

Primljen / Received: 9.5.2018.  
 Ispravljen / Corrected: 7.9.2020.  
 Prihvaćen / Accepted: 26.11.2021.  
 Dostupno online / Available online: 10.1.2022.

## Energetski baziran trodimenzionalni indeks oštećenja za praćenje i otkrivanje oštećenja na betonskim građevinama

### Autori:



<sup>1</sup>Nikola Stojić, dipl.ing.građ.  
[n\\_stojic@yahoo.com](mailto:n_stojic@yahoo.com)



<sup>2</sup>Prof.dr.sc. Tamara Nestorović  
[tamara.nestorovic@rub.de](mailto:tamara.nestorovic@rub.de)



<sup>3</sup>Prof.dr.sc. Dragoslav Stojić  
[dragoslav.stojic@gmail.com](mailto:dragoslav.stojic@gmail.com)



<sup>2,3</sup>Dr.sc. Nemanja Marković  
[nemanja.markovic@gaf.ni.ac.rs](mailto:nemanja.markovic@gaf.ni.ac.rs)  
 Autor za korespondenciju



<sup>4</sup>Dr.sc. Nenad Stojković  
[svnenad@yahoo.com](mailto:svnenad@yahoo.com)



<sup>5</sup>Dr.sc. Nikola Velimirović  
[nvelimirovic@np.ac.rs](mailto:nvelimirovic@np.ac.rs)

<sup>1</sup>Institut za puteve, Srbija

<sup>2</sup>Ruhrsko sveučilište u Bochumu, Njemačka  
 Fakultet za građevinarstvo i ekološko  
 inženjerstvo

<sup>3</sup>Sveučilište u Nišu, Srbija  
 Građevinsko arhitektonski fakultet

<sup>4</sup>Sveučilište u Nišu, Srbija  
 Akademija primijenjenih tehničkih i predškolskih studija

<sup>5</sup>Državno sveučilište u Novom Pazaru, Srbija  
 Odjel tehničkih znanosti

Prethodno priopćenje

[Nikola Stojić, Tamara Nestorović, Dragoslav Stojić, Nemanja Marković, Nenad Stojković, Nikola Velimirović](#)

### Energetski baziran trodimenzionalni indeks oštećenja za praćenje i otkrivanje oštećenja na betonskim građevinama

U radu je prikazan novi pristup koji omogućuje aktivno praćenje stanja konstrukcija i otkrivanje oštećenja na masivnim armiranobetonskim konstrukcijama, a utemeljen je na primjeni piezoelektričnih pametnih agregata. U matičnom je obliku izveden inovativni trodimenzionalni indeks oštećenja baziran na valičnoj dekompoziciji signala i energiji prostiranja valova. Iako se predloženi trodimenzionalni indeks oštećenja može koristiti za sve vrste armiranobetonskih konstrukcija, prije svega se ipak preporučuje za masivne infrastrukturne građevine. Pristup predložen u ovom radu teoretski je izveden za proizvoljni oblik armiranobetonskog elementa, te je numerički provjeren u raznim scenarijima variranjem geometrije armiranobetonskih elemenata, isto kao i položaja, veličine i rasprostranjenosti oštećenja. Kvazistatička analiza piezoelektričnih pametnih agregata modelirana je pomoću standardne metode konačnih elemenata, a u ovom je istraživanju uspješno primijenjena eksplicitna metoda konačnih elemenata za modeliranje prostiranja ultrazvučnih valova. Rezultati bazirani na numerički generiranim simulacijama upućuju na perspektivnost novog pristupa za nerazorno otkrivanje oštećenja pomoću trodimenzionalnih indeksa oštećenja.

#### Ključne riječi:

otkrivanje oštećenja, nerazorno ocjenjivanje, praćenje stanja konstrukcija, numerička simulacija, indeksi oštećenja

Research Paper

[Nikola Stojić, Tamara Nestorović, Dragoslav Stojić, Nemanja Marković, Nenad Stojković, Nikola Velimirović](#)

### Energy based three-dimensional damage index for monitoring and damage detection of concrete structures

A novel approach to active structural health monitoring and damage detection of massive reinforced concrete structures using piezoelectric smart aggregates is presented in this paper. An innovative three-dimensional damage index, based on wavelet signal decomposition and energy of wave propagation, is derived in matrix form. Although the proposed three-dimensional damage index can be used for all types of reinforced concrete structures, it is primarily recommended for massive infrastructure buildings. The approach proposed in this paper is theoretically considered for an arbitrary shape of a reinforced concrete element, and it is numerically verified for various scenarios by varying the geometry of reinforced concrete elements, as well as the position, size and quantity of damage. Quasi-static analysis of piezoelectric smart aggregates is modelled using a standard finite element method, and the explicit finite element method is successfully applied in this research for modelling propagation of ultrasonic waves. The results based on numerically generated simulations indicate that the new approach to non-destructive damage detection using three-dimensional damage indexes is quite promising.

