

Matea Gusić

MATEMATIČKA KATASTROFA



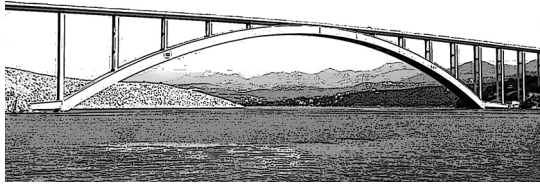
Katastrofa se definira kao događaj koji uzrokuje veliku i često iznenadnu štetu ili patnju. Među globalne katastrofe spadaju erupcije vulkana, potresi, poplave, epidemije, ratovi, veliki teroristički napadi i slično. Među najvećim prirodnim katastrofama nalazi se niz poplava rijeke Jangce u Kini 1931. godine, a među najvećim industrijskim katastrofama izlivanje nafte u Meksičkom zaljevu 2010. godine, do koje je došlo nakon eksplozije na platformi za podmorsko bušenje Deepwater Horizon. Ali jeste li

znali da i matematika ima svoju katastrofu? Matematičku katastrofu promatramo unutar teorije katastrofe.

Teorija katastrofe skup je matematičkih metoda koje se koriste kako bi se proučavalo i klasificiralo kako malom promjenom jedne ili više varijabli unutar nekog sustava može doći do velikih i naglih promjena. S obzirom da se varijable i rezultati njihovih promjena često prikazuju kao krivulje ili plohe, teorija se smatra dijelom geometrije, iako bi točnije bilo reći da je dio topologije. Topologija je grana matematike koja se bavi proučavanjem svojstva geometrijskih objekata koja ostaju nepromijenjena pod utjecajem deformacija kao što su istezanje, uvijanje i gužvanje, ali ne i deformacija kao što su cijepanje ili lijepljenje. Primjerice, kružnica bi topološki bila jednaka elipsi jer se elipsa dobije rastezanjem kružnice.

Vratimo se mi na matematičku katastrofu i probajmo je opisati jednostavnim jezikom. Zamislimo da imamo neki matematički model koji prikazuje sustav s ulazom i izlazom. Svakom promjenom ulaza dolazi do relativno očekivane promjene izlaza. Matematička katastrofa bila bi točka u takvom modelu kod koje naizgled mala promjena u ulazu uzrokuje neočekivano veliku i naglu promjenu u izlazu. Postoji sedam elementarnih tipova katastrofe, to jest kritičnih točaka koje su temelj teorije katastrofe, a to su katastrofa nabora, šiljka, leptira, lastinog repa te katastrofa eliptične, hiperbolične i parabolične pupčane vrpce. Opis ove teorije može se činiti kompliciranim, ali teorija je vrlo korisna i primjenjiva, što pokazuje i popularni primjer o mostu i vrećicama brašna. Zamislite most oblika luka na koji na isto mjesto postupno stavljate vreće s brašnom. Dodajući pojedinačne vreće nećemo uočiti promjenu na mostu, sve





do jednog trenutka, kada postavimo posljednju vreću brašna koja će uzrokovati urušavanje mosta. Upravo to je točka katastrofe u navedenom primjeru.

Teorija katastrofe relativno je mlada grana matematike. Za njezino otkriće zaslužan je francuski matematičar René Thom (1923. – 2002.), inače nagrađen cijenjenom Fieldsovom medaljom za značajan doprinos u topologiji. Doduše, nagrada nije bila vezana uz njegov rad na području teorije katastrofe. Thomov doprinos matematici razvojem osnovnih teorema teorije katastrofe bio je velik, ali nedovoljan za popularizaciju teorije. Za to je zaslužan također britanski matematičar Sir Erik Christopher Zeeman (1925. – 2016.). Nakon što je upravo s Renéom Thomom proveo studijsku godinu u Parizu, Zeeman se vratio na svoje matično Sveučilište u Warwicku i započeo predavati kolegij iz teorije katastrofe. Navedeni kolegij postao je neizmjereno popularan među studentima. Osim među svojim studentima, Zeeman je teoriju katastrofe širio i među kolegama znanstvenicima, potičući njezinu primjenu u raznim područjima, a ponajviše u biologiji i bihevioralnim znanostima. Mnogi fenomeni u prirodi, ali i ljudskom ili životinjskom ponašanju, uključuju nagle promjene, zbog čega se upravo teorija katastrofe nameće kao adekvatni model. René Thom čak je izradio modele katastrofe za prijenos živčanih impulsa te otkucaje srca.

Završimo priču o matematičkim katastrofama jednim od najpoznatijih primjera modeliranja teorijom katastrofe unutar svijeta životinja. Ovaj primjer predstavio je Sir Christophera Zeemana, a riječ je o modeliranju agresivnog ponašanja psa. Smatra se da je agresivno ponašanje psa uvijek rezultat dvaju konfliktnih faktora: straha i bijesa. Smatra se da se oba faktora mogu relativno pouzdano mjeriti proučavanjem facijalnih ekspresija psa. Ako je u danom trenutku kod psa prisutan samo jedan faktor, lako je predvidjeti njegovu reakciju. Ako je pas bijesan, očekuje se da će imati agresivnu reakciju. Ako je pak u strahu, očekuje se da će pobjeći. Za teoriju katastrofe zanimljiva je situacija kada je pas u isto vrijeme i bijesan i u strahu. S obzirom na to da se radi o dvije konfliktne sile unutar psa, jednostavni modeli predviđaju da će se sile poništiti, što će rezultirati neutralnim ponašanjem psa. Iz iskustva znamo da je takav razvoj situacije malo vjerojatan i tu nam teorija katastrofe dolazi kao model koji može preciznije predvidjeti ishod ove situacije. Potencijalno ponašanje psa prikazuje se takozvanim površinama ponašanja kojih je u ovoj situaciji tri: površina agresije, površina bježanja i površina neutralnog ponašanja. Pomičući se po te tri površine, definiraju se pozicije u kojima se mogu odvijati nagle promjene ponašanja odnosno katastrofe.

