

Od složenog prema jednostavnom

SVJETLANA JAKŠIĆ¹

Broj je osnovni pojam aritmetike koja s geometrijom čini dvije osnovne grane matematike. Početkom matematičkog obrazovanja, od 1. razreda osnovne škole, djeca upoznaju osnovne računске operacije te postupno usvajaju postupke računanja. Vrlo brzo kroz različite računске zadatke uoče osnovna svojstva računskih operacija, komutativnost, asocijativnost i distributivnost. I dok računanjem provjeravaju svojstva - sve je jasno, no onda se, u drugom polugodištu 1. razreda, uvodi slovo kao broj. Od tada nadalje svojstva računskih operacija iskazuju se koristeći slova radi općenitosti. Sve do tada broj je bio veličina koju su na neki način vidjeli, npr. brojeći jabuke. I računanje je bilo zorno prikazano kroz različite primjere, zadatke, na brojevnoj crti itd. No, uvođenjem slova koje označava broj, taj broj postaje apstraktan pojam.

Uza sav trud učitelja primijetila sam da nisu baš sretni s tom „novinom”. No, priča ide dalje, naravno.

U 8. razredu usvajaju osnovne formule (kvadrat zbroja i razlike, razlika kvadrata), nakon čega upoznaju najjednostavnije algebarske izraze, a onda u 1. razredu srednje škole i algebarske razlomke. I nama, matematičarima, tu je sve jasno. Mi volimo prečice koje nam različite formule omogućuju jer brže dolazimo do rezultata. No, pokazuje se da, dok su učenici donekle vješti pri izračunavanju i složenijih računskih izraza poput ovog:

$$\left(\frac{0.75}{1\frac{3}{5} - 1.2} : \frac{3 + 1\frac{1}{2}}{1.4} \right) \cdot \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}{\frac{1}{3} - \frac{1}{4}} =$$

(Dakić, Elezović (2019.): zad. 1.2.28., udžbenik za 1. razred gimnazija i strukovnih škola)

algebarski ih razlomci straše. Ako se vratimo na početak, ono slovo kao broj niti onda nije ih usrećilo, bili su zadovoljniji dok su samo računali (mogli su se koristiti prstima, a kasnije i džepnim računalom).

Dok smo do složenijih algebarskih razlomaka dolazili postupno, poštujući princip „od jednostavnog prema složenom”, uočila sam kako većina učenika usvoji for-

¹Svjetlana Jakšić, Srednja škola Petrinja

mule, ali ne uočava čemu služe. Da bih im pokazala kako postupak pojednostavljivanja algebarskih razlomaka uporabom formula i ranije usvojenih svojstava računskih operacija nije bauk, odlučila sam okrenuti dobro poznati princip rješavajući prvo složene zadatke!

Na prvom satu rješavanja (pojednostavljivanja) algebarskih razlomaka ne krećemo od jednostavnijih primjera zadataka, nego od onih najsloženijih koji su, u većini udžbenika, na kraju. I odmah učenicima kažem kako ih zovem „zadacima za strašnje učenika” 😊 A onda se uhvatimo u koštac s njima. Pokazalo se kako na taj način uspijevamo, na samom početku, demistificirati i najsloženije algebarske razlomke! I ne samo njih!

Na 11. stručno-metodičkom skupu za učitelje i nastavnike matematike u Puli bila sam na predavanju doc. dr. sc. Ljerke Jukić Matić: „Učenje otkrivanjem i produktivni neuspjeh u nastavi matematike”, tijekom kojeg nas je predavačica upoznala s idejom produktivnog neuspjeha. Našla sam dosta sličnosti u ovakvom pristupu rješavanja zadataka pojednostavljivanja algebarskih razlomaka (ali i nekih drugih zadataka!) i ideje čiji je cilj „razviti zadatke koje učenici neće moći riješiti, ali koji od njih zahtijevaju aktivaciju svog prethodno stečenog znanja kako bi pokušali riješiti problem”.

Ukratko, kad napišemo naslov „Algebarski razlomci”, zamolim učenike da otvore zbirke na onoj „najstrašnijoj” stranici (str. 87. u udžbeniku Dakić, Elezović za 1. razred gimnazija i strukovnih škola, Element). Učenici izaberu zadatak koji im izgleda najteže, poput ovog:

$$\left(\frac{2a}{a^2 - b^2} + \frac{a - b}{a^2 + 2ab + b^2} \right) : \frac{(a + b)^2}{9a^4 - b^4} =$$

(Dakić, Elezović (2019.): zad. 3.5.28., udžbenik za 1. razred gimnazija i strukovnih škola)

Uz razgovor uočimo sve što u tom razlomku možemo primijeniti (redosljed računskih operacija, formule, izlučivanje, svođenje na zajednički nazivnik, zgrade...), analiziramo pojedine dijelove, dogovorimo strategiju rješavanja (sinteza) i, na njihovo čuđenje, vrlo brzo dođemo do rezultata! Pri tome se pokazuje kako je vrlo učinkovito rješavati prvo ono što znaju, uočene dijelove zadatka koji su im jasni, umjesto odustajanja zbog onoga što ne znaju! Tek nakon toga se vraćamo na jednostavnije zadatke dok postupno ne dođemo opet do onih složenih – koji im onda nisu više strašni! Rezultati takvog pristupa su odlični, dobar dio mojih učenika rješava bez većih problema algebarske razlomke i nisu im omraženi dio gradiva. I što je najvažnije, to im je postalo zabavno!

Primijenila sam to i na eksponencijalne i logaritamske jednažbe, trigonometrijske identitete, određivanje domene funkcije...

Na primjer, kako bih objasnila jednostavnost rješavanja logaritamske jednadžbe, riješimo prvo jedan jednostavni primjer poput ovog:

$$\log_3 x = 4$$

A zatim, da bih pokazala koje oblike isti taj tip jednadžbe može poprimiti, riješimo ovakav primjer:

$$\log_{25} \left[\frac{1}{5} \log_3 \left(2 - \log_{\frac{1}{2}} x \right) \right] = \frac{1}{2}$$

(Dakić, Elezović (2020.): zad. 2.5.18., udžbenik za 3. razred gimnazija i strukovnih škola)

Kako bih objasnila derivaciju složene funkcije, jedan od početnih primjera je derivacija funkcije koja je kompozicija 3 funkcije. Prilažem poveznicu na kratki video o tome:

<https://www.youtube.com/watch?v=xADHZvt0eM4&t=58s>

Pokazalo se u praksi da na taj način učenici brže i lakše usvoje vještinu razlaganja složenog zadatka na sastavne dijelove, kao i odabira strategije za rješavanje zadatka. Jer ponekad, u zadacima takve vrste, učenici „od šume ne vide drveće“, a posljedica je neuspjeh i odustajanje od takvih zadataka i ne pokušavši ih rješavati. No, kad shvate da pomoću osnovnog, jednostavnog pravila ili formule mogu riješiti i prilično složene zadatke, postaju motiviraniji i postižu bolje rezultate. A onda smo svi, naravno, zadovoljniji!

Ključne riječi: analiza, algebarski razlomci, primjena formula, produktivni neuspjeh, rješavanje problema, sinteza.

Literatura:

1. Dakić, Elezović (2019.): Matematika 1, udžbenik za 1. razred gimnazija i strukovnih škola
2. Dakić, Elezović (2020.): Matematika 3, udžbenik za 3. razred gimnazija i strukovnih škola
3. Jukić Matić, Lj. (2019.): Može li neuspjeh biti produktivan?, Matematika i škola, god.19, br. 102., str. 3-7.