

Softverska podrška za obradu podataka geodetskih mjerenja

Mladen Zrinjski^{1,2}, Kristina Matika², Marija Stojnović³

¹ član suradnik HATZ-a u Odjelu građevinarstva i geodezije, mladen.zrinjski@geof.unizg.hr

² Geodetski fakultet – Sveučilište u Zagrebu, kristina.matika@geof.unizg.hr

³ Odvodnja d.d. Darda, marija.stojnovic@odvodnja-darda.hr

Sažetak: U Republici Hrvatskoj uveden je 2010. godine jedinstveni koordinatni sustav poprečne Mercatorove projekcije Hrvatski terestrički referentni sustav 1996 (HTRS96/TM). Dotadašnja dva sustava zamijenjeni su jednim, sa srednjim meridijanom $16^{\circ} 30'$. Zbog svojstva poprečne konformne cilindrične projekcije, problem linearne deformacije dolazi do izražaja na rubnim dijelovima projekcije. Udaljavanjem od srednjeg meridijana raste linearna deformacija koja prelazi dopuštenu vrijednost (1 dm/1 km). U ovome radu objašnjena je problematika redukcija i korekcija mjerenih duljina s fizičke površine Zemlje u ravninu projekcije HTRS96/TM. Prikazani algoritam za izračun redukcija i korekcija upotrijebljen je u izradi računalnog programa ReducDist. Kód za navedeni računalni program napisan je u programskom jeziku C# korištenjem razvojnog okruženja .NET framework i softvera za razvoj Windows aplikacija Visual Studio.

Ključne riječi: mjerena duljina, redukcije i korekcije, linearna deformacija, HTRS96/TM, ReducDist

1. Uvod

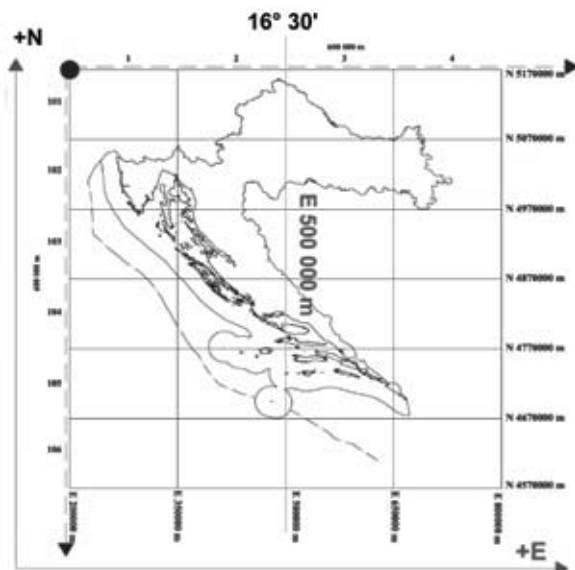
Mjerenja duljina izvode se na fizičkoj površini Zemlje, a računanja različitih geodetskih zadataka najčešće u ravnini projekcije HTRS96/TM. Uvođenjem novoga koordinatnog sustava poprečne Mercatorove projekcije HTRS96/TM, pojavio se problem nedopuštenih linearnih deformacija na približno pola teritorija Republike Hrvatske. Stoga je duljine mjerene na fizičkoj površini Zemlje potrebno prije daljnje primjene preračunati u duljine u ravnini projekcije HTRS96/TM. U ovom radu prikazan je

softverski paket, koji je izrađen za izračun redukcija i korekcija duljina s fizičke površine Zemlje u ravninu projekcije HTRS96/TM. Softver je nastao kao podrška privatnim korisnicima za obradu podataka geodetskih mjerenja.

2. HTRS96/TM

Dana 4. kolovoza 2004. godine donesena je Odluka o utvrđivanju službenih geodetskih datuma i ravninskih kartografskih projekcija Republike Hrvatske [1], [2], a koja je u punoj primjeni od 1. siječnja 2010. Na temelju ove Odluke, referentnim koordinatnim sustavom za Republiku Hrvatsku postaje Europski terestrički referentni sustav za epohu 1989.0 (ETRS89), a za službeni matematički model koristi se Geodetski referentni sustav 1980 (GRS80). Definiciji novoga položajnog referentnog koordinatnog sustava podjednako pridonosi 78 osnovnih trajno stabiliziranih geodetskih točaka čije su koordinate određene u ETRS89. Taj referentni sustav dobiva naziv Hrvatski terestrički referentni sustav za epohu 1995.55, tj. HTRS96. Epoha se odnosi na srednju godinu provedenih GPS mjernih kampanji u razdoblju od 1994. do 1996. godine, u kojima su određene koordinate tih 78 točaka u ETRS89.

