

Stručni rad

FRAKTALNA GEOMETRIJA – KORELACIJA FIZIKE I MATEMATIKE

Lana Kovačić Švenda, prof. mentor matematike

Marina Trstenjak Petran, prof. mentor fizike

Srednja škola Čakovec

Sažetak

Klasična geometrija služi za opisivanje oblika koji su nastali kao djelo čovjekova uma. Za opisivanje složenijih nepravilnih oblika koji su nastali u prirodi koristi se fraktalna geometrija. Primjeri nepravilnih, fraktalnih oblika od kojih je satkan naš svijet su: snježne pahulje, listovi kupusa i paprati, krošnje drveća, sustav riječnih tokova, planinski lanci, munje.... Fraktali se smatraju jednom od najvećih tajni dizajna prirode, ljudima su poznati od davnina samo ih kao takve nisu poznali. Osnovna definicija fraktala je da je to geometrijski oblik koji posjeduje svojstvo da je svaki njegov dio sličan cjelini. Kako je teorija fraktala našla primjenu u raznim područjima čovjekova djelovanja i postala nezamjenjiv alat za razumijevanje skrivenih pravilnosti prirode odlučili smo na nastavi matematike i fizike baviti se fraktalima. Naime, fraktali su vrlo slabo obuhvaćeni nastavnim kurikulumima matematike i fizike. U srednjoškolskoj matematici fraktala uopće nema, a u fizici tek u 4.razredu gimnazije kao izborna tema. Projektnim zadatkom na temu fraktala učenici su istražili i crtali razne fraktalne oblike te na taj način aktivno sudjelovali u nastavnom procesu i dobili trajnija znanja o fraktalima.

Ključne riječi: fraktal, fraktalna geometrija, fraktalni crtež, korelacija

1. Uvod

Nastava matematike i fizike učenicima je vrlo često kompleksna i monotona zbog opsega gradiva, problema i pojava koje se javljaju. Obzirom da su fraktali jako slabo obuhvaćeni nastavnim kurikulumima fizike i matematike odlučili smo ih zainteresirati za temu zadavši im projektni zadatak vezan uz temu fraktalne geometrije. Ovakav način zadatka izlazi iz standardnog okvira tradicionalne nastave, a kod učenika se postiže motiviranost i zainteresiranost za zadatak. Kako bismo projektni zadatak učinili zanimljivim i zabavnim te kako bi dobili što više učenika zainteresiranih za te predmete predstavili smo im smjernice u istraživanju – istražite i nacrtajte. Na taj način su dobili trajnija znanja o fraktalima koje susreću u svakodnevnom životu, a da toga možda do sada nisu bili svjesni.

2. Fraktalna geometrija

Euklid iz Aleksandrije u svom djelu Elementi iznio je pravila i aksiome na kojima počiva euklidska geometrija. Ta geometrija bila je osnova matematike sve do 19. stoljeća kada se pokazalo da postoji i drugačija geometrija – neeuklidska geometrija. Nepravilne razigrane linije prirode koje se ne mogu opisati klasičnom geometrijom, pa se za opisivanje tih neobičnih linija u prirodi koristi fraktalna geometrija.

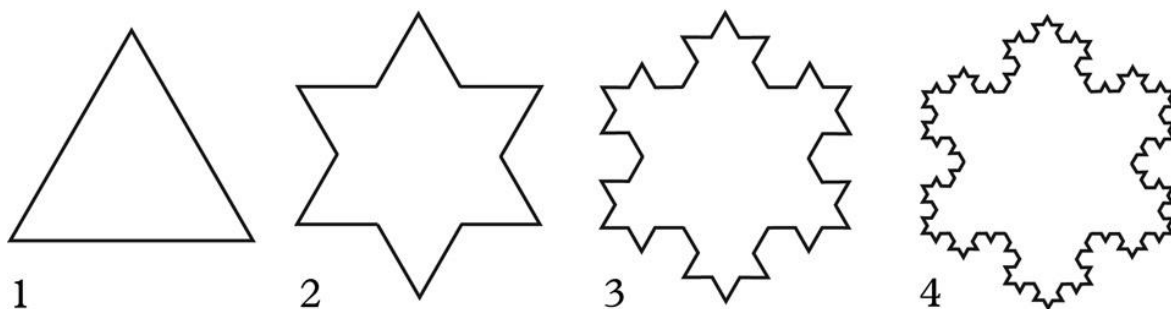
Učenici su zadatak shvatili vrlo ozbiljno te su nakon istraživanja naveli sljedeće primjere fraktalne geometrije:

