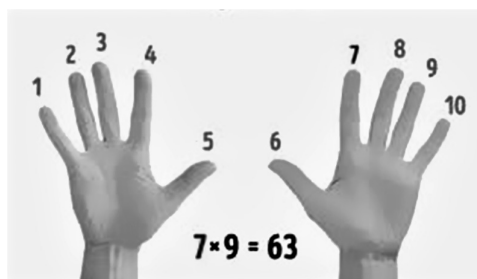


Sigurno ste čuli za neke matematičke trikove. Obično počinju sa „zamisli jedan broj”, onda ga osoba koja je zamislila broj treba nečim pomnožiti, nešto dodati, oduzeti i reći rezultat pa je moguće pogoditi koji je broj ta osoba zamislila. Možda ste čuli i za neke prečice u računanju. Primjerice, ako ispružimo prste i zamislimo da prsti slijeva nadesno imaju brojeve od 1 do 10, neki ćemo broj pomnožiti s devet tako da savijemo taj prst. Broj prstiju lijevo od savinutog prsta daje nam znamenku desetica, a desno jedinica. Na slici vidimo kako bismo pomnožili brojeve 7 i 9. Ali, budući da ste tablicu množenja odavno svladali, pogledajmo neke složenije prečice, metode i trikove u matematici.



1. Množenje dvoznamenkastog broja brojem 11:

Dvoznamenkasti broj jednostavno možemo pomnožiti brojem 11 na sljedeći način: zbrojimo znamenke, i ako je taj zbroj jednoznamenkast, umetnemo ga između znamenaka dvoznamenkastog broja, a ako je dvoznamenkast, umetnemo znamenku jedinica, a znamenku desetica pribrojimo lijevoj znamenki.

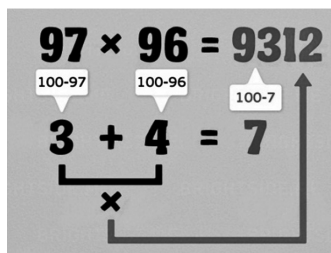
Primjer 1: Koliko je $26 \cdot 11$? $2 + 6 = 8$ pa je umnožak 286.

Primjer 2: Koliko je $75 \cdot 11$? $7 + 5 = 12$, između 7 i 5 pišemo 2, a 1 dodajemo broju 7 pa dobijemo 825.

Zadatak 1. Izračunaj $34 \cdot 11$ i $86 \cdot 11$.

2. Množenje velikih dvoznamenkastih brojeva napamet:

Kako bismo brzo pomnožili dva velika dvoznamenkasta broja, postupimo ovako: te brojeve oduzmemo od 100 i rezultat zbrojimo i pomnožimo. Zbroj oduzmemo od 100 i to su prve dvije znamenke rezultata, a umnožak samo dopišemo. Pogledaj primjer na slici pa onda pokušaj na isti način izračunati $93 \cdot 89$.





3. Kvadriranje dvoznamenkastog broja koji završava brojem 5:

Kako bismo brzo kvadrirali neki dvoznamenkasti broj, znamenku desetica pomnožimo brojem koji je od nje veći za 1, zapišemo rezultat i dopišemo 25.

Primjer 3: Koliko je 35^2 ? $3 \cdot 4 = 12$, pa je rezultat 1225.

4. Kvadriranje dvoznamenkastog broja koji završava brojem 1:

I brojeve koji završavaju brojem 1 možemo jednostavno kvadrirati tako da im oduzmemo 1 pa dobiveni rezultat koji je „okrugli” broj kvadriramo, a zatim mu dodamo dvostruki rezultat i još 1.

Primjer 4: Koliko je 81^2 ? $81 - 1 = 80$, $80^2 = 6400$, $6400 + 2 \cdot 80 + 1 = 6561$.

Zadatak 2. Koliko je 61^2 ?

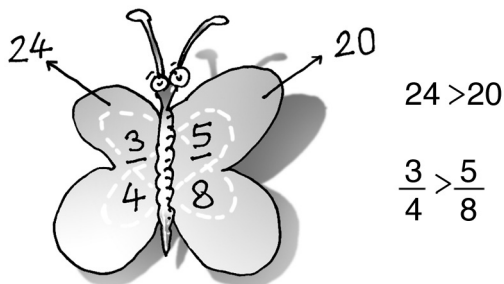
5. Metoda leptira za računanje s razlomcima:

$$\frac{3}{4} - \frac{2}{5} = \frac{7}{20}$$

Razlomke možemo zbrajati i oduzimati, ali i uspoređivati pomoću „metode leptira”: zaokružimo brojnik prvog i nazivnik drugog razlomka, te brojnik drugog i nazivnik prvog razlomka. Na taj način dobijemo krila leptira. Nacrtamo mu ticala i na njih napišemo umnoške zaokruženih brojeva, a zatim nacrtamo donji dio tijela i tu upišemo umnožak nazivnika. Rezultat je razlomak kojemu je brojnik jednak zbroju ili razlici brojeva na ticalima, a nazivnik broju na „repu”.