Nakon ispitivanja i prijedloga pojedinih kartografskih projekcija, za novu projekciju za potrebe katastra i detaljne državne topografske kartografije odabrana je poprečna Mercatorova projekcija (TM), što je drugi naziv za Gauss-Krügerovu projekciju. Razlika u odnosu na prethodnu kartografsku projekciju je što cijelo područje Republike Hrvatske obuhvaća jedan koordinatni sustav sa srednjim meridijanom $16^{\circ} 30'$ i linearnim mjerilom 0,9999 uzduž njega [3].



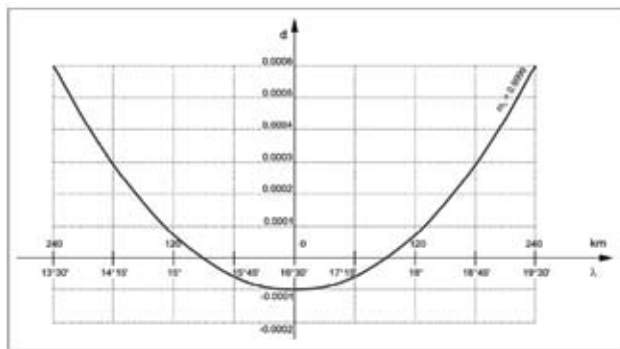
Sl. 1: Koordinatni sustav u ravnini projekcije HTRS96/TM [3]

Najveća prednost nove projekcije je prijelaz s dva koordinatna sustava na jedan koordinatni sustav bez podjela teritorija Republike Hrvatske na zone, čime se postiže jednoobraznost računanja te transformacija između zona postaje nepotrebna [4]. Zbog maksimalne moguće deformacije od 1 dm po 1 km, pri upotrebi nove projekcije potrebno je uvesti odgovarajuće popravke zbog deformacija na udaljenostima većim od 127 km od središnjeg meridijana [3]. Navedena projekcija temelji se na elipsoidu GRS80 kojim je definiran i HTRS96 te dobiva oznaku HTRS96/TM, a za koordinate u ravnini projekcije uvedene su oznake *E* (easting) i *N* (northing) (slika 1).

Transverse Mercator Projection je konformna poprečna cilindrična projekcija elipsoida u ravninu, koja je zadana uvjetima [3]:

1. projekcija je konformna
2. srednji meridijan preslikava se u pravoj veličini ili je mjerilo na njemu konstantno
3. os $N = x$ pravokutnoga koordinatnog sustava poklapa se sa slikom srednjeg meridijana.

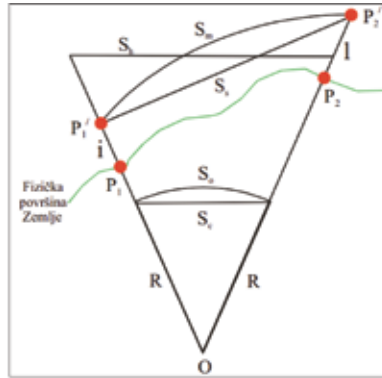
Veličina linearnih deformacija u HTRS96/TM ovisi o udaljenosti od srednjeg meridijana (slika 2). U područjima do 127 km istočno i zapadno od srednjeg meridijana linearne deformacije su unutar dopuštenog odstupanja (1 dm/1 km) te se mogu potpuno zanemariti. U područjima koja su udaljenija od 127 km od srednjeg meridijana istočno i zapadno, potrebno je izračunati utjecaj linearne deformacije na mjerene duljine.



Sl. 2: Raspodjela linearnih deformacija u HTRS96/TM [3]

3. Redukcija duljina

Duljine mjerene na fizičkoj površini Zemlje potrebno je reducirati na plohu kojom se aproksimira oblik i dimenzija Zemlje, odnosno u ravninu projekcije (slika 3). U nastavku je dan prikaz formula za računanje redukcija i korekcija mjerene duljine s fizičke površine Zemlje u ravninu projekcije HTRS96/TM.