- Snježne pahuljice
- Krošnja drveta, sukulenti, cvijet hortenzije i suncokreta
- Struktura krvožilnog sustava
- List paprati, listovi kupusa
- Brokula, cvjetača i šanon
- Munje
- Riječna obala

2.1. Fraktali

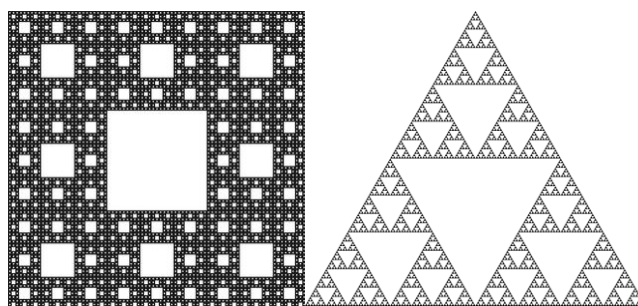
Fraktali su objekti koji daju jednaku razinu detalja neovisno o razlučivosti koja se koristi. Moguće ih je uvećavati beskonačno mnogo puta, a da se pri svakom povećanju vide detalji koje se prije povećanja nisu vidjeli, ali količina novih detalja je približno jednaka. Ocem fraktala smatra se poljski matematičar Benoit Mandelbrot koji je u 20. stoljeću nakon niza istraživanja i mjerenja Britanske obale definirao riječ „fraktal“ kao hrapav, izlomljen geometrijski oblik koji može biti podijeljen na manje dijelove od kojih je svaki umanjena kopija cjeline.

Fraktali imaju svojstva samosličnosti, fraktalne dimenzije i oblikovanja iteracijom. Svojstvo samosličnosti fraktala govori da fraktal slični sam sebi bez obzira koji dio promatramo i bez obzira koliko ga puta povećamo. Primjere samosličnosti vidimo kod Kochove pahuljice na slici 1., trokut i sag Sierpinskog na slici 2.



Slika 1. Kochova pahuljica

<https://www.enciklopedija.hr/natuknica.aspx?id=32180>



Slika 2. Trokut i sag Sierpinskog

<https://hr.wikipedia.org/wiki/Fraktal>

Svojstvo fraktalne dimenzije je broj koji pokazuje u kojoj mjeri neki fraktal ispunjava prostor u kojem se nalazi. Karakteristika fraktalne dimenzije je to da ona ostaje jednaka bez obzira na mjerilo u kojem se koristi. Iterativnost je svojstvo fraktalnog

objekta da se generira nekim matematičkim ili geometrijskim postupkom koji se uzastopno ponavlja. Postupak se može ponavljati beskonačno puta. Iteracijom dobivaju se vrijednosti koje se nazivaju interandima, a niz uzastopnih interanada nazivamo vremenskom serijom [4].

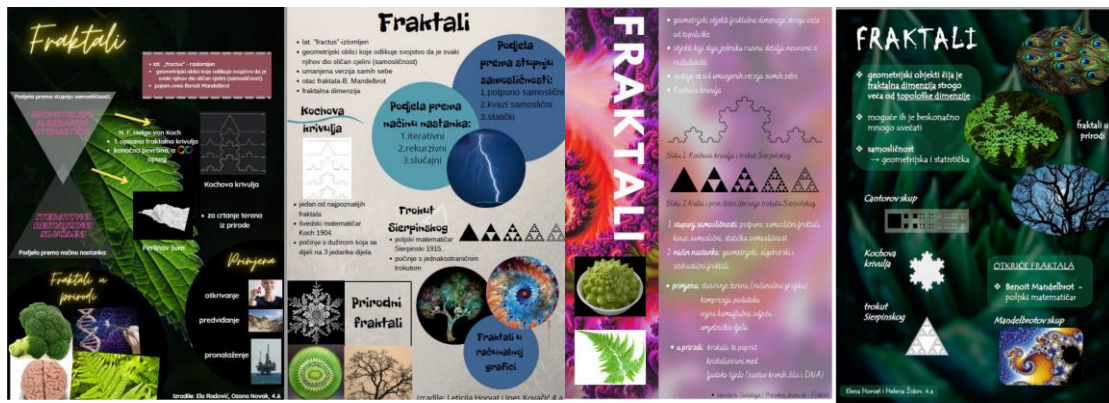
2.2. Fraktalni crtež

Fraktalni crtež specifična je vrsta crteža gdje se na praznom papiru zatvorenih očiju crtaju različite šare te na taj način dobivamo slična polja različitih veličina. Nakon stvaranja obrisa slijedi bojenje otvorenih očiju koristeći različite boje poštujući uvjet da susjedna polja nisu jednakih boja.

Fraktalni crtež kao art terapiju osmislila je ruska psihologinja Tanzilia Polujahtova, a u Hrvatskoj profesorica Martina Kosec. Provedene su mnoge studije koje pokazuju činjenicu da se crtanjem fraktala ljudi brže oporavljaju od različitih problema koje imaju u životu. Izradom fraktalnog crteža ljudi oslikavaju svoj unutarnji svijet, dok kod djece je uočena dobrobit crtanja u nekoliko područja – poboljšanje koncentracije i pažnje, povećanje fokusa, poboljšanje pamćenja, razvoj fine motorike, smanjenje stresa i napetosti, razvoj kreativnosti.

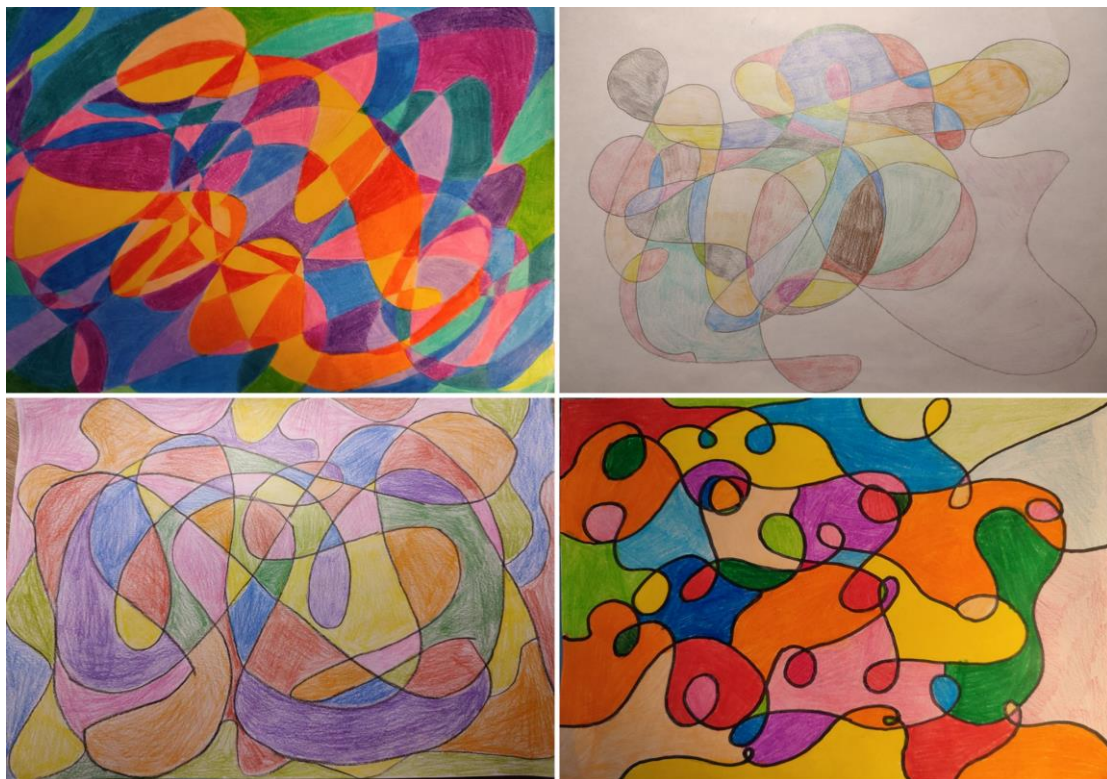
2.3. Fraktalna geometrija – korelacija s matematikom i fizikom

U matematici i fizici prilikom rješavanja zadataka često se ponavljaju postupci. To ponavljanje dovelo nas je na razmišljanje o tome kako bismo to prikazali vizualno pa smo počeli raspravljati o istim ponavljanjima u različitim područjima. Tako smo zagrebli površinu ideje o fraktalnoj geometriji. Učenici su dobili projektni zadatak istražiti više o fraktalima u prirodi te istraženo prikazati pomoću digitalnog plakata. Primjeri učeničkih digitalnih plakata prikazani su na slici 3.