#### Key words:

damage detection, nondestructive evaluation, structural health monitoring, numerical simulation, damage indices

## 1. Uvod

Armiranobetonske konstrukcije uglavnom se koriste za izvođenje građevina nacionalne važnosti kao što su to velikorasponski mostovi, brane i neboderi. Zbog izuzetne veličine takvih građevina, svi elementi koji su bitni sa stajališta nosivosti i sigurnosti mogu se, u kontekstu otkrivanja oštećenja, analizirati kao masivni trodimenzionalni elementi. Tijekom trajanja armiranobetonskih građevina trebaju se rješavati brojni problemi kako bi se zadržala odgovarajuća razina njihove sigurnosti i pouzdanosti. Građevine su podložne brojnim utjecajima kao što su prirodne katastrofe (poput potresa, uragana i tsunamija), sudari vozila na mostovima te opterećenja uslijed visokocikličnog zamora, a svaki od takvih utjecaja može dovesti do znatnih oštećenja elemenata konstrukcije pa i do popuštanja, tj. rušenja građevine. Armiranobetonske građevine trebaju se štititi pomoću sustava koji omogućuju otkrivanje nastanka i širenja oštećenja u kraćim vremenskim intervalima, a takvi su sustavi naročito potrebni za zaštitu infrastrukturnih građevina. Oni omogućuju prikupljanje informacija dostatnih za donošenje ispravnih odluka. Pravodobne reakcije mogu spasiti ljudske živote, a također i smanjiti troškove održavanja i rekonstrukcije građevina. Tako se smanjuju i gubici koji nastaju zbog nekorištenja građevine, povećava se sigurnost građevina, a ujedno se smanjuje i opasnost od njihova rušenja.

Piezoelektrični pametni agregati (eng. *Piezoelectric smart aggregates* - PZT SA) multifunkcionalni su uređaji koji se, između ostalog, mogu koristiti i za otkrivanje oštećenja na armiranobetonskim građevinama. Primjena PZT SA omogućuje otkrivanje oštećenja na elementima armiranobetonskih nosača [1, 2]. U radovima [3, 4] opisuje se nerazorno otkrivanje oštećenja prouzročenih cikličnim opterećivanjem armiranobetonskih stupova i stupova pojačanih trakama polimera ojačanog vlaknima (FRP), pri čemu se koristi agregat PZT SA. Agregati PZT SA ugrađeni u okvirnu armiranobetonsku konstrukciju korišteni su kao aktivni uređaji za otkrivanje oštećenja te za praćenje širenja oštećenja uzrokovanog eksperimentalnim simuliranjem seizmičkog opterećenja [5, 6]. To eksperimentalno istraživanja upućuje na vrlo izraženu potencijalnu iskoristivost agregata PZT SA za aktivni sustav monitoringa (SHM) armiranobetonskih konstrukcija. U literaturi se navode dva osnovna načela za otkrivanje oštećenja:

- otkrivanje oštećenja bazirano na energiji prostiranja valova
- otkrivanje oštećenja bazirano na impedanciji.

U ovom će se radu koristiti prvo od ta dva načela, što uključuje primjenu metode rezonancije tj. konfiguracije koja se sastoji od pokretača i senzora. To znači da se jedan agregat PZT SA koristi kao pokretač i potiče širenje mehaničkih valova kroz armiranobetonsku konstrukciju, dok se drugi agregat PZT SA koristi kao senzor za otkrivanje dolaznih valova.

Ako se može uspostaviti izravan odnos između nekih karakteristika dobivenih na temelju izlaznih signala iz senzora i oštećenja konstrukcije, tada se takav odnos može smatrati

indeksom oštećenja (DI). Indeksi oštećenja bazirani na prostiranju valova i analizi izlaznih signala mogu se podijeliti u tri kategorije:

- indeksi oštećenja u vremenskom području
- indeksi oštećenja u frekvencijskom području
- indeksi oštećenja u vremensko-frekvencijskom području.

Ovisno o tipu razmatranih elemenata, indeksi oštećenja mogu se podijeliti na linearne (jednodimenzionalne), površinske (dvodimenzionalne) i prostorne (trodimenzionalne) indekse oštećenja. U ovom se radu prikazuje prostorni (3D) indeks oštećenja. Do sada su korišteni brojni raznovrsni indeksi u vremenskom području, kao npr. indeks oštećenja s amplitudom od vrha do vrha [7], indeks oštećenja s korijenom srednjeg kvadrata [8] te indeksi oštećenja s korijenom srednje kvadratne razlike (RMSD DI) [9, 10]. Uspješno su korištene i razne varijacije indeksa baziranih na energiji signala koji izlazi iz senzora [11-13], zatim na kombinaciji amplitude i vremena preleta (ToF) [14] te na prigušenju [15]. Složeniji indeksi oštećenja su indeksi oštećenja s vremenskim obratom [16], indeksi oštećenja s analizom nelinearnih vremenskih nizova [17] te indeksi oštećenja s Pearsonovim koeficijentom korelacije [18]. Indeks oštećenja s vremenskim zapisima senzora, iskazan u matričnom obliku, korišten je za praćenje širenja oštećenja na armiranobetonskim nosačima mosta [19]. Indeks oštećenja u frekvencijskom području prikazan je u radovima [19, 20], a indeks oštećenja baziran na energiji prve prirodne sastavne funkcije (IMF), dobiven Hilbertovom transformacijom signala, koristi se u [21]. Svi spomenuti indeksi oštećenja, bilo u vremenskom ili frekvencijskom području, jednodimenzionalni su indeksi oštećenja.