Sl. 3: Redukcija duljine s fizičke površine Zemlje na plohu elipsoida [5]

Duljina zakrivljene putanje signala računa se prema izrazu [5]:

$$S_m = S_{mj} - \frac{S_{mj}^3}{12R^2}(k - k^2), \quad (1)$$

gdje su:

S_{mj} – mjerena duljina

S_m – mjerena duljina korigirana za atmosfersku korekciju

$k = 0,13$ – koeficijent refrakcije

R – srednji polumjer zakrivljenosti između točaka mjerenja.

Duljina tetive između točaka na fizičkoj površini Zemlje, S_s , računa se prema izrazu [5]:

$$S_s = S_m - \frac{S_m^3}{24R^2}k^2. \quad (2)$$

Prema [6] razlika između zakrivljene prostorne duljine, S_m , i tetive između točaka na fizičkoj površini Zemlje, S_s , iznosi 0,1 mm za duljine od 15 km, pa se ova redukcija može zanemariti u svakodnevnim geodetskim radovima.

Duljina tetive na elipsoidu, S_c , računa se prema izrazu [6], [7]:

$$S_c = \frac{S_s^2 - (h_2 - h_1)^2}{\sqrt{\left(1 + \frac{h_1}{R}\right)\left(1 + \frac{h_2}{R}\right)}}, \quad (3)$$

gdje su h_1 i h_2 elipsoidne visine krajnjih točaka duljine.

Za računanja ove redukcije potrebno je poznavanje visine iznad elipsoida h . Kako se u Republici Hrvatskoj koriste normalne ortometrijske visine H (visine u odnosu na

plohu geoida), potrebno je poznavati vrijednost geoidne undulacije N za stajališnu i vizurnu točku kako bi se mogli napisati sljedeći izrazi:

$$h_1 = H_1 + N_1, \quad h_2 = H_2 + N_2.$$

Redukcija s tetive, S_c , na duljinu luka normalnog presjeka na elipsoidu, S_0 , računa se prema izrazu [5]:

$$S_0 = S_c + \frac{S_c^3}{24R^2}. \quad (4)$$

Razlika između duljine geodetske linije, S , i duljine luka normalnog presjeka na elipsoidu, S_0 , je mala veličina na duljinama do 1000 km, pa se može napisati:

$$S \approx S_0.$$

Konačno, duljina u ravnini projekcije HTRS96/TM, D , računa se prema izrazu [7]:

$$D = S \left[1 + \frac{1}{2N_m^2} (1 + \eta_m^2) \bar{E}_m^2 + \frac{1}{24N_m^4} (1 + 6\eta_m^2) \bar{E}_m^4 + \frac{1}{720N_m^6} \bar{E}_m^6 + \frac{1}{24N_m^4} (1 + 2t_m^2 \eta_m^2) \bar{E}_m^2 \Delta \bar{N}^2 + \right. \\ \left. + \frac{1}{3N_m^3} t_m^2 (-\eta_m^2 - \eta_m^4) \bar{E}_m \Delta \bar{N} \Delta \bar{E} + \left(\frac{1}{24N_m^2} (1 + \eta_m^2) + \frac{1}{48N_m^4} (-3 - 2\eta_m^2) \Delta \bar{E}_m^2 \right) \Delta \bar{E}^2 + \right. \\ \left. + \frac{1}{1440N_m^4} \Delta \bar{N}^2 \Delta \bar{E}^2 - \frac{1}{1152N_m^4} \Delta \bar{E}^4 \right] \quad (5)$$

gdje su:

N_m – polumjer zakrivljenosti prvog vertikala

$\bar{E}_m$ – srednja vrijednost nereduciranih koordinata easting

$\Delta \bar{E}$, $\Delta \bar{N}$ – koordinatne razlike nereduciranih koordinata

η_m , t_m – pomoćne veličine,

a matematički izrazi za navedene veličine dane su u [7].

4. Računalni program *ReducDist*

Za potrebe računanja redukcija i korekcija mjerenih duljina s fizičke površine Zemlje u ravninu projekcije HTRS96/TM izrađen je računalni program *ReducDist* [8]. Programski kôd za navedeni računalni program napisan je u programskom jeziku C# korištenjem razvojnog okruženja *.NET framework* i softvera za razvoj Windows aplikacija *Visual Studio*. Na slici 4 prikazan je prozor za unos podataka, pri čemu su:

$E1, N1, E2, N2$ – reducirane koordinate u ravnini projekcije HTRS96/TM
 $h1, h2$ – elipsoidne visine
 S_{mj} – duljina mjerena na fizičkoj površini Zemlje.