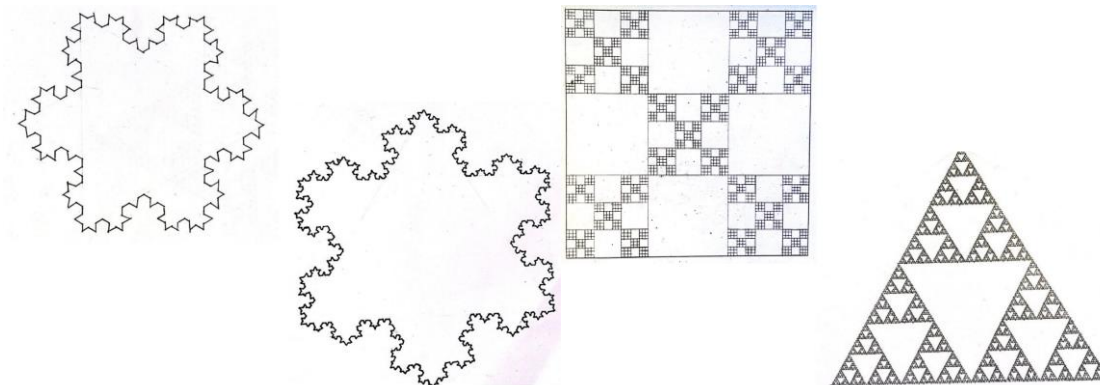


Slika 3. Plakati na temu fraktala

Nakon istraživanja i prezentacije svojih radova na temu fraktala na nastavi matematike i fizike, podijelili smo ih u skupine i svaka je skupina dobila zadatak. Jedna skupina učenika imala je zadatak nacrtati fraktalni crtež, dok je druga skupina imala zadatak nacrtati Kochovu pahuljicu, sag i trokut Sierpinskog. Na slici 4. prikazani su primjeri učeničkih fraktalnih crteža, a na slici 5. učenički radovi Kochove pahuljice, saga i trokuta Sierpinskog.



Slika 4. Fraktalni crtež



Slika 5. Radovi učenika

Provođenjem interaktivne nastave, pitali smo učenike „Postoji li fraktalna dimenzija?“ te nakon zaključka da postoji postavili smo pred njih problem gdje bi tu dimenziju mogli uočiti u svakodnevnom životu. Učenici su uočili važnost fraktala u geoznanostima (predviđanje poplava, vulkanskih erupcija,...), neuroznanostima, dijagnostici, ...

3. Zaključak

Ovim radom željeli smo pokazati mogućnost osmišljavanja projektnog zadatka koji povezuje znanja iz različitih područja kao što su fizika i matematika, ali i vezu sa svakodnevnim prirodnim fenomenima. Glavni cilj projektnog zadatka bio je da učenika stavimo u središte nastavnog procesa, te da ga se zainteresira za novi način poučavanja kojim svoja znanja i vještine primjenjuje na problemima iz svakodnevnog života. Na taj način aktivno uči i znanja koja usvaja su trajnija. Fraktalnim crtežima učenici su izrazili svoje emocije, poboljšali koncentraciju i pažnju, ali prije svega smanjili stres i napetost što nam je bio i cilj. Takvim načinom rada nastava fizike i matematike bila im je manje stresna i zanimljivija, pokazali su iznimnu zainteresiranost za takav način rada.

4. Popis literature

- [1] Crtanje fraktala. URL: <https://crtanje-fraktala.com/> (14.1.2022.)
- [2] Dobrić Žaja, S. Fraktali. URL: <https://nova-akropola.com/znanost-i-priroda/znanost/fraktali/> (14.1.2022.)
- [3] Gleick, J. (1996.): Kaos – stvaranje nove znanosti, Zagreb, Tiskara Puljko
- [4] Jukić, M. Fraktali. URL: <https://repozitorij.fkit.unizg.hr/islandora/object/fkit%3A445/datastream/PDF/view> (14.1.2022.)
- [5] Kohova pahuljica. URL: <https://www.enciklopedija.hr/natuknica.aspx?id=32180> (15.1.2022.)
- [6] Trokut i sag Sierpinskog. URL: <https://hr.wikipedia.org/wiki/Fraktal> (15.1.2022.)