Prema podacima iz literature, višedimenzionalni indeksi oštećenja mnogo rjeđe se primjenjuju za otkrivanje oštećenja na konstrukcijama. Uglavnom se koristi dvodimenzionalni indeks oštećenja baziran na valičnoj dekompoziciji signala i energiji izlaznog signala, i to za praćenje širenja oštećenja AB posmičnih zidova [22]. Trodimenzionalni indeks oštećenja baziran na korištenju modificirane metode oduzimanja matrica (MMSM) i 3D indeks oštećenja baziran na tenzorskoj metodi (TM) primjenjuju se za određivanje oštećenja na AB stupovima željezničkog mosta [23]. Osim toga, u literaturi je prikazan i 3D indeks oštećenja koji se temelji na karakteristikama vibracija okvirne AB građevine [24]. Za istu vrstu građevina primjenjuje se i Levenberg-Marquardtovo lokalno pretraživanje s generičkim algoritmom za rekonstrukciju oštećenja [25]. U prikazanom 3D indeksu oštećenja, građevina se analizira globalno a njeni se elementi razmatraju kao linearni elementi, što je i logično jer se radi o AB okvirnim konstrukcijama. Međutim, kada se analiziraju masivne infrastrukturne građevine ili druge AB građevine velikih dimenzija, tada se građevina treba razmatrati "iznutra", tj. svaki se element treba analizirati kao trodimenzionalni element, a u svakom se pojedinom elementu treba pratiti razina oštećenosti. Rezultati dobiveni detekcijom oštećenja na masivnom AB elementu mogu se zatim koristiti u provedbi globalne analize nosivosti i sigurnosti građevine.

Do sada korišteni indeksi oštećenja pružaju podatke u jednoj ili u dvije dimenzije, što je prikladno za analizu linearnih ili površinskih elemenata. Današnji trodimenzionalni indeksi oštećenja odnose se na globalnu analizu građevina, te se koriste za otkrivanje oštećenja okvirnih konstrukcija. Prema spoznajama autora, te na temelju detaljne analize relevantne literature, može se zaključiti da do sada još nije razvijen indeks oštećenja koji bi mogao pružiti informacije o oštećenjima unutar masivnih AB elemenata. U ovom se radu želi prikazati trodimenzionalni indeks oštećenja koji može poslužiti za otkrivanje oštećenja i za djelomičnu determinaciju položaja oštećenja unutar pojedinih elemenata AB građevina. Smatramo da postojeći indeksi oštećenja ne zadovoljavaju praktične zahtjeve za praćenje stanja konstrukcija masivnih AB građevina, a to se naročito odnosi na infrastrukturne građevine. Zbog toga je potrebno raditi na daljnjem razvoju 3D indeksa oštećenja i metoda za lokalizaciju oštećenja u prostoru.

## 2. Piezometarski pametni agregati i pristup za otkrivanje oštećenja

Pojam piezoelektričnost označava generiranje električnog polja kada se materijal podvrgne mehaničkom naprezanju (izravno piezoelektrično djelovanje) ili generiranje mehaničke deformacije kao odziv na pojavu električnog polja (suprotno piezoelektrično djelovanje). Za linearne piezoelektrične materijale uspostavljen je konstitutivni odnos između mehaničkih i električnih varijabli [26]:

$$\{S\} = [s]\{T\} + [d]^t \{E\} + \{\alpha\}\theta \quad (1)$$

$$\{E\} = [g]\{T\} + [B]\{D\} + \{\tilde{E}\}\theta \quad (2)$$

gdje su:

$\{S\}, \{T\}$  - vektori deformacije i naprezanja

$\{E\}, \{D\}$  - vektori električnog polja i električnog pomaka

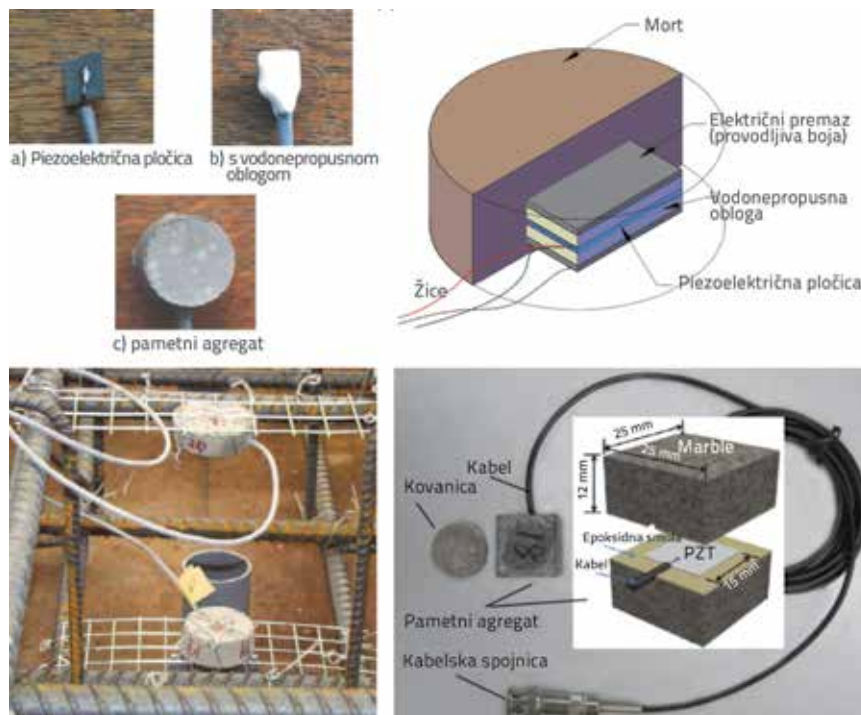
$\theta$  - temperatura

$\{\alpha\}, \{\tilde{E}\}$  - koeficijent toplinske ekspanzije i električni koeficijent temperature pomaka

$[d], [g]$  - matrica veznih koeficijenata i matrica koeficijenata piezoelektričnog napona

$[\beta]$  - matrica dielektričnih konstanti

$[s]$  - matrica sukladnosti.