Na slici 5 prikazan je prozor s izračunatim vrijednostima redukcija i korekcije te duljine u ravnini projekcije HTRS96/TM. To su dva osnovna prozora računalnog programa *ReducDist*.

The screenshot shows a window titled 'ReducDist'. Inside, there are seven input fields arranged in two columns: E1, E2, N1, N2, h1, h2, and Smj. Below these fields is a button labeled 'Izračunaj'.

Sl. 4: Prozor za unos podataka

The screenshot shows a window titled 'Rezultati'. It contains a list of calculated values:

- Mjerena duljina: 1000
- Redukcija duljine zbog utjecaja atmosfere: -2.32202102994703E-07
- Duljina reducirana za utjecaj atmosfere: 999.999999767798
- Redukcija na tetivu između točaka na FPZ: -1.73484329702778E-08
- Duljina tetive između točaka na FPZ: 999.99999975045
- Duljina tetive na elipsoidu: 999.921525293905
- Redukcija na tetivu elipsoida: -0.0784744565447681
- Duljina luka normalnog presjeka: 999.921526320198
- Redukcija na duljinu luka normalnog presjeka: 1.02629280718247E-06
- Odnos duljine na elipsoidu i u projekciji: 0.999172930360332
- Duljina u projekciji HTRS96/TM: 1000.74921561335
- Redukcija u ravninu projekcije: 0.827689293155231

At the bottom right of the window is a button labeled 'Izlaz'.

Sl. 5: Prozor s izračunatim vrijednostima redukcija, korekcija i duljine u HTRS96/TM

5. Zaključak

Od 2010. godine u Republici Hrvatskoj u primjeni je jedinstveni Hrvatski terestrički referentni sustav 1996 poprečne Mercatorove projekcije (HTRS96/TM). Srednji meridijan je $16^{\circ} 30'$, a linearno mjerilo na njemu je 0,9999. Udaljavanjem od srednjeg meridijana raste linearna deformacija, koja na udaljenostima većim od 127 km od srednjeg meridijana prelazi dopuštenu vrijednost od 1 dm/1 km.

Sve duljine mjere se na fizičkoj površini Zemlje, a računanja se najčešće provode u ravnini projekcije HTRS96/TM. Stoga je potrebno izračunati redukcije i korekcije mjerenih duljina s fizičke površine Zemlje u ravninu projekcije HTRS96/TM.

U tu je svrhu izrađen računalni program *ReducDist*, u koji se unose ulazne vrijednosti: reducirane koordinate u ravnini projekcije HTRS96/TM i elipsoidne visine krajnjih točaka duljine te duljina mjerena na fizičkoj površini Zemlje. Izlazne vrijednosti su izračunate redukcije i korekcije te duljina u ravnini projekcije HTRS96/TM.

Literatura

- [1] Hrvatski sabor: Odluka o utvrđivanju službenih geodetskih datuma i ravninskih kartografskih projekcija Republike Hrvatske, *Narodne novine*, 110/04, Zagreb, (2004).
- [2] Hrvatski sabor: Ispravak Odluke o utvrđivanju službenih geodetskih datuma i ravninskih kartografskih projekcija Republike Hrvatske, *Narodne novine*, 117/04, Zagreb, (2004).
- [3] Frančula, N.: *Kartografske projekcije*, interna skripta, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, (2004).
- [4] Zrinjski, M.; Barković, Đ.; Puklavec, I.: Software Support for Helmert's Transformation of Coordinates, *Conference Proceedings, Volume II – 14th International Multidisciplinary Scientific GeoConference SGEM 2014*, STEF92 Technology Ltd., Sofia, 443-450, (2014).
- [5] Bašić, T.: *Državna izmjera*, interna skripta, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, (2000).
- [6] Torge, W.: *Geodesy*, Walter de Gruyter, Berlin, New York, (2001).
- [7] Rezo, M.: *Ravninska geodezija – zbirka zadataka*, Geotehnički fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Varaždin, (2013).
- [8] Herent, M.: *Računalna podrška za obradu podataka geodetskih mjerenja*, diplomski rad, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, (2015).