



MATEMAGIČAR

МѠМММѠМѠ%&ѠѠѠ

Petar Mladinić, Zagreb

DETEKTIVSKE PRIČE GAUSSA I POLYE ILI DRUKČIJI POGLEDI NA PROBLEME (2)

U prošlom smo broju *Matke* ukazali na drukčije poglede na probleme. Naveli smo i proceduru/postupak/metodu za rješavanje problem-skih zadataka/situacija koju je predložio George Polya.

Ta metoda ima sljedeća 4 koraka:

- razumijevanje problema
- stvaranje plana
- izvršenje plana
- pogled unatrag

i nije karakteristična samo za probleme u matematici, nego i za sva druga po-dručja učenja i poučavanja.

* * *

U smislu drukčijeg pogleda na probleme ovaj smo tekst nazvali detektiv-skim pričama.

* * *

Četiri priče

Sljedeća četiri zadatka omogućuju različite načine rješavanja.

Razmotrimo problem određivanja vrijednosti kvadrata i kruga ako se zna njihov zbroj.

Priča 1. *Zadane su vrijednosti zbroja nekoliko kvadrata i krugova u neko-liko slučajeva. Kolika je vrijednost kvadrata, a kolika kruga? Kolika je vrijednost svakog retka na slici?*

Rješenje. Uočite da su ti redovi „povezani” (vidi sliku). Ako jedan red oduzmete od drugog, do-bit ćete da je vrijednost kvadrata jednaka 2, a kru-ga 1. Sad je lako izračunati vrijednost svakog retka.

	ZBROJ
■ ●	0
■ ● ●	5
■ ● ● ●	0
■ ■ ● ● ●	6
■ ● ● ● ●	0
■ ■ ■ ● ●	8
■ ■ ■ ● ● ●	0
■ ■ ■ ● ● ● ●	0



Zadatak. U prošlom smo broju Matke postavili sljedeći zadatak:

$$\begin{array}{r}
 \text{😊} + \text{😊} + \text{😞} = 40 \text{ kn} \\
 + \quad + \quad + \\
 \text{😊} + \text{😞} + \text{😞} = 32 \text{ kn} \\
 + \quad + \quad + \\
 \text{😞} + \text{😊} + \text{😞} = 35 \text{ kn} \\
 + \quad + \quad + \\
 \text{😊} + \text{😞} + \text{😊} = 37 \text{ kn} \\
 = \quad = \quad = \\
 52 \text{ kn} \quad 50 \text{ kn} \quad 42 \text{ kn}
 \end{array}$$

Kolika je vrijednost svakog lika?

Priča 2. Zadan je skup brojeva $\{3, 6, 12, 15, 21, 27, 42, 51\}$. Odaberite one pribrojnike iz ovog skupa kojih je zbroj jednak 100.

Rješenje. Uočimo da su elementi skupa višekratnici broja 3. Dakle, zbroj odabranih brojeva uvijek je djeljiv brojem 3. Broj 100 nije djeljiv brojem 3 pa ne postoji izbor pribrojnika koji zadovoljavaju uvjet da im je zbroj jednak 100.

Zadatak. Nađite 5 brojeva koji imaju točno 3 djelitelja. Isto ponovite za 4 djelitelja, a zatim za 5 djelitelja. Što možete reći o brojevima na svakome od ovih zahtjeva?

Priča 3. Imamo hrpu čačkalica jednake veličine.

- Može li se napraviti trokut koristeći tri čačkalice tako se da u jednoj ravnini spajaju po vrhovima?
- Može li se napraviti drukčiji trokut?
- Koje vrste trokuta možeš dobiti?
- Uzmite 4, 5, 6 itd. čačkalica i ponovite postupak. Što se može uočiti?

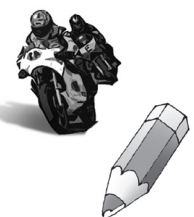
Rješenje. Rezultate istraživanja zapišite u tablicu čiji je prvi redak *Broj čačkalica*, drugi redak *Postoji li trokut sa zadanim brojem čačkalica*, treći redak *Broj trokuta* i četvrti redak *Vrsta trokuta*.

Iz tablice možete uočiti zakonitost.

Zadatak. Riješite problem sličan prethodnome ako treba napraviti kvadrat.

Sljedeći zadatak je fizikalni.

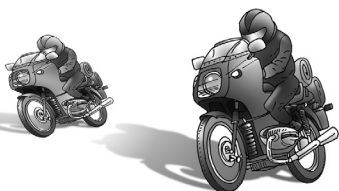
Priča 4. Na godišnjoj motociklističkoj utrci članova jednog kluba u Hrvatskoj 70 km u jednom i 70 km u drugom smjeru, Ivan na svom Harley-Davidsonu vozi brzinom od 80 km na sat u jednome smjeru, ali na povratku ima problema





sa spojkom pa može voziti tek 60 km na sat. Josip na Hondi može voziti 70 km na sat cijelu utrku. Tko dobiva utrku?

Rješenje. Ovaj se problem ne može riješiti kao aritmetička sredina Ivanovih brzina. Njegova je ukupna duljina ceste $70 + 70 = 140$ km. Vrijeme u jednom smjeru jednako je $70/70 = 1$ sat, a u drugom smjeru $70/60 = 1.17$ sat. Dakle, ukupno mu je vrijeme utrke $1 + 1 + 1.17 = 2.17$ sati. Josip ukupno vozi 2 sata, pa je on dobio utrku.

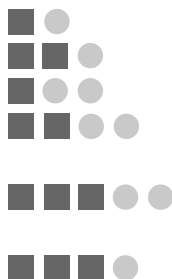


Zadatak. Od Zagreba do Splita Ivan i Josip također su vozili utrku. Ivan je od Zagreba do Splita vozio brzinom 100 km na sat, a na povratku 80 km na sat. Josip je u oba smjera vozio brzinom od 90 km na sat. Tko je pobijedio u toj utrci?

Evo novih priča. Objavit ćemo ime svakog Matkača koji nam pošalje rješenje i nagraditi ga.

Zadatci

1. Dva učenika igraju igru sa žetonima. Prvi učenik ima 3 žetona na kojima na prednjoj strani piše slovo A, a na drugoj strani slovo B. Drugi učenik ima 3 žetona na kojima na jednoj strani piše slovo A, a na drugoj strani slovo C. Jedan od učenika istovremeno na stol baci svoja sva tri žetona. Prvi učenik dobiva igru ako se pojave bilo koja dva ista slova, a drugi učenik dobiva ako su sva tri slova različita. Koji učenik ima veću vjerojatnost dobiti igru?
2. Kocka različitih veličina, sastavljena od jediničnih kocaka dimenzije $1 \times 1 \times 1$, oboji se izvana. Nakon toga se rastavi na sastavne kockice. Koliko će kockica $1 \times 1 \times 1$ biti obojeno s tri strane, koliko s 2 strane, a koliko s jedne strane?
3. U slastičarnici se prodaju kolačići po cijeni od 1 kn po komadu ili po 9 kn za 12 komada. Danica želi kupiti 37 kolačića. Koliko bi ih trebala platiti?
4. Zadane su vrijednosti zbroja nekoliko kvadrata i krugova u nekoliko slučajeva. Kolika je vrijednost kvadrata, a kolika kruga? Kolika je vrijednost svakog retka na slici?



	ZBROJ
	0
	0
	0
	0
■ ■ ● ● ●	59
	0
■ ● ● ●	46
	0

