\left(\frac{p}{t}\right)^2 - 1}{2\cdot\frac{p}{t}} = \frac{p^2-t^2}{2pt}.$$

Dalje je

$$x+y = \frac{t^2-1}{2t} + \frac{p^2-t^2}{2pt} = \frac{p-1}{p}\cdot\left(t+\frac{p}{t}\right) \geq \frac{p-1}{p}\cdot\sqrt{t\cdot\frac{p}{t}} = \frac{p-1}{\sqrt{p}}.$$

Znači, minimum se postiže za $t = \dfrac{p}{t} = \sqrt{p}$, odnosno za $x = y = \dfrac{p-1}{2\sqrt{p}}$ i $\min(x+y) = \dfrac{p-1}{\sqrt{p}}$.

Knjigom Yoko Ogawa, *Profesorova omiljena jednadžba*, HENA COM, Zagreb, 2020., nagrađeni su:

1. *Marko Dodig* (3), Gimnazija Lucijana Vranjanina, Zagreb;
2. *Filip Vučić* (3), I. gimnazija, Zagreb.

Riješili zadatke iz br. 4/284

(Broj u zagradi označava razred–godište srednje–osnovne škole.)

a) Iz matematike: *Borna Cesarec* (4), Srednja škola Krapina, Krapina, 3809, 3811, 3815; *Marko Dodig* (3), Gimnazija Lucijana Vranjanina, Zagreb, 3805–3818; *Borna Gojšić* (3), Gimnazija Karlovac, Karlovac, 3807–3812, 3814–3818; *Filip Vučić* (3), 1. gimnazija, Zagreb, 3807, 3808, 3817.

b) Iz fizike: *Karla Belec* (8), OŠ Mate Lovraka, Zagreb, 487, 489; *Karlo Glasnović* (8), OŠ Mate Lovraka, Zagreb, 487, 489; *Borna Lebinac Milinović* (8), OŠ Horvati, Zagreb, 487–489; *Ivan Pejković* (8), OŠ Mate Lovraka, Zagreb, 487, 489; *David Pongrac* (8), OŠ Mate Lovraka, Zagreb, 487, 489; *Jana Ribičić* (8), OŠ Horvati, Zagreb, 487–489; *Maja Unetić* (8), OŠ Mate Lovraka, Zagreb, 487, 489; *Borna Cesarec* (4), Srednja škola Krapina, Krapina, 1756, 1762; *Marko Dodig* (3), Gimnazija Lucijana Vranjanina, Zagreb, 1758, 1760, 1761, *Borna Gojšić* (3), Gimnazija Karlovac, Karlovac, 1756–1758, 1760, 1762; *Filip Vučić* (3), I. gimnazija, Zagreb, 1756–1762.

Nagradni natječaj br. 237

Dokaži da je $3^n \geq n^3$ za svaki pozitivan cijeli broj n.

SVIM SURADNICIMA

U Matematičko-fizičkom listu objavljuju se članci iz matematike, fizike i informatike, s malim prilogom iz astronomije, zadatci i rješenja, prikazi natjecanja i ljetnih škola iz matematike i fizike, zanimljivosti u obliku članaka i zadataka od učenika, profesora i ostalih matematičara i fizičara, novosti iz znanosti, prilozi o državnoj maturi i nagradni natječaj.

Prilozi trebaju biti napisani računalom (Word, Tex, Latex) ili pisaćim strojem.

Slike trebaju biti jasno nacrtane na posebnom papiru i pogodne za presnimavanje ili pošaljite slike crtane računalom (eps, jpg, png i sl.).

Članci neka ne budu dulji od osam stranica, a ako je to potrebno neka budu napisani u nastavcima.

Pozivaju se učenici da pošalju članak o nekoj zanimljivoj temi, originalne zadatke s rješenjima ili prikaze nekih manifestacija (ljetne škole, susreti učenika, rad školske grupe).

Kako se rukopisi ne vraćaju, sačuvajte original, a pošaljite kopiju na papiru formata A-4.

Svi rukopisi podliježu recenziji redakcije ili neke stručne osobe za određeno područje.

Prilozi se šalju na adresu ovog časopisa koja je na početku lista.

RJEŠAVATELJIMA ZADATAKA

Svako rješenje neka bude napisano na **posebnom** papiru i to samo na **jednoj** strani papira. Uz svako rješenje na vrhu papira treba potpuno ispisati tekst zadatka. Svako rješenje treba čitljivo potpisati (ime i prezime), naznačiti razred, školu i mjesto. **Rješenja se mogu slati i e-poštom na adresu glavnog urednika:** `zeljko.hanjs@math.hr`

Matematičko-fizički list na Facebooku

Možete pronaći MFL i na Facebooku na stranici

`https://www.facebook.com/MatFizL`

Uz razno-razne podatke o MFL-u moći ćete naći i nove zadatke za rješavanje.