Slika 1. Piezoelektrični pametni agregat (SA): gore lijevo: pretvornici pametnog agregata proizvedeni u ULB-BATir-u, gore desno: prikaz pametnog agregata [27], dolje lijevo: pametni agregat ugrađen u betonski uzorak [28], dolje desno: struktura pametnog agregata [29]

Izraz (1) je jednadžba pokretanja kojom se može predvidjeti koja se vrijednost električnog polja generira pri nekom zadanom mehaničkom naprezanju. Suprotno tome, izraz (2) je senzorska jednadžba kojom se može predvidjeti koja se vrijednost mehaničke deformacije generira pri nekom zadanom mehaničkom naprezanju.

Piezoelektrične pločice su vrlo krte i osjetljive na vlagu pa se stoga nisu koristile u otkrivanju oštećenja na AB konstrukcijama. Međutim, ti su nedostaci uklonjeni tijekom razvoja piezoelektričnih pametnih agregata (PZT SA), slika 1. Pri izradi agregata PZT SA, piezoelektrična pločica se najprije zaštićuje hidroizolacijskim premazom, povezuje se s električnim žicama, te se zatim polaže u malu oplatu u koju se ulijeva svježi beton. Nakon što beton očvrstne, agregat PZT SA spreman je za ugradnju u AB element konstrukcije, slika 1. dolje lijevo, slika 2. lijevo. Formiranjem tog malog pametnog betonskog bloka, krta piezoelektrična pločica štiti se od mehaničkih udara, vibracija ili vlage, tj. od utjecaja koji se javljaju u stvarnim građevinama velikih dimenzija. Pametni se agregati ugrađuju u AB elemente povezivanjem ili armaturom ili oplatom. Treba napomenuti da pametni agregat treba ostati u svom unaprijed definiranom položaju tako da se mehanički valovi mogu usmjeriti u odgovarajućem smjeru. Piezoelektrični pametni agregati odlikuju se sljedećim dobrim svojstvima: jednostavna proizvodnja i korištenje, niska cijena, brzi odziv, veliki raspon frekvencija, velika pouzdanost, multifunkcionalnost, otpornost na kemijski



Slika 2. Primjena pametnih agregata u otkrivanju oštećenja: lijevo: praćenje stanja AB posmičnih zidova [30], desno: praćenje stanja na mostu Niu-Dou na Tajvanu [28]

agresivne tvari te otpornost na ultraljubičasto zračenje. Ipak, ti agregati imaju i određene nedostatke: niski izlazni napon (treba se koristiti pojačalo napona), visoka vrijednost otpora, osjetljivost na vlagu, osjetljivost piezoelektričnih pločica na mehaničke udare (što je neutralizirano uvođenjem pametnih agregata), te velik broj pametnih agregata koji se trebaju ugraditi za praćenje stanja AB konstrukcija.

Opći koncept otkrivanja oštećenja na AB građevinama pomoću agregata PZT SA bazira se na primjeni piezoelektričnih utjecaja. Suprotni piezoelektrični utjecaj služi za pobuđivanje elastičnog širenja mehaničkih valova, a izravan piezoelektrični utjecaj za otkrivanje dolazećeg mehaničkog vala. Pokretači PZT SA uglavnom se aktiviraju električnim naponom u obliku kratkotrajnih signala (Hanningov prozor s prolomima podataka, Rickovi signali) ili u obliku kontinuiranih dugotrajnijih signala (klizajući sinusni signali). Energetska metoda temelji se na činjenici da energija odaslanih valova slabi s povećavanjem oštećenja, što izravno utječe na signal koji izlazi iz senzora. Promjena energije izlaznog signala prati se valičnom dekompozicijom signala. Tim se pristupom može detektirati pojava oštećenja i širenje tog oštećenja u vremenu. Na slici 2. prikazani su primjeri primjene energetskog pristupa, pri čemu se koristi linearni indeks oštećenja (jednadžba 10) za otkrivanje oštećenja na AB zidu i za praćenje širenja oštećenja na betonskom stupu mosta.

### 3. Energetski jednodimenzionalni indeks oštećenja tipa RMSD

Indeks oštećenja u kojem se koristi korijen srednje kvadratne razlike (RMSD), baziran na valičnoj dekompoziciji signala i energiji valova, često se koristi za otkrivanje oštećenja na linearnim AB

elementima (gredama, stupovima i rešetkama). U ovom se radu taj indeks oštećenja koristi kao ulazni parametar za izvođenje trodimenzionalnog indeksa oštećenja.