Ako je moguće, dobiveni razlomak treba skratiti do kraja.

Sličnu metodu naučili ste i za uspoređivanje razlomaka, samo što vjerojatno niste crtali leptira. Na slici vidimo da su umnošci 24 i 20, a budući da je $24 > 20$, onda je i $3/4 > 5/8$.



6. Pravilo 72 i pravilo 115:

U osnovnoj se školi uči jednostavni kamatni račun. Međutim, banke u svom poslovanju koriste složeni kamatni račun koji ćete učiti u srednjoj školi, no i bez njega možete brzo izračunati koliko biste godina trebali štedjeti neki iznos uz određenu kamatnu stopu (s) da se taj iznos udvostruči ili utrostruči.



Ako želimo izračunati za koliko će se godina naša ušteđevina udvostručiti, treba podijeliti 72 sa s , a utrostručit će se za $115 : s$ godina.

Primjer 5: Recimo da ste u banku stavili novac uz kamatnu stopu 1.8 %. $72 : 1.8 = 40$, što znači da će se vaš ulog udvostručiti za 40 godina. Želite li utrostručiti svoj ulog, morat ćete pričekati oko 64 godine, jer $115 : 1.8 = 63.888\dots$

7. Metoda za pamćenje znamenaka broja π :

Postoje razne metode za lakše pamćenje pravila ili formula. „Kvadrat nad hipotenuzom, to zna svako dijete, jednak je zbroju kvadrata nad obje katete” pomaže nam da lakše zapamtimo Pitagorin poučak, dok nam „Pred zagradom više, zagrada se briše; pred zagradom manje, u zagradi se mijenja stanje” govori kako se oslobađamo zagrada.

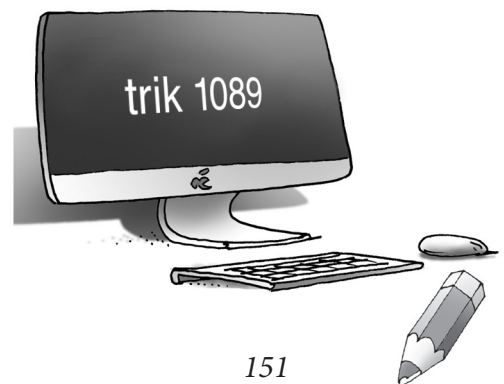
Za računanje opsega i površine kruga dovoljno je znati da je π približno 3.14. Ipak, mnogi ljudi pokušavaju zapamtiti što više znamenaka broja pi. Svjetski rekord iznosi preko 70 000 znamenaka. I u Hrvatskoj se povodom Dana broja pi (14. ožujka) u mnogim školama organiziraju natjecanja u pamćenju broja pi. Jedna od metoda pamćenja tako velikog broja znamenki je smišljanje rečenica u kojima broj slova u svakoj riječi odgovara jednoj znamenki broja pi. Poznata je rečenica na engleskom jeziku: „How I wish I could calculate pi.” Postoje i mnogobrojni primjeri na hrvatskom jeziku. Pokušajte pronaći neke ili ih sami smislite.

8. PEMDAS metoda:

To je američka metoda za pamćenje redoslijeda računskih operacija. Naziva se tako jer početna slova odgovaraju nazivima operacija na engleskom jeziku. Prvo se računaju zagrade (**P** – parentheses), zatim potencije, tj. eksponenti (**E** – exponents), onda množenje i dijeljenje (**M** – multiplication, **D** – division) i na kraju zbrajanje i oduzimanje (**A** – addition, **S** – subtraction). Kako bi mogla izgledati hrvatska varijanta? Možda ZEMDOZ (zagrade, eksponenti, množenje i dijeljenje, oduzimanje i zbrajanje)!

9. Trik 1089:

Trik 1089 jedan je od najpoznatijih matematičkih trikova. Ako upišete 1089 u tražilicu na internetu, kao jedan od prvih ponuđenih rezultata pojavit će se upravo ovaj trik. Pa pogledajmo u čemu se sastoji. Zapišite bilo koji troznamenasti broj s različitim znamenkama (dovoljno je da su prva i zadnja znamenka različite). Zamijenite redoslijed znamenki pa od većeg broja oduzmite manji. Taj broj zbrojite s brojem koji dobijete zamjenom njegovih znamenki i rezultat će uvijek biti 1089.

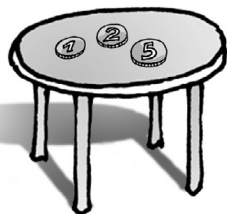




Primjer 6: Ako smo zamislili broj 823, zamjenom redoslijeda znamenki dobijemo 328. $823 - 328 = 495$. Sad njemu zamijenimo redoslijed znamenki pa dobijemo 594, a $495 + 594 = 1089$.

U čemu je trik? Ako znamenke prvog broja označimo s a , b i c pri čemu je a znamenka stotica, b desetica, a c jedinica, onda on ima vrijednost $100a + 10b + c$. Zamijenimo li redoslijed znamenki, vrijednost dobivenog broja je $100c + 10b + a$. Oduzimanjem dobijemo $99a - 99c = 99(a - c)$ ili $99(c - a)$, dakle višekratnik od 99. Višekratnici od 99 su: 198, 297, 396, 495, 594, 693, 792, 891 i 990 (ali 990 ne možemo dobiti kao rezultat jer bi to značilo da je $a - c = 10$, a to je nemoguće) i zbrojimo li bilo koji od njih s obrnutim brojem, dobit ćemo 1089. Ako zamislimo broj kojemu se prva i zadnja znamenka razlikuju za 1, prva razlika koju računamo bit će 99 pa ga promatramo kao 099 i zamjenom redoslijeda znamenki dobijemo 990, pa je zbroj opet 1089.

10. Pismo – glava:



Neka vam prvo prijatelj stavi povez preko očiju, a onda bacite na stol bilo koji broj kovanica (što više kovanica, to će trik izgledati impresivnije). Recite prijatelju da prebroji koliko je kovanica okrenuto glavom prema gore, a vi ćete bez gledanja podijeliti kovanice u dvije skupine u kojima će broj glava biti jednak. Kad vam prijatelj kaže broj, nasumce odaberite isto toliko kovanica i preokrenite ih, te odvojite. Broj glava u toj skupini i u onoj koju niste dirali bit će isti. Kako je to moguće? Recimo da vam je prijatelj rekao da je sedam kovanica okrenutih glavom prema gore. Vi ste odabrali sedam kovanica među kojima je npr. pet glava i dva pisma. To znači da se među preostalim kovanicama nalaze dvije glave. Kad preokrenete svojih sedam kovanica, imat ćete dvije glave i pet pisama, dakle broj glava u obje skupine je dva.

Općenito, ako ima n glava, a među n koje ste vi odabrali k glava i $n - k$ pisama, onda u preostaloj skupini ima $n - k$ glava. Okretanjem odabranih kovanica i u ovoj će skupini biti $n - k$ glava.



11. Pogodit ću i koji broj cipela nosiš i koji rođendan imaš ove godine!

Reci prijatelju da učini sljedeće:

1. Pomnoži broj cipela brojem 5.
2. Dodaj 50.
3. Pomnoži brojem 20.
4. Dodaj 1021 (ako je trenutna godina 2021., ako je 2022. treba dodati 1022 itd.)
5. Oduzmi godinu rođenja.



6. Reci mi rezultat.

Prve dvije znamenke rezultata bit će broj cipela, a druge dvije govore koji rođendan slavi ove godine.

Zašto to uvijek funkcionira? Recimo da je broj cipela c , a godina rođenja g . Tada imamo ovaj račun:

1. $5c$
2. $5c + 50$
3. $20(5c + 50) = 100c + 1000$
4. $100c + 1000 + 1021 = 100c + 2021$
5. $100c + 2021 - g$

Dakle broj cipela zauzima mjesto tisućica i stotica, a dvoznamenkasti završetak govori koji rođendan osoba slavi ove godine.

Zaista ima jako puno zanimljivosti i trikova vezanih uz brojeve, a mnogi su već objavljeni na stranicama Matke. Za kraj evo još dvije zanimljive piramide s brojevima:

$1 \cdot 9 + 2 = 11$	$1 \cdot 1 = 1$
$12 \cdot 9 + 3 = 111$	$11 \cdot 11 = 121$
$123 \cdot 9 + 4 = 1111$	$111 \cdot 111 = 12321$
$1234 \cdot 9 + 5 = 11111$	$1111 \cdot 1111 = 1234321$
$12345 \cdot 9 + 6 = 111111$	$11111 \cdot 11111 = 123454321$
$123456 \cdot 9 + 7 = 1111111$	$111111 \cdot 111111 = 12345654321$
$1234567 \cdot 9 + 8 = 11111111$	$1111111 \cdot 1111111 = 1234567654321$
$12345678 \cdot 9 + 9 = 111111111$	$11111111 \cdot 11111111 = 123456787654321$
$123456789 \cdot 9 + 10 = 1111111111$	$111111111 \cdot 111111111 = 12345678987654321$

Literatura:

1. <https://education.cu-portland.edu/blog/classroom-resources/10-tricks-for-doing-fast-math/>
2. <https://www.mathsisfun.com/>
3. <https://www.wisebread.com/11-useful-genius-math-tricks-that-are-actually-easy>

