

## UTJECAJ HRAPAVOSTI STIJENKI JAMSKOG VJETRENOG PROVODNIKA NA VELIČINU HIDRAULIČKOG KOEFICIJENTA TRENJA

Vladimir RENDULIĆ

Rudarsko-geološko-naftni fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Pierottijeva 6, YU-41000 Zagreb

**Ključne riječi:** Vjetrenje rudnika, Podzemne prostorije, Zračna struja, Hidraulički promjer, Hrapavost, Glatkost, Koeficijent trenja

Istraživanja turbulentnih strujanja u okruglim cijevima rezultirala su do danas mnogim hidrauličkim formulama, koje mogu poslužiti i za obračun otpora strujanju zraka u jamskim prostorijama prilikom projektiranja. Opisan je način određivanja hidrauličkog koeficijenta trenja nepodgrađenih jamskih prostorija kada je poznata veličina ekvivalentne hrapavosti dobivena mjerenjem vjetrenih parametara u sličnoj prostoriji nekog drugog rudnika. Za brzo određivanje koeficijenta trenja iz poznate hrapavosti jamske prostorije konstruiran je dvostruki mrežasti nomogram.

### Uvod

Stijenke jamskih prostorija, obzirom na način i materijal izrade, manje su ili više hrapave s izbočinama razne vrste i veličine. Primjena raznih sistema podgrađivanja jamskih prostorija povećava ili umanjuje hrapavost stijenki. Pojam hrapavosti kod strujanja nije jednoznačan. Razlikuje se »apsolutna hrapavost« kao visina izbočina raspoređena jednoliko ili nejednoliko po plaštu vjetrenog provodnika i »hidraulička hrapavost« kod koje su izbočine, manje ili više, prekrivene laminarnim graničnim slojem. Debljina graničnog sloja ovisi od brzine strujanja zraka pa ista jamska prostorija može biti, pod određenim uvjetima, hidraulički glatka ili hrapava.

Osim po obodu, hrapavost se mijenja i po duljini prostorije, gdje je karakteristično periodično ponavljanje kao posljedica određenog načina izrade ili podgrađivanja. U jamskim prostorijama hrapavost krovnih i bočnih stijenki nekoliko puta je veća nego pada. Kod strujanja zraka u prostoriji stvara se turbulencija neposredno na izbočinama hrapavosti koje usporavaju strujanje, oblikuju specifične profile brzina po duljini provodnika i direktno utječu na veličinu hidrauličkog koeficijenta trenja ( $\lambda$ ). Stijenke jamske prostorije prije će postati hidraulički hrapave kod strujanja zraka, ako posjeduju veću apsolutnu hrapavost. Oblik i raspored hrapavosti te veličina i oblik profila utječu i na polje brzina u provodniku. Na stijenrama jamske prostorije brzina je jednaka nuli, a maksimalna brzina smještena je općenito u sredinu protoka. Međutim, hrapavost djeluje na položaj maksimalne brzine tako da će ona biti smještena bliže stijenke s manjom hrapavosti.

Veličina, oblik i raspored hrapavosti varira po duljini prostorije, stoga apsolutna hrapavost ne može

**Key-words:** Mine ventilation, Underground openings, Air current, Hydraulic diameter, Roughness, Smoothness, Friction factor

The studies of turbulent flows in round pipes resulted in many hydraulic formulas up to these days, which can also serve in projecting to calculate the resistance to the air flow in underground openings. The report discusses the way of establishing the hydraulic friction factor of untimbered underground workings when the value of equivalent roughness is obtained by measuring the ventilation parameters in a similar working of some other mine. A double reticular nomogram has been constructed for the fast determination of friction coefficient from the known roughness of an underground working.

biti odlučujuća za veličinu trenja. Važna je »relativna hrapavost«, definirana kao odnos apsolutne hrapavosti i hidrauličkog promjera, ( $k/D$ ).

Suprotan pojam relativnoj hrapavosti je »relativna glatkost«, koja predstavlja odnos hidrauličkog promjera i apsolutne hrapavosti, ( $D/k$ ).

Hidraulički promjer za uvjete jamskih vjetrenih provodnika računa se prema formuli:

$$D' = 4F/U$$

gdje su:

F – površina poprečnog presjeka jamske prostorije,  $m^2$ ;

U – opseg poprečnog presjeka prostorije, m.

Kod jamskih prostorija hidraulički promjer obično nije velik broj i iznosi oko 5 i manje.

Kriterij za određivanje režima strujanja je Reynoldsov broj (Re), definiran kao odnos sila inercije i sila trenja u fluidu. Za strujanje kroz okrugle cijevi računa se prema formuli:

$$Re = v d \rho / \mu$$

gdje su:

$\rho$  – gustoća fluida,  $kg/m^3$ ;

d – promjer cijevi, m;

v – brzina strujanja fluida, m/s;

$\mu$  – dinamička viskoznost fluida, Pa·s.

Kod upotrebe ovog kriterija za strujanje u jamskom vjetrenom provodniku u formulu se uključuje hidraulički promjer, čime se dobiva oblik

$$Re = 4Q/Uv$$

gdje su:

Q – protočna količina zraka,  $m^3/s$ ;

U – opseg poprečnog presjeka prostorije, m;

v – kinematička viskoznost fluida,  $m^2/s$ .

### Turbulentna strujanja u okruglim cijevima

Dosadašnji eksperimentalni materijal o unutrašnjoj strukturi turbulentnih tokova u cijevima rezultirao je do danas mnogim formulama i konstrukcijama korisnih dijagrama sa svrhom određivanja pouzdane vrijednosti koeficijenta hidrauličkog trenja ( $\lambda$ ). Na osnovi ispitivanja strujanja u glatkim cijevima i cijevima s jednolikom pješčanom hrapavosti Nikuradse je konstruirao dijagram poznat pod nazivom »Nikuradseova harfa« (Pečornik, 1985), koji se smatra osnovom za sva daljnja istraživanja. Dijagram prikazuje ovisnosti koeficijenta trenja ( $\lambda$ ) od Reynoldsovog broja ( $Re$ ) i hrapavosti stijenki cijevi. Turbulentno strujanje u dijagramu može se podijeliti na tri područja s različitim funkcijskim ovisnostima varijabli  $\lambda$ ,  $Re$ ,  $k/d$ :

- za turbulentno strujanje u području hidraulički glatkih cijevi  $\lambda = f(Re)$ ;
- za turbulentno strujanje u prijelaznom području  $\lambda = f(Re, k/d)$ ;
- za turbulentno strujanje u području hidraulički hrapavih cijevi  $\lambda = f(k/d)$ ;

Kasnija istraživanja turbulentnih strujanja u cijevima (Prandtl-Kármán, Colebrook-White, Altšulj, Moody, Pečornik i dr.) rezultirala su nizom egzaktnih i aproksimacijskih formula za pojedina područja, od kojih vrijede kao vrlo točne:

- za strujanje u području hidraulički glatkih cijevi, formula Prandtl-Kármána:

$$1/\lambda^{1/2} = 2 \lg(Re \lambda^{1/2}) - 0,8;$$

- za strujanje u prijelaznom području kod nejednolike hrapavosti, formula Colebrook-Whitea:

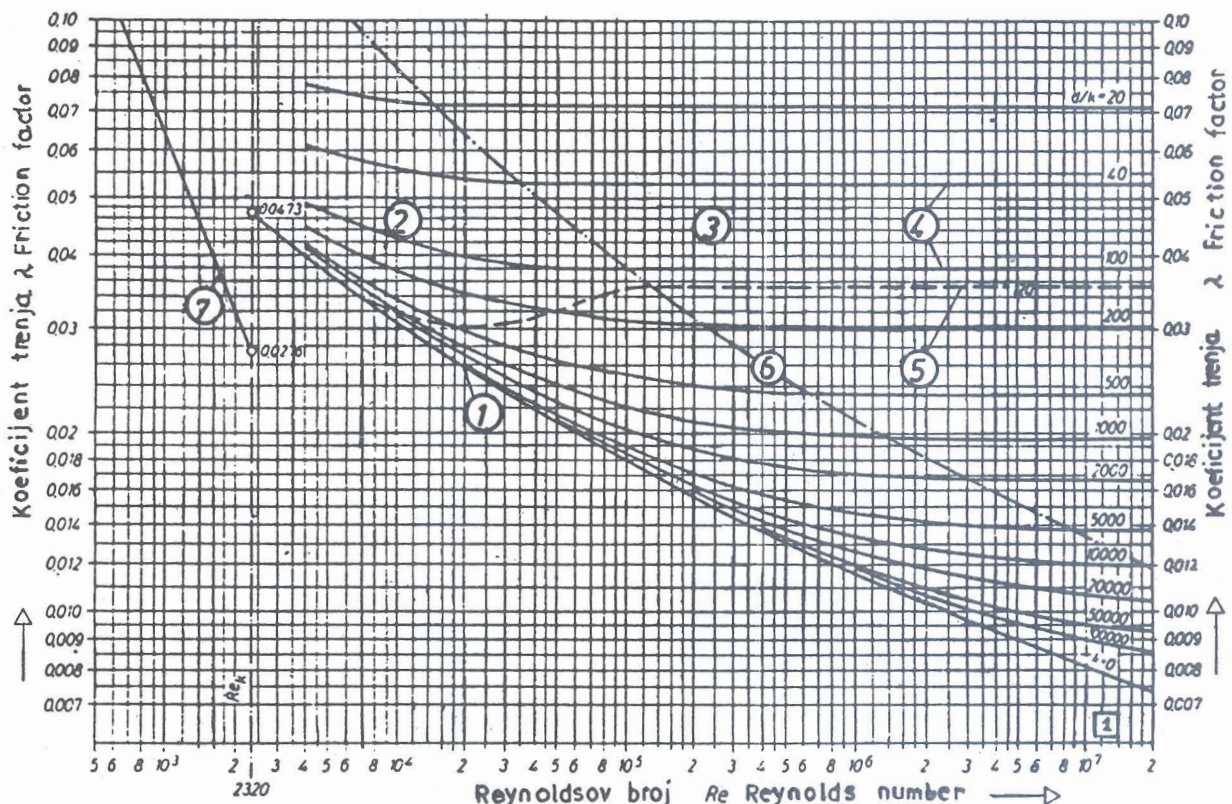
$$1/\lambda^{1/2} = -2 \lg(k_e/3,7d + 2,5/Re \lambda^{1/2});$$

- za strujanje u području hrapavih cijevi određeni su na osnovi Nikuradseovih pokusa koeficijenti u formuli Prandtl-Kármána:

$$1/\lambda^{1/2} = 2 \lg d/k_e + 1,14,$$

$k_e$  – ekvivalentna hrapavost jednoliko-zrnastoj hrapavosti pijeskâ Nikuradzea.

Ekvivalentna zrnasta hrapavost ne karakterizira samo srednju visinu izbočina nego također oblik i raspored hrapavosti po unutrašnjoj površini stijenke cijevi. Određuje se iz podataka hidrauličkog ispitivanja cijevovoda kod strujanja u hrapavom području (Altšulj, 1982). Istraživanja Colebrooka uglavnom se slažu s nalazima Nikuradzea, osim za prijelazno područje gdje je utvrdio brže odvajanje krivulja prirodnih hrapavosti od krivulje glatkih cijevi (sl. 1). Colebrookova formula je osim za prijelazno područje, prihvaćena i kao univerzalna za sva područja turbulentnog strujanja i dobro se slaže s praksom.



Sl. 1 Dijagram Prandtl-Colebrooka za prirodno hrapave cijevi:

1 – glatke cijevi; 2 – prijelazna zona; 3 – potpuno turbulentno, hrapave cijevi; 4 – Colebrookove krivulje; 5 – krivulja prema Nikuradzeu; 6 – granična krivulja; 7 – laminarno strujanje

Fig. 1 Prandtl-Colebrook diagram for naturally rough pipes:

1 – smooth pipes; 2 – transition zone; 3 – complete turbulence, rough pipes; 4 – Colebrook's curves; 5 – curve according to Nikuradse; 6 – boundary curve; 7 – laminar flow

### Analitičko određivanje koeficijenta trenja jamskih vjetrenih provodnika

Hidrauličke formule izvedene za strujanje kroz cijevi omogućuju određivanje koeficijenta trenja i za strujanja u jamskim prostorijama. Većina jamskih prostorija posjeduje takove parametre da kod strujanja koeficijent hidrauličkog trenja dolazi u područje gdje se može smatrati približno konstantnim kod jednake hrapavosti stijenki. Kako je dokazano, koeficijent trenja za jamske nepodgrađene vjetrene provodnike može se odrediti Prandtl-Kármánovom formulom za kvadratično područje strujanja (G r e u e r, 1960), koja u operativnom obliku glasi:

$$\lambda = 1/(2 \lg D/k_e + 1,14)^2,$$

a vrijedi za

$$\frac{Re \lambda^{1/2}}{D/k_e 8^{1/2}} > 70.$$

Apsolutna hrapavost teško se i nesigurno u jami određuje direktnim mjerenjem izbočina na stijenkama, nego se obično određuje indirektno kao ekvivalentna hrapavost. Prirodna hrapavost je obično nejednoliko raspoređena po duljini jamske prostorije i različitog je oblika, što je i glavni razlog neslaganja u trendu krivulja prijelaznog područja na dijagramu Nikuradsea i Prandtl-Colebrooka.

Određivanje ekvivalentne pješčane hrapavosti jamskog vjetrenog provodnika svodi se na mjerenje vjetrenih parametara kod strujanja u hidraulički hrapavom području, gdje koeficijent trenja ne ovisi od Reynoldsovog broja. Ekvivalentna pješčana hrapavost provodnika dobiva se iz određenog koeficijenta trenja analitički.

Kriterij za izbor područja strujanja izražen je nejednadžbom:

$$5 < \frac{Re \lambda^{1/2}}{D/k_e 8^{1/2}} < 70$$

Mjerenje vjetrenih parametara nepodgrađenih prostorija jedne boksitne jame kod strujanja zraka pri visokom Re-broju, rezultiralo je podacima koji su poslužili za obračun koeficijenta hidrauličkog trenja. Upotrebom Prandtl-Karmanove formule izračunata je ekvivalentna hrapavost vjetrenih provodnika. Rezultati obračuna mjerenja u vjetrenom uskopu jame, svedeni na standardne uvjete, prikazani su u tablici 1. Za standardne jamske uvjete uzet je tlak  $p = 101324,72$  Pa, temperatura  $t = 15^\circ\text{C}$  i relativna vlažnost  $\varphi = 60\%$ . Ovi uvjeti odgovaraju gustoći zraka  $\rho = 1,22$  kg/m<sup>3</sup>.

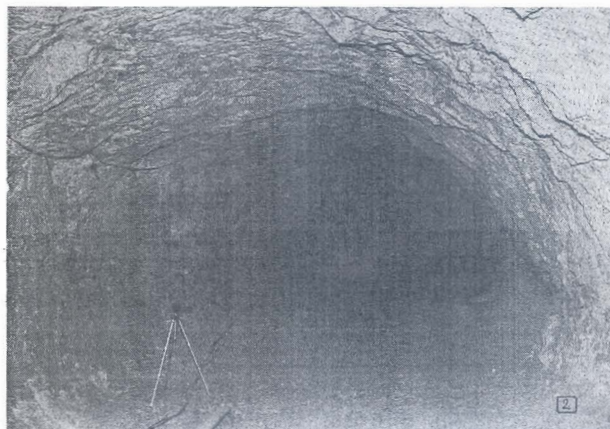
Podaci u tablici utvrđeni su za interval mjerenja od  $Re = 400 \cdot 10^3$  do  $850 \cdot 10^3$ . Iz tablice je vidljiv pad veličine koeficijenta hidrauličkog trenja kod smanjenja hidrauličke hrapavosti provodnika (R e n d u l i ć, 1990).

Izabrana dionica uskopa bila je relativno čista i suha, s otpalim komadima stijenja po podu prostorije. Na podu se nalazila stara cijev za dovod komprimiranog zraka promjera 100 mm, a duž jednog boka prostorije bio je ovješten kabel za dovod električne energije (sl. 2).

Prostorija je izrađena u krednom vapnencu miniranjem, a služi za ulaz glavne vjetrene struje i za povremeni prolaz nadzornog osoblja. Na stijenkama

Tablica 1 – Vjetreni uskop jame »Krš«  
Table 1 – Ventilate rise drift of Krš mine

Redni broj mjerenja Ordinal number of measurements	Duljina dionice Length of section L, m	Hidraulički promjer Hydraulic diameter D, m	Reynoldsov broj Reynolds number Re	Koefic. trenja Friction factor V	Ekvivalentna hrapavost Equivalent roughness $k_e$ , m
1	2	3	4	5	6
1	63,4	2,889	616125	0,0551	0,080
2	63,4	2,889	513735	0,0715	0,145
3	63,4	2,889	460022	0,0795	0,181
4	59,7	2,941	557610	0,0726	0,152
5	59,7	2,941	524636	0,0733	0,155
6	59,7	2,941	554518	0,0676	0,130
7	59,7	2,941	648510	0,0556	0,083
8	59,7	2,941	550810	0,0660	0,124
9	59,7	2,941	400032	0,0518	0,069
10	59,7	2,941	838539	0,0496	0,062
11	59,7	2,941	441837	0,0616	0,106
12	59,7	2,941	641184	0,0695	0,139
13	78,0	2,941	551180	0,0645	0,117
14	78,0	2,941	568927	0,0584	0,093
15	59,7	2,941	749965	0,0590	0,096
16	59,7	2,941	399982	0,0639	0,115
Aritmetička sredina Arithmetic mean	62,68	2,93	563601	0,0637	0,115

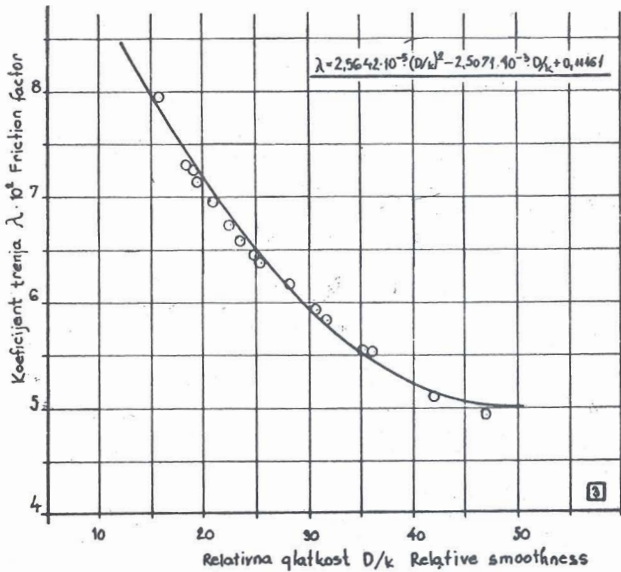


Sl. 2 Vjetreni uskop (pogled u smjeru zračne struje)

Fig. 2 Ventilaté rise drift (view in air flow direction)

je vidljiv nepravilni odlom uz izbočine raznog oblika i veličine, kao posljedice miniranja i raspucalosti. Hrapavost stijenki teško je brojčano točno izraziti, ali se mogu ocijeniti veličine kontura odloma i njihovo periodično ponavljanje te pad, koji se u navedenom slučaju podudara sa smjerom vjetrene struje. Utvrđena varijabilnost poprečnog presjeka prostorije iznosi od 6,5 do 10,0 m<sup>2</sup>.

Određivanjem veličine ekvivalentne hrapavosti ( $k_e$ ) posebno za svaki režim strujanja, uz poznavanje ostalih parametara vjetrene prostorije dobiveni su elementi za konstrukciju dijagrama funkcijske ovisnosti  $\lambda = f(D/k)$ . Matematički oblik aproksimacijske krivulje u dijagramu, prikazan je jednadžbom dobi-



venom metodom najmanjih kvadrata (sl. 3). Jednadžba omogućava analitičko određivanje koeficijenta trenja kod strujanja u sličnoj jamskoj prostoriji, ako je poznata veličina hrapavosti odnosno relativna glatkost stijenki.

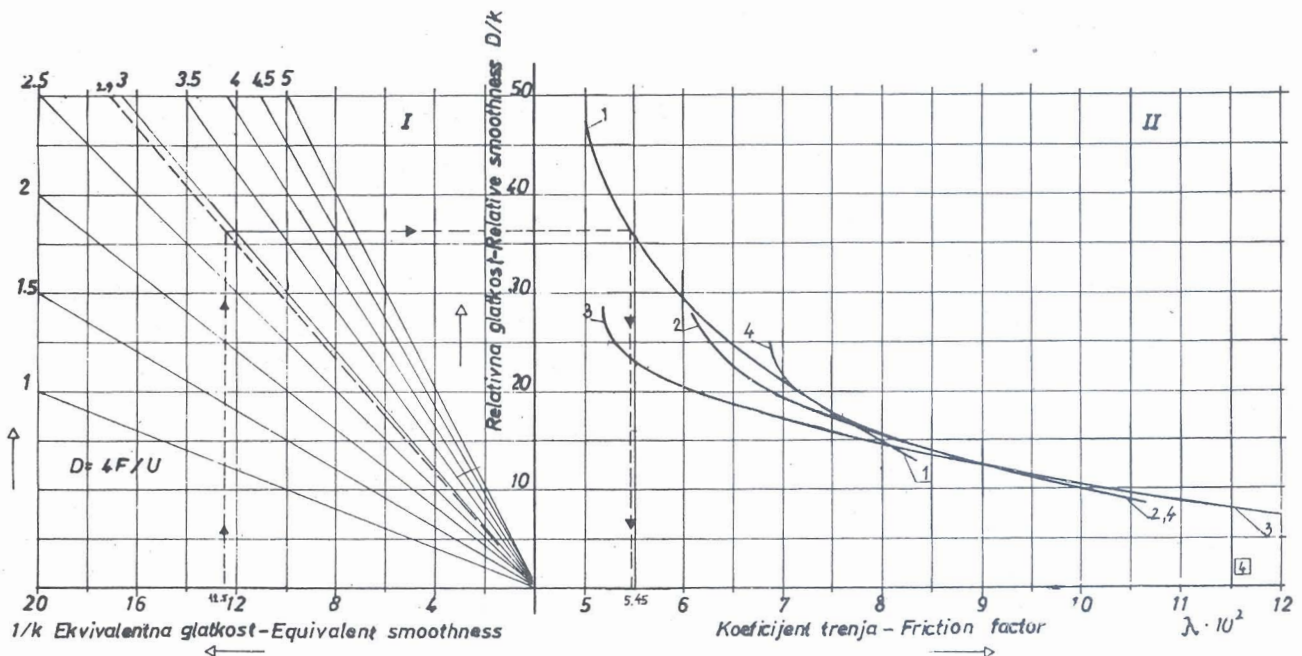
Za praktične proračune, hrapavost nekog postojećeg provodnika može se dobiti i statističkom procjenom. Ovakav način određivanja hrapavosti kombinira se pregledom i direktnim mjerenjem izbočina. Mala pogreška u veličini hrapavosti ne utječe mnogo na vrijednost koeficijenta trenja. Rezultati istraživanja u nepodgrađenim jamskim prostorijama pokazuju da kod promjene ekvivalentne hrapavosti za 1%, promjena koeficijenta trenja iznosi manje od 0,5%.

Sl. 3 Korelacija relativne glatкости (D/k) i koeficijenta trenja (λ) vjetrenog uskopa bez podgrade

Fig. 3 Correlation between relative smoothness (D/k) of untimbered ventilation rise drift and friction factor (λ)

Tablica 2 – Obračun srednje ekvivalentne hrapavosti nepodgrađenih vjetrenih prostorija u krednom vapnencu  
Table 2 – Calculation of the intermediate equivalent roughness for untimbered ventilate openings in Cretaceous limestones

Naziv prostorije Name of opening	Hidraulički promjer Hydraulic diameter D, m	Broj mjerenja Experiments	Srednja duljina dionice Intermed. length of section L, m	Srednja ekv. hrapavost Intermed. equivalent roughness K <sub>e</sub> , m	Koeficijent trenja Friction factor	Vrijedi za glatkost Valid for smoothness D/k, m
1	2	3	4	5	6	7
Vjetreni uskop Ventilation rise drift	2,93	16	62,7	0,115	0,0637	15–50
Izvozni niskop Haulage incline	3,34	11	69,3	0,235	0,0838	10–30
Vjetreni hodnik Ventilation drift	3,18	9	45,8	0,331	0,1027	5–20
Izvozni hodnik Haulage drift	3,65	5	133,0	0,256	0,0840	10–20



Sl. 4 Nomogram za određivanje koeficijenta trenja (λ) jamskih prostorija u krednom vapnencu bez podgrade: 1-1 vjetreni uskop; 2-2 izvozni niskop; 3-3 vjetreni hodnik (zauzet); 4-4 izvozni hodnik

Fig. 4 Nomogram for determining the friction factor (λ) of the underground workings in Cretaceous limestone, without timbering: 1-1 ventilation rise drift; 2-2 haulage incline; 3-3 ventilation drift (occupied); 4-4 haulage drift

Rezultati obračuna srednje ekvivalentne hrapavosti za izmjerene nepodgrađene jamske prostorije u krednom vapnencu, iskazani su u tablici 2. Vrijednost podataka ograničena je na interval glatkosti koji je obuhvaćen mjerenjem i naveden u koloni 7, tablice.

### Konstrukcija nomograma

Dvostruki mrežasti nomogram za određivanje koeficijenta trenja, sastavljen je iz dva kvadranta (sl. 4). Prvi kvadrant nomograma predstavlja oblik za određivanje relativne glatkosti ( $D/k$ ), nepodgrađenog provodnika, prema jednadžbi:

$$D/k = 1/k (D)$$

gdje su:

$D$  –  $4F/U$  – hidraulički promjer, m;  
 $k$  – hrapavost vjetrenog provodnika, m.

Drugi kvadrant nomograma sastoji se iz zajedničke ordinat ( $D/k$ ) i apscise ( $\lambda$ ). Ovdje se veličina relativne glatkosti pojedinih vjetrenih prostorija uspoređuje s odgovarajućom aproksimacijskom krivuljom funkcije  $\lambda = f(D/k)$ , koja je dobivena metodom najmanjih kvadrata iz podataka od niza mjerenja in situ. Na apscisi kvadranta očitava se veličina koeficijenta trenja ( $\lambda$ ) tražene prostorije.

### Zaključak

Rezultati istraživanja parametara vjetrene struje nepodgrađenih jamskih prostorija izrađenih miniranjem u krednom vapnencu, dokazali su utjecaj hrapavosti vjetrenog puta na veličinu hidrauličkog koeficijenta trenja.

Hidrauličke formule izvedene za turbulentna strujanja kroz okrugle cijevi, mogu se upotrebiti za analitičko određivanje veličine koeficijenta trenja i kod strujanja u jamskim prostorijama, ako je poznata hrapavost prostorije. Hrapavost se može ocijeniti direktnim mjerenjem izbočina, ili se može odrediti proračunom uz upotrebu odgovarajuće hidrauličke formule kao ekvivalentna hrapavost. Podaci o ekvivalentnoj hrapavosti pojedine vrste namjenske jamske prostorije, mogu se dobiti iz mjerenih vrijednosti vjetrenih parametara u sličnoj jamskoj prostoriji nekog drugog rudnika.

Analizom je utvrđeno da mala pogreška u ocjeni hrapavosti ne utječe znatno na točnost proračuna, te je za praktična određivanja koeficijenta trenja sličnih, nepodgrađenih prostorija predložen nomogram.

Primljeno: 8. I. 1991.

Prihvaćeno: 25. VI. 1991.

### LITERATURA:

- Altšulj, A. D. (1982): *Gidravličeskie soprotivlenija*. »Nedra« Moskva, 5–50 str., Moskva.
- Greuer, R. (1960): Einige Angaben über den Wetterwiderstand von Grubenbauen. *Glückauf*, 96, 3. 165–171 str.
- Pečornik, M. (1985): Tehnička mehanika fluida. »Školska knjiga« Zagreb, 182–192 str., Zagreb.
- Rendulić, V. (1990): Otpori strujanju jamskog zraka u rudarskim prostorijama (Disertacija), Sveučilište Zagreb, 217 str., Zagreb.
- Skotschinski, A. A., Komarow, W. B. (1956): *Grubenbetwetterung*. VEB Verlag Technik Berlin, 219–255 str., Berlin.

## The Impact of Wall Roughness of the Underground Airways on the Value of Hydraulic Friction Factor

V. Rendulić

The concept of roughness and the criterion for establishing the flow regime in underground airways are explained in the introduction. It follows the discussion on the main experimental achievements in the study of turbulent flow in pipes, and for particular flow fields the valid hydraulic equations are presented. The flow in pipes with natural, variable roughness is illustrated by Colebrook's diagram.

The hydraulic formulas derived for turbulent flow through round pipes can be used to compute the friction factor in the flow of underground workings when geometric parameters and the air course roughness are known. The equivalent roughness of an underground ventilation working is established indirectly by measuring the ventilation parameters in situ on the flow in zones of the rough pipes and by calculation from the hydraulic

formula, or by direct measurement and statistic evaluation. A small failure in the roughness »value« does not effect much the friction coefficient value. Table 1 presents the calculation of equivalent roughness from the known value of friction factor obtained from the data of measurements carried out in the untimbered working of the ventilation rise drift.

The diagram of dispersing points of the measurement of function dependence  $\lambda = f(D/k)$  gives an approximation curve in the form of a parabole which is best adapted to the given group of points (Fig. 3).

For the practical determination of friction coefficient in similar untimbered workings, a separate nomogram has been constructed (Fig. 4).