#### 3.1. Valična dekompozicija signala

Ovdje se valična dekompozicija signala koristi kao sredstvo za obradu signala tj. za analizu izlaznog signala koji dolazi iz ugrađenih agregata PZT SA. U valičnoj se analizi signal dijeli na pomaknute i skalirane verzije originalnog (osnovnog) valića. U valičnoj dekompoziciji signala, signal se dijeli na dva signala tj. na aproksimaciju i detalj. Aproksimacija se zatim dijeli na novu aproksimaciju i detalj te se postupak dalje ponavlja. Detalj se također može podijeliti na nove aproksimacije i detalje, ali to u ovom istraživanju nije učinjeno jer detalji posjeduju tek marginalnu energiju te nisu bitni za ovu analizu. Valić je valni oblik ograničenog trajanja a prosječna vrijednost mu je nula:

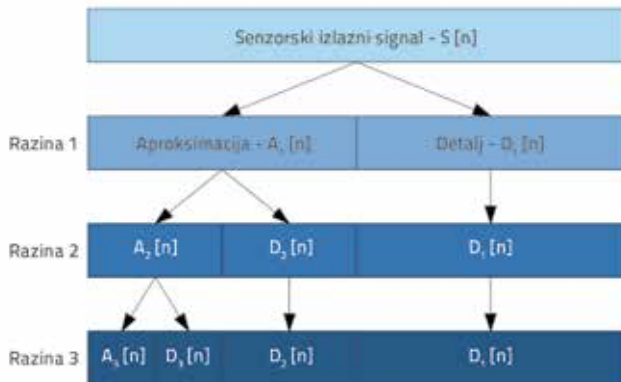
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \Psi_{(t)} dt = 0 \tag{3}$$

Pomoću odabrane osnovne valične funkcije  $\psi(t)$  (u ovom se radu, kao osnovni valić koristi baza valića Daubechies db9), kontinuirana valična transformacija (CWT) funkcije  $f_{(t)}$  definira se kako slijedi:

$$W_r(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} f_{(t)} \bar{\Psi}\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \tag{4}$$

gdje su  $a > 0$  i  $b \in \mathbb{R}$  dilatacijski tj. translacijski parametri. Crtica iznad  $\Psi_{(t)}$  znak je da se radi o složenoj konjugaciji. U ovom se radu koristi dekompozicija valića zbog izuzetno dobrih karakteristika

i mogućnosti primjene u relativno uskim frekvenzijskim područjima te u relativno uskom vremenskom prozoru.



Slika 3. Algoritam kontinuirane valične transformacije izlaznog signala senzora

### Energetski jednodimenzionalni indeks oštećenja

Prvo se provodi dekompozicija izlaznog signala  $S$  izmjenenog u vremenskoj domeni pomoću senzora PZT SA. Taj se signal dekompozicijom paketa valiča na razini  $n$  dijeli u dva niza signala:

$$\{X_1, X_2, \dots, X_j, \dots, X_{2^n-1}, X_{2^n}\} \quad (5)$$

$$X_j = [x_{j,1}, x_{j,2}, \dots, x_{j,m}] \quad (6)$$

gdje je  $m$  broj uzorkovanih podataka. Energija dekomponiranog izlaznog signala zabilježena na senzoru PZT SA može se definirati pomoću odnosa

$$E_{i,j} = \|X_j\|_2^2 = x_{j,1}^2 + x_{j,2}^2 + \dots + x_{j,m-1}^2 + x_{j,m}^2 \quad (7)$$

gdje je  $i$  indeks vremena a  $j$  je razina dekompozicije valiča ( $j = 1, \dots, 2^n$ ). Energetski vektor za stanje oštećenosti u vremenskom indeksu  $i$  definira se kao:

$$E_i = [E_{i,1}, E_{i,2}, \dots, E_{i,2^n}] \quad (8)$$

Za zdravo stanje konstrukcije, energetski vektor definira se kao:

$$E_h = [E_{h,1}, E_{h,2}, \dots, E_{h,2^n}] \quad (9)$$

Jednodimenzionalni indeks oštećenja utemeljen na korijenu srednje kvadratne razlike (RMSD) te na energiji valova i valičnoj dekompoziciji signala u vremenu  $i$  definira se kao:

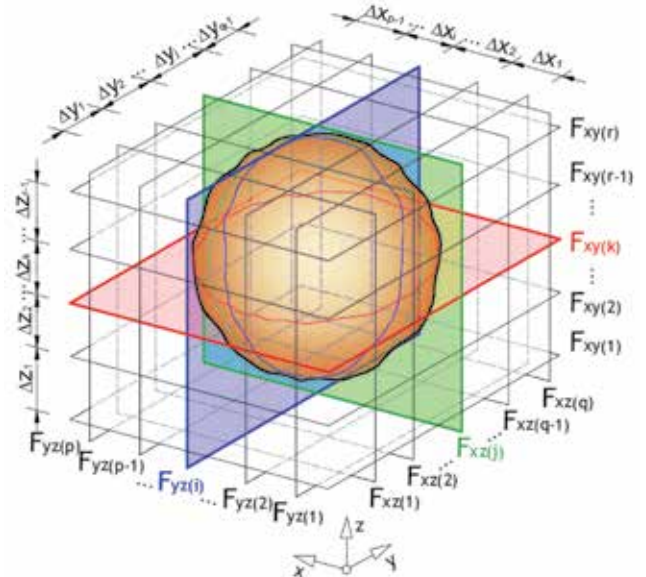
$$DI = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{2^n} (E_{i,j} - E_{h,j})^2}{\sum_{j=1}^{2^n} (E_{h,j})^2}} \quad (10)$$

Porast indeksa oštećenja povezan je s porastom oštećenja u konstrukciji, što omogućuje praćenje stanja konstrukcije pomoću

indeksa oštećenja definiranog na prethodno opisani način. Taj indeks oštećenja pruža podatke o nastanku oštećenja u blizini pravca usmjerenosti pokretača-senzora. Stoga je pogodan za praćenje linearnih AB elemenata.

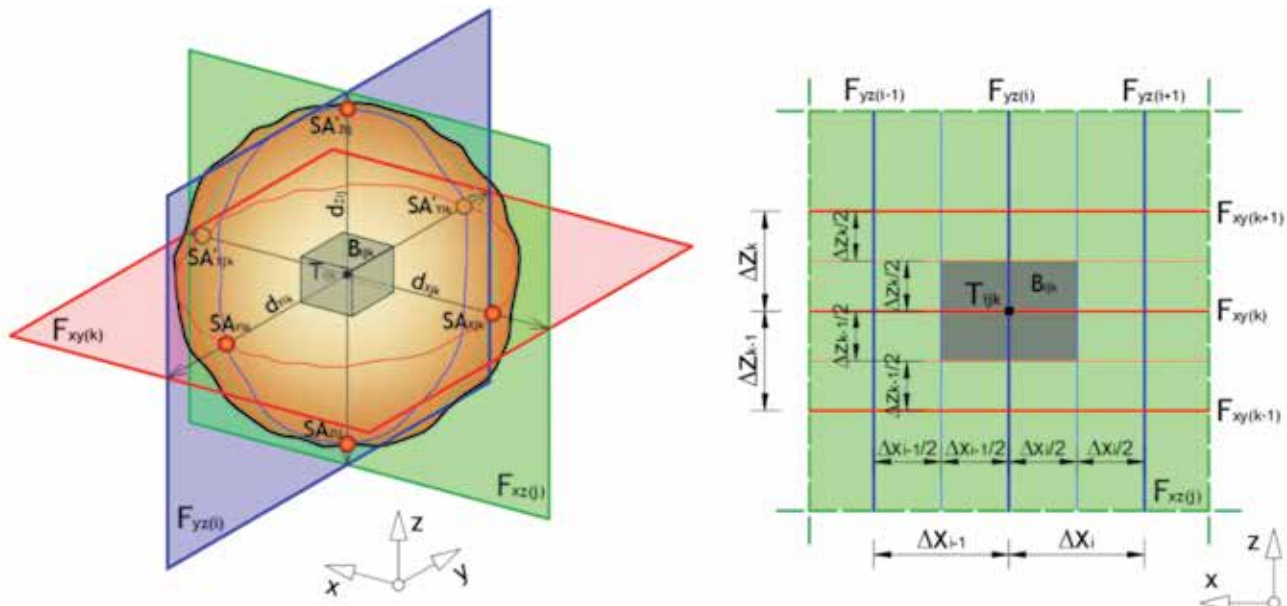
### 4. Novi energetski trodimenzionalni indeks oštećenja

U ovom se poglavlju opisuje novi trodimenzionalni indeks oštećenja za aktivno praćenje stanja masivnih AB konstrukcija. Najprije se izvodi indeks oštećenja za opći oblik, nakon čega se prikazuje provjera koja se provodi na odabranim modelima. Razmatra se proizvoljno odabrano trodimenzionalno AB tijelo u trodimenzionalnom lokalnom Kartezijevom koordinatnom sustavu (LCS)  $(x, y, z)$ . U odnosu na LCS, razmatrano tijelo je diskretizirano međusobno poprečnim ravninama  $F_{xy}^k, F_{xz}^j, F_{yz}^i$  ( $i = 1, 2, \dots, p$ ;  $j = 1, 2, \dots, q$ ;  $k = 1, 2, \dots, r$ ) kao što je to prikazano na slici 4. Ravnine međusobno su razmaknute  $\Delta_{z1}, \Delta_{z2}, \dots, \Delta_{z(p-1)}, \Delta_{zr-1}$ , i po tome se razlikuju od općeg slučaja. Ostale dvije vrste ortogonalnih ravnina također su postavljene u određenim razmacima koji ne moraju uvijek biti isti.



Slika 4. Diskretizacija proizvoljnog armiranobetonskog tijela pomoću ortogonalnih ravnina

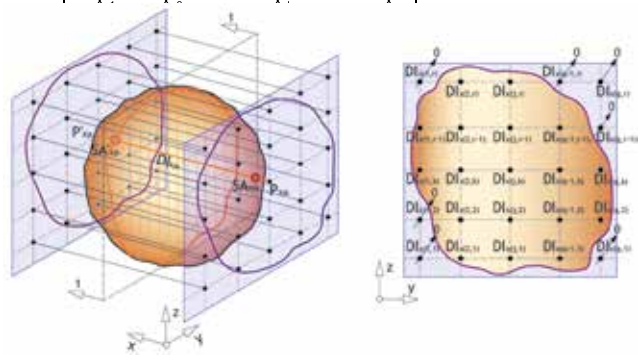
Slika 5. prikazuje tri međusobno ortogonalne ravnine koje čine tri presječna smjera  $d_{xjk}, d_{yik}, d_{zlj}$ . Agregati PZT SA postavljeni su na sjecištu smjerova s tijelom proizvoljnog oblika (piezoelektrični pametni agregati  $SA_{xjk}$  i  $SA'_{xjk}$  postavljeni su na sjecište  $d_{xjk}$  s tijelom). Točka  $T_{ijk}$  je točka u kojoj se sijeku tri smjera (vidi sliku 5.), a predstavlja poddomenu  $B_{ijk}$ . Poddomena  $B_{ijk}$  formirana je presjekom imaginarnih uzajamnih ravnina (slika 5. desno) koje su postavljene u sredinu intervala između ravnina i ostala dva ortogonalna smjera  $F_{yz}^{k-1}, F_{yz}^k, F_{yz}^{k+1}$  i  $F_{yz}^{j-1}, F_{yz}^j, F_{yz}^{j+1}$ . Svako sjecište koje predstavlja jednu poddomenu čitavog betonskog tijela ima jedinstvenu vrijednost u 3D indeksu oštećenja.



