Ispit otvorenog tipa u *online* nastavi

Kristina Jelena Penzar[1]

Uvod

Zbog pandemije koja se i dalje širila, ove školske godine ujesen nismo mogli početi nastavu na uobičajen način. Svaka je škola trebala odabrati jedan od ponuđenih modela: model A, B ili C. Model A bio je redovna nastava, no svi smo morali biti s maskama. Model C bio je nastava *online* i išao je u kombinaciji s modelom A kada bi neki od učenika bio pozitivan na koronavirus. Moja je škola bila jedna od rijetkih koja je ujesen odabrala B model nastave po kojemu je svaki tjedan jedna polovica razreda bila na nastavi, a druga *online*.

Nastava u razredu i nastava na daljinu

U početku nismo trebali nositi maske, razredi su počinjali nastavu u različita vremena i u različita su vremena imali odmore da se međusobno ne susreću. Meni se osobno taj model rada sviđao iako je imao svojih nedostataka. Raditi s pola razreda bilo je odlično iskustvo jer u učionici nemate 27 učenika nego pola od toga. Svatko je sjedio sam u svojoj klupi i nije imao s kime pričati, svi su pratili nastavu, atmosfera za rad bila je izvrsna. Nastava je cijelo vrijeme tekla bez prekida jer kad bi neki učenik morao u izolaciju, a s njime njegova polovica razreda, druga bi polovica drugi tjedan normalno bila u školi.

Oni koji su bili doma nastavu su pratili *online* i to tako da su imali „izravan prijenos" onoga što se radi na satu. S obzirom da se na matematici puno piše, kamera na mom laptopu preko koje su pratili nastavu nije mogla snimiti cijelu ploču pa sam imala mali stolić na kojemu mi je stajao laptop s kamerom koji sam onda po potrebi pomicala da učenici kod kuće sve vide i čuju. Slika je znala biti mutna ili Internet loš pa sam učenicima unaprijed skenirala i poslala sve zadatke s kompletnim rješenjima da mogu lakše pratiti nastavu. Idući tjedan, kada bi došli u školu, prvi smo sat ponavljali sve najbitnije od prošlog tjedna, a onda tri sljedeća sata radili dalje novo gradivo. Gradivo nismo obrađivali preopsežno, više se radilo ono što je najbitnije.

Za pisanje ispita model B nije bio najidealniji jer sam ispit pisala jedan tjedan s jednom polovicom razreda, a onda drugi tjedan s drugom. Ista je stvar bila s ispravcima pa smo izgubili malo više vremena nego da je nastava bila organizirana na uo-

[1]Kristina Jelena Penzar, Nadbiskupska klasična gimnazija, Zagreb

bičajen način. Krajem polugodišta, zbog pogoršanja epidemiološke situacije svi smo morali prijeći na nastavu *online* – tj. na model C. Meni se dogodilo da mi je jedna polovica razreda pisala test točno u zadnjem tjednu normalne nastave, kako je i bilo najavljeno, a druga je polovica trebala pisati u tom tjednu kada je nastava krenula *online*.

Nije bilo izvjesno do kada se takva situacija može očekivati, a nisam htjela da druga polovica test piše nakon praznika, mjesec dana kasnije ili tko zna kada ako se situacija ne popravi. Zato sam odlučila učenicima dati ispit, iako su bili doma, svjesna rizika da će se dogovarati, međusobno si pomagati ili na neki drugi način pokušati doći do bolje ocjene. Pripremila sam ispit s „osobnim brojevima". Takvu vrstu ispita osmislila sam prošlog proljeća kada smo po prvi put imali nastavu *online*. Ideja je da svi učenici dobiju isti ispit, no svatko test rješava sa svojim, „osobnim brojevima". To su na primjer: datum rođenja, kućni broj, broj u e-dnevniku, posljednja znamenka broja mobitela, broj braće i sestara, klupa i red u kojoj učenik sjedi u razredu, ocjena koju bi učenik želio imati iz matematike... Uvela sam stroga pravila da mogućnost prepisivanja ili bilo kakve pomoći sa strane smanjim koliko je moguće. Uzela sam si i za pravo da, u slučaju sumnje u samostalan rad, učenika propitam i vidim zna li zaista za ocjenu koju je dobio na ispitu. U svakom slučaju, bila sam zadovoljna, poneki sam pokušaj prepisivanja razotkrila i učenici su priznali što se i kako dogodilo. Ostale ocjene nisu bile bitno različite od onih uživo i bilo mi je jako drago da sam se odlučila na pisanje ispita, iako su ostali profesori ispite pomaknuli do povratka učenika u škole nakon praznika, što se odužilo.

Pisali su ispit iz nastavne cjeline Kvadratna funkcija. Ovako je to izgledalo zajedno s uputama:

Ispit

Priredi dva prazna lista papira i kalkulator. Ispit trebaš pisati kemijskom olovkom, jasno, čitljivo i uredno. Ukoliko nešto ne budem mogla pročitati, za to nećeš dobiti bodove.

Na vrh stranice u lijevi kut zapiši:

Ime i prezime: ______________________________

Ocjena koju sam imao/imala na kraju 1. razreda iz matematike (oznaka J): ________

Zadnja znamenka mog broja mobitela (oznaka M): ________

Znamenka jedinica kućnog broja na kojemu stanujem (oznaka S): ________

U zadatcima koji slijede umjesto slova J, M i S trebaš upisati brojeve koje si gore naveo. Sretno!

2. pismeni ispit

1. *Zapiši kvadratnu funkciju oblika $f(x) = (x - J)(x - S)$. Izračunaj joj nultočke, tjeme, odsječak na osi ordinata, nacrtaj graf te odredi tijek.*

2. *Kako glasi kvadratna funkcija* $f(x)=ax^2+bx+c$ *kojoj je f(0) = J, f(1) = S i f(-2) = M?*
3. *Odredi koordinate sjecišta pravca y = Jx + MS i parabole y = (x – S)(x – M).*
4. *Riješi sustav nejednadžbi*

$$x^2-Jx\leq 0,$$
$$S^2-x^2>0.$$

5. *Neka je D = J + M + S. Od žice duljine D metara treba napraviti ogradu u obliku pravokutnika tako da mu površina bude najveća moguća. Jedna stranica nalazi se uza zid te ju nije potrebno ograđivati. Kolike su stranice toga pravokutnika?*

Rješenja

S obzirom da je svaki učenik imao tri različita broja, za svakoga su i rješenja zadataka bila različita pa se može činiti da je ispravljanje ovakvog testa komplicirano i zahtijeva puno više vremena od uobičajenog ispravljanja. No, nije tako. Traje možda samo malo dulje nego obično i nakon nekoliko ispravljenih testova ide prilično brzo. Potrebno je samo detaljno riješiti cijeli test s brojevima *J*, *S* i *M*.

Evo kako to izgleda:

1. Zapiši kvadratnu funkciju oblika $f(x) = (x - J)(x - S)$. Izračunaj joj nultočke, tjeme, odsječak na osi ordinata, nacrtaj graf te odredi tijek.

Rješenje:

Funkcija je zadana tako da su nultočke odmah vidljive, tj. $x_1 = J$, $x_2 = S$.

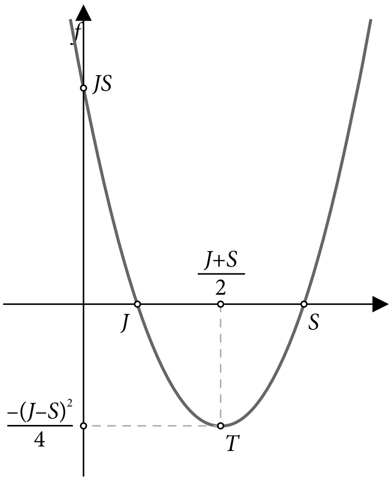
Apscisa tjemena je: $x_T=\dfrac{x_1+x_2}{2}=\dfrac{J+S}{2}$.

Ordinatu tjemena dobijemo uvrštavanjem apscise tjemena u funkciju:

$$\begin{aligned}y_T&=f(x_T)\\&=f\left(\frac{J+S}{2}\right)=\left(\frac{J+S}{2}-J\right)\left(\frac{J+S}{2}-S\right)\\&=\left(\frac{J+S-2J}{2}\right)\left(\frac{J+S-2S}{2}\right)=\frac{S-J}{2}\cdot\frac{J-S}{2}\\&=-\frac{1}{4}(J-S)^2\end{aligned}$$

Odsječak na osi ordinata je $f(0)=JS$.

Nacrtamo sada graf funkcije s izračunatim točkama:



Potrebno je još odrediti tijek funkcije:

x	$-\infty$ ↗ $(J+S)/2$ ↗ ∞
$f(x)$	∞ ↘ $-(J-S)^2/4$ ↗ ∞

U slučaju da je $J > S$, razlika će samo biti vidljiva na grafu jer će nultočke biti zamijenjene.

2. Kako glasi kvadratna funkcija $f(x) = ax^2 + bx + c$ kojoj je $f(0) = J$, $f(1) = S$ i $f(-2) = M$?

Rješenje:

$$f(0) = J \quad \Rightarrow \quad c = J$$
$$f(1) = S \quad \Rightarrow \quad a + b + c = S$$
$$f(-2) = M \quad \Rightarrow \quad 4a - 2b + c = M\,.$$

Rješavanjem ovog sustava dobijemo da je $a = \dfrac{3S - 2J - M}{6}$, $b = \dfrac{3S - 4J + M}{6}$, $c = J$.

Tražena funkcija je $f(x) = \dfrac{3S - 2J - M}{6}x^2 + \dfrac{3S - 4J + M}{6}x + J$.

3. Odredi koordinate sjecišta pravca $y = Jx + MS$ i parabole $y = (x - S)(x - M)$.

Rješenje:

Iz $y = Jx + MS$ i $y = (x - S)(x - M)$ imamo da je:

$$Jx + MS = (x - S)(x - M)$$
$$Jx + MS = x^2 - Sx - Mx + MS$$
$$x^2 - Sx - Mx - Jx = 0,$$

tj. dobijemo kvadratnu jednadžbu $x^2 - (S + M + J)x = 0$

Rješenja ove kvadratne jednadžbe su $x_1 = 0$ i $x_2 = S + M + J$. Sada lako izračunamo da je

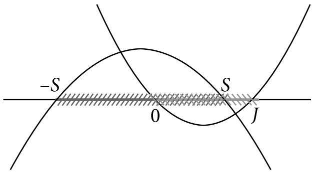
$$y_1 = MS \text{ i } y_2 = (M + J)(S + J).$$

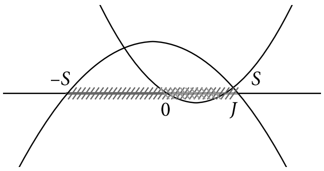
4. Riješi sustav nejednadžbi:

$$x^2 - xJ \leq 0,$$
$$S^2 - x^2 > 0.$$

Rješenje:

Iz prve nejednadžbe izlučimo x pa imamo $x(x-J) \leq 0$. Nultočke su $x_1 = 0$ i $x_2 = J$.
Rastavimo drugu nejednadžbu: $(S-x)(S+x) > 0$. Nultočke su $x_1 = S$ i $x_2 = -S$.
Prikažimo grafički i odredimo presjek u slučaju da je $J > S$ i $J < S$:



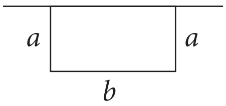


Rješenje je $x \in [0, S)$, odnosno $x \in [0, J)$.

5. Neka je $D = J + M + S$. Od žice duljine D metara treba napraviti ogradu u obliku pravokutnika tako da mu površina bude najveća moguća. Jedna stranica nalazi se uza zid te ju nije potrebno ograđivati. Kolike su stranice toga pravokutnika?

Rješenje:

Nacrtajmo si skicu:



Iz $D = 2a + b$ imamo da je $b = D - 2a$. Uvrstimo b u formulu za površinu pravokutnika

$$P = ab = a(D-2a) = -2a^2 + aD.$$

Površina je najveća u maksimumu ove funkcije, tj za $a = \dfrac{-D}{2\cdot(-2)} = \dfrac{D}{4}$.

Iz $b = D - 2a$ izračunamo da je $b = D - 2a = D - 2\cdot\dfrac{D}{4} = \dfrac{D}{2}$.

Zaključak

Prilikom sastavljanja ispita s osobnim brojevima važno je da je neki od brojeva sigurno različit od nule – to je u ovom slučaju ocjena koju je učenik imao na kraju prošle školske godine. Također treba paziti na različite moguće slučajeve ako je pojedini broj jednak nula ili jedan, da se zadatak ne bi previše pojednostavnio i izgubio smisao. Može se na početku napomenuti, da ukoliko je neki od brojeva jednak nuli, umjesto nule zapišu neki drugi unaprijed zadani broj.

Bilo da se radi o funkcijama, geometriji, nizovima ili nečemu drugome, većina zadataka može se zadati preko „osobnih brojeva". Potrebno je samo malo prakse i vježbe pa smišljanje i ispravljanje zadataka nije problem, a svaki učenik ima svoj jedinstveni test!