

IZ NASTAVNE PRAKSE

Brkata kutija broja Pi

MARIJA JURIŠIĆ ŠARLIJA¹ I MANUELA BRNČIĆ DADIĆ²

Sažetak: Broju Pi može se pristupiti na način realizacije ishoda *MAT SŠ E.1.2. Barata podacima prikazanima na različite načine.* Ovo je jedan od načina kako bi se statistika i obrada podataka mogle približiti učenicima. Učeničko rješavanje radnog listića rezultiralo je izradom brkatih kutija znamenaka broja π za različiti broj decimala.



Slika 1. Preuzeto s Pixabay

Ključni pojmovi: brkata kutija, broj π , statistika

1. Uvod

Kroz suradnju dviju škola – Zdravstvene škola i Obrtno tehničke škole u Splitu – uz tradicionalno obilježavanje Dana broja Pi organizirana je i radionica uz videokonferenciju. Učenici u timovima bavili su se statistikom broja Pi. Broj Pi jedna je od najpoznatijih konstanti, a definiramo ga kao omjer opsega kružnice i duljine promjera te kružnice.

2. Glavni dio

Statistika znamenaka broja Pi do na 120. decimalu

Statistički obrađeni podatci utječu na lokalnu, županijsku i državnu politiku. Suočavaju nas sa stvarnim stanjem u regiji, područjima znanosti, industriji, društvu i slično. Na osnovi tako obrađenih podataka rade se projekti s definiranim ishodima, aktivnosti koje vode k tim ishodima, vremenski okviri realizacije projekta i financije. Republika Hrvatska ima Državni zavod za statistiku koji se bavi službenom statistikom RH. Neke od tema zavoda za statistiku su stanovništvo, cijene, osobna potrošnja i pokazatelj siromaštva, okoliš, zaposlenost i plaće, obrazovanje, znanost, socijalna skrb i slično.



Slika 2. WordArt

¹Marija Jurišić Šarlija, Zdravstvena škola, Split

²Manuela Brnčić Dadić, Obrtna tehnička škola Split

Statistika je grana matematike koja se bavi prikupljanjem, pripremom, analiziranjem, tumačenjem i prikazom podataka. Navedene postupke moguće je dočarati statističkom obradom znamenaka broja Pi. Decimale broja Pi predstavljaju beskonačan skup nesređenih podataka koje je moguće do na zadanu decimalu statistički obraditi. Na taj način uvodimo osnovne statističke pojmove i dijagrame. Učenici su rješavanjem radnog listića (<http://bit.ly/listic-statistika-broja-pi>) statistički obradili broj Pi unutar grupa na različiti broj decimala, a primjer jedne grupe do na 120. decimalu prikazan je u ovom primjeru.

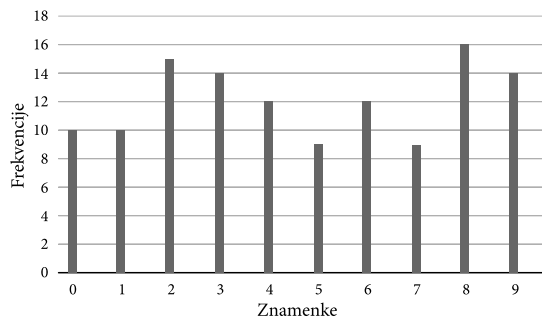
Znamenka	Frekvencija	Relativna frekvencija
0	10	0.0826
1	10	0.0826
2	15	0.124
3	14	0.1157
4	12	0.0992
5	9	0.0743
6	12	0.0992
7	9	0.0743
8	16	0.1322
9	14	0.1157

Slika 3. Tablični prikaz podataka

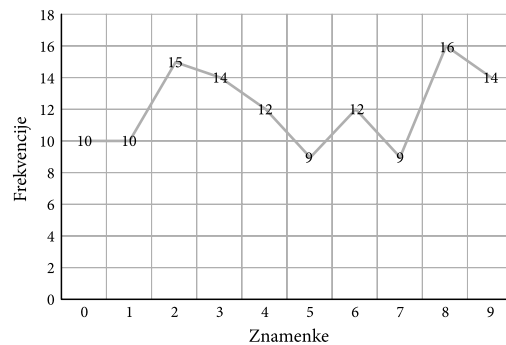
$\pi \approx 3.14159\ 26535\ 89793\ 23846\ 26433\ 83279\ 50288\ 41971\ 69399\ 37510\ 58209\ 74944\ 59230\ 78164\ 06286\ 20899\ 86280\ 34825\ 34211\ 70679\ 82148\ 08651\ 32823\ 06647...$

Skup nesređenih podataka potrebno je pripremiti odnosno razvrstati. Time dolazimo do pojmovi frekvencije i relativne frekvencije. **Frekvencija** je broj pojavljivanja nekog podatka. **Relativna frekvencija** udio je podatka u cijeloj populaciji. Praktično je frekvencije tablično prikazati.

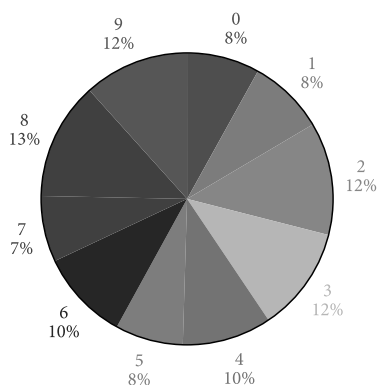
Osim tablicom, podatke prikazujemo i grafički. Dijagrami omogućuju da lakše analiziramo i uočimo bitna svojstva prikupljenih podataka.



Slika 4. Stupčasti dijagram



Slika 5. Linijski dijagram



Slika 6. Kružni dijagram

Pogodno je za očitavanje ili izračun osnovnih statističkih veličina podatke poredati od manjeg prema većem.

000000000011111111112222222222222222
 3333333333333333444444444444444455555555
 66666666666666777777777788888888888888
 8999999999999999

Potrebno je očitati minimalnu vrijednost i maksimalnu vrijednost promatranog skupa.

$$x_{min} = 0, x_{max} = 9$$

Mod je vrijednost podatka koji se najčešće ponavlja.

$$M_o = 8$$

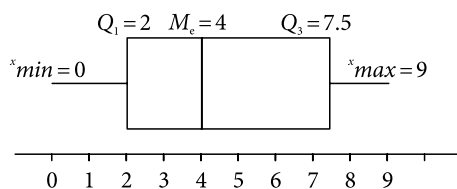
Medijan je vrijednost onog podatka koji podatke poredane po veličini dijeli na dva jednakobrojna dijela. Ako je broj podataka neparan, postoji točno jedan takav središnji podatak, a ako je broj podataka paran, medijan predstavlja aritmetičku sredinu dvaju središnjih podataka.

$$M_e = 4$$

Medijan prve polovine niza jest **donji kvartil**. Medijan druge polovine niza jest **gornji kvartil**. Medijan ponekad nazivamo i drugim kvartilom i označavamo Q_2 . Kvartili dijele skup podataka na četiri jednaka dijela.

$$Q_1 = 2 \text{ i } Q_3 = 7.5$$

Podatke zorno prikazujemo Brkatom kutijom.



Slika 7. Brkata kutija

Upravo ovakvom obradom podataka bavili su se učenici obilježavajući Dan broja π . Podijeljeni su u heterogene grupe unutar kojih je svaka grupa statistički obradila i prikazala grafički podatke broja π do na različiti broj decimala; primjerice, 1. grupa do na 30. decimalu, 2. grupa do na 44. decimalu, 3. grupa do na 47 decimalu i slično.

Koristeći se kolaboracijskim alatom Padlet (<https://bit.ly/3fj3J7U>) timovi učenika podijelili su svoja rješenja, kritički se osvrnuli na rezultate drugih grupa (različite brkate kutije), te ih interpretirali i uspoređivali. Unutar Padleta nalaze se otvoreni digitalni sadržaji: prezentacije o broju π (BookCreator i Adobe Spark), plakati (Canva), listići za bojenje (AutoCad) i kviz (Kahoot).



Slika 8. Padlet - <https://bit.ly/3fj3J7U>

Za decimalni broj kaže se da je normalan ako je vjerojatnost pojavljivanja svih znamenaka jednaka. Vjeruje se da je broj Pi normalan, to jest da su njegove znamenke uniformno distribuirane (uzimanjem većeg broja znamenaka distribucija svih znamenaka trebala bi se ujednačavati i težiti ka 10 %). Nijedno do sada provedeno statističko istraživanje znamenaka broja Pi to nije utvrdilo, te time normalnost broja Pi nije dokazana.

Istraživanje naših učenika pokazuje da je za 120 znamenaka distribucija približno uniformna. Bilo bi zanimljivo provesti istraživanje na većem broju znamenaka i proučiti hoće li se tada relativna frekvencija svih znamenaka približiti uniformnoj – u tom bi slučaju relativna frekvencija pojavljivanja svih znamenaka trebala biti blizu 10 %. Svakako, tezu o normalnosti broja Pi treba provjeravati na što je većem mogućem broju znamenaka. Primjerice, učenici su primijetili da se znamenka nula ne pojavljuje unutar prvih trideset decimala, odnosno da je minimalna vrijednost tih brkatih kutija jedan. Povećavanjem broja proučavanih znamenaka, povećala se i učestalost pojavljivanja znamenke nula i približila se teoretski očekivanoj vrijednosti od 10% - npr. kod 120 znamenaka učestalost pojavljivanja znamenke nula je 8%.

3. Zaključak

Ovakav pristup broju Pi motivira učenike za usvajanje statističkih pojmova koje kasnije mogu primijeniti na različite skupove podataka. Učenici stječu iskustvo i razvijaju mišljenje o obradi podataka. Pokazalo se je da je priprema podataka, tj. prebrojavanje znamenaka po grupama znamenaka, svakoj grupi uzela više vremena nego što su predvidjeli jer su „ručno“ prebrojavali znamenke. Učenik je uključen u proces rješavanja problema, on planira, istražuje i rješava zadani problem. Takva nastava potiče kritičko razmišljanje, suradništvo i kreativnost.

Literatura:

1. Dakić B., Elezović N. (2018.): Matematika 1, udžbenik sa zbirkom zadataka za 1. razred gimnazija i strukovnih škola, Element, Zagreb
2. <https://www.mathsisfun.com/definitions/box-and-whisker-plot.html> (7.3.2020.)
3. Varošanec S. (2013.). Karakteristična petorka i brkata kutija. *Matematika i škola* 72, Element, Zagreb, 56 – 59. (dostupno na <https://mis.element.hr/fajli/1250/72-3.pdf> (7. 3. 2020.))
4. <http://info.sjc.ox.ac.uk/users/gualtieri/Is%20Pi%20normal.htm> (13. 3. 2021.)
5. <https://www.educentar.net/Vijest/12937/Sve-tajne-broja-Pi/> (13. 3. 2021.)