Slika 5. Kreiranje smjerova sjecišta i točaka koje predstavljaju podtijela

Na sjecištu svih ravnina xz i xy, dobivamo smjerove  $d_{xjk}$  ( $j = 1, 2, \dots, q$ ;  $k = 1, 2, \dots, r$ ), kao što je to prikazano na slici 6. Ortogonalna projekcija (deblja ljubičasta boja) formirana je na zamišljenoj ravnini yz izvan tijela presjecanjem ravninom 1-1 kroz tijelo. Također je formirana i projekcija svih smjerova  $d_{xjk}$  (točaka  $P_{xjk}$  i  $P'_{xjk}$ ). Jednodimenzionalni indeks oštećenja baziran na RMSD izračunan je prema izrazu (8), gdje je PZT SA  $SA_{xjk}$  pokretač a PZT SA je senzor. Nasuprot tome, PZT SA  $SA_{xjk}$  i  $SA'_{xjk}$  koriste se kao senzor tj. kao pokretač, a izračunava se i indeks oštećenja. I na kraju dobivamo konačni indeks  $DI_{xjk}$   $d_{xjk}$  kao prosjek ta dva indeksa oštećenja. Matrica  $M_{jk}^{yz}$  dobiva se izračunavanjem jednodimenzionalnog indeksa oštećenja za sve parove pokretač-senzor u smjeru paralelnom s osi x lokalnog Kartezijevog sustava:

$$M_{jk}^{yz} = \begin{bmatrix} DI_{x_{11}} & DI_{x_{12}} & \dots & DI_{x_{1q}} & \dots & DI_{x_r} \\ DI_{x_{21}} & DI_{x_{22}} & \dots & DI_{x_{2q}} & \dots & DI_{x_{2r}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \dots & \vdots \\ DI_{x_{j1}} & DI_{x_{j2}} & \dots & DI_{x_{jq}} & \dots & DI_{x_{jr}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ DI_{x_{p1}} & DI_{x_{p2}} & \dots & DI_{x_{pq}} & \dots & DI_{x_{pr}} \end{bmatrix} \quad (11)$$



Slika 6. Postupak formiranja matrice  $M_{jk}^{yz}$

Elementi matrice imaju nulte vrijednosti u svim smjerovima izvan tijela (slika 6. desno). U općem slučaju, vrijednosti se razlikuju od nule za smjerove unutar tijela. Isto tako, matrica  $M_{jk}^{yz}$  formira se za smjerove paralelne s osi y, jednačba (12), dok se matrica  $M_{ij}^{yz}$  formira za smjerove paralelne s osi z, jednačba (13):

$$M_{ik}^{yz} = \begin{bmatrix} DI_{y_{11}} & DI_{y_{12}} & \dots & DI_{y_{1q}} & \dots & DI_{y_{1r}} \\ DI_{y_{21}} & DI_{y_{22}} & \dots & DI_{y_{2q}} & \dots & DI_{y_{2r}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \dots & \vdots \\ DI_{y_{i1}} & DI_{y_{i2}} & \dots & DI_{y_{iq}} & \dots & DI_{y_{ir}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ DI_{y_{p1}} & DI_{y_{p2}} & \dots & DI_{y_{pq}} & \dots & DI_{y_{pr}} \end{bmatrix} \quad (12)$$

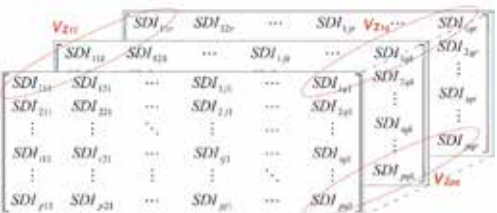
$$M_{lj}^{yz} = \begin{bmatrix} DI_{z_{11}} & DI_{z_{12}} & \dots & DI_{z_{1j}} & \dots & DI_{z_{1q}} \\ DI_{z_{21}} & DI_{z_{22}} & \dots & DI_{z_{2j}} & \dots & DI_{z_{2q}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \dots & \vdots \\ DI_{z_{l1}} & DI_{z_{l2}} & \dots & DI_{z_{lj}} & \dots & DI_{z_{lq}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ DI_{z_{p1}} & DI_{z_{p2}} & \dots & DI_{z_{pj}} & \dots & DI_{z_{pq}} \end{bmatrix} \quad (13)$$

Matrica  $M_{ij}^{yz}$  je  $pxq$ , matrica  $M_{ik}^{yz}$  je  $pxr$ , a matrica  $M_{jk}^{yz}$  je  $qxr$ . Na kraju se množenjem elemenata matrice (11), (12) i (13) izvodi novi trodimenzionalni indeks oštećenja SDI, predstavljen trodimenzionalnom matricom:

$$SDI_{ijk} = M_{ij}^{xy} \bullet M_{ik}^{xz} \bullet M_{jk}^{yz} \quad (14)$$

gdje je  $SDI_{ijk}$  trodimenzionalna matrica  $pxqxr$ , dok operator  $\bullet$

označava množenje članova matrice ovisno o njihovom položaju u matrici (donji indeks). Na primjer, za  $i = 3, j = 5$  i  $k = 7$ , element trodimenzionalne matrice  $SDI_{357}$  dobiva se množenjem elementa  $DI_{z35}$  matrice  $M_{ij}^{xy}$  s elementom  $DI_{z37}$  matrice  $M_{ik}^{xz}$  i elementom  $DI_{z57}$  matrice  $M_{jk}^{yz}$ . Notacija trodimenzionalne matrice može se prikazati na tri različita načina: u odnosu na ravninu XY, izrazi (15) i (16), u odnosu na ravninu XZ, izraz (18) ili u odnosu na ravninu YZ, izraz (19):



$$SDI_{pqr}^{xy} = \begin{bmatrix} SDI_{11} & SDI_{12} & \dots & SDI_{1q} \\ SDI_{21} & SDI_{22} & \dots & SDI_{2q} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ SDI_{p1} & SDI_{p2} & \dots & SDI_{pq} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$SDI_{pqr}^{xy} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{z11} & \mathbf{V}_{z12} & \dots & \mathbf{V}_{z1q} & \dots & \mathbf{V}_{z1r} \\ \mathbf{V}_{z21} & \mathbf{V}_{z22} & \dots & \mathbf{V}_{z2q} & \dots & \mathbf{V}_{z2r} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \dots & \vdots \\ \mathbf{V}_{zq1} & \mathbf{V}_{zq2} & \dots & \mathbf{V}_{zqj} & \dots & \mathbf{V}_{zqr} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{V}_{zp1} & \mathbf{V}_{zp2} & \dots & \mathbf{V}_{zpi} & \dots & \mathbf{V}_{zpr} \end{bmatrix} \quad (16)$$

Usvojeno je označavanje trodimenzionalne matrice koje je slično kao i kod standardne dvodimenzionalne matrice, a jedina je razlika u tome što su joj elementi vektori. Vektori matrice prikazani u izrazu (16) imaju dimenziju  $r$ .

$$\mathbf{V}_{z_i} = \{SDI_{ij1}, SDI_{ij2}, \dots, SDI_{ijk}, \dots, SDI_{ijr}\} \quad (17)$$

U notaciji koja se odnosi na ravnine XZ i YZ, trodimenzionalna matrica predstavljena je jednadžbama (18) i (19):

$$SDI_{pqr}^{xz} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{y11} & \mathbf{V}_{y12} & \dots & \mathbf{V}_{y1k} & \dots & \mathbf{V}_{y1r} \\ \mathbf{V}_{y21} & \mathbf{V}_{y22} & \dots & \mathbf{V}_{y2k} & \dots & \mathbf{V}_{y2r} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \dots & \vdots \\ \mathbf{V}_{yq1} & \mathbf{V}_{yq2} & \dots & \mathbf{V}_{yqk} & \dots & \mathbf{V}_{yqr} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{V}_{yp1} & \mathbf{V}_{yp2} & \dots & \mathbf{V}_{ypk} & \dots & \mathbf{V}_{ypr} \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$SDI_{qrp}^{yz} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{x11} & \mathbf{V}_{x12} & \dots & \mathbf{V}_{x1k} & \dots & \mathbf{V}_{x1r} \\ \mathbf{V}_{x21} & \mathbf{V}_{x22} & \dots & \mathbf{V}_{x2k} & \dots & \mathbf{V}_{x2r} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \dots & \vdots \\ \mathbf{V}_{xj1} & \mathbf{V}_{xj2} & \dots & \mathbf{V}_{xjk} & \dots & \mathbf{V}_{xjr} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{V}_{xq1} & \mathbf{V}_{xq2} & \dots & \mathbf{V}_{xqk} & \dots & \mathbf{V}_{xqr} \end{bmatrix} \quad (19)$$

Bez obzira na način predstavljanja trodimenzionalne matrice, njeni elementi imaju u svakoj poddomeni jedinstvene vrijednosti. Indeks ukupnog oštećenja  $U_o$  definira se na sljedeći način:

$$U_o = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q \sum_{k=1}^r \beta_{ijk} \cdot SDI_{ijk} \quad (20)$$

gdje su  $\beta_{ijk}$  ponderijski koeficijenti određeni na bazi sudjelovanja odgovarajuće poddomene u ukupnom obujmu:

$$\beta_{ijk} = \frac{V_{ijk}}{\sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q \sum_{k=1}^r V_{ijk}} \quad (21)$$

gdje je  $V_{ijk}$  - obujam poddomene  $B_{ijk}$  predstavljen točkom  $T_{ijk}$ . Pomoću  $SDI_{ijk}$  dobivamo podatke o oštećenju unutar AB elementa za pojedinačne poddomene, a indeksom ukupnog oštećenja  $U_o$  definira se ukupno oštećenje elementa. Što je vrijednost indeksa oštećenja viša, to je veće i oštećenje u AB elementu.

## 5. Numerička simulacija

Numeričko modeliranje agregata PZT SA i prostiranja valova provedeno je prema metodi konačnih elemenata pomoću komercijalnog računalnog programa ABAQUS 6.11. Modeli agregata PZT SA analizirani su primjenom standardne kvazistatičke analize pomoću standardne metode konačnih elemenata, modeli prostiranja valova izrađeni su na temelju eksplicitne metode konačnih elemenata. Primijenjena metoda modeliranja pomoću standardne metode konačnih elemenata i kvazistatičke analize agregata PZT SA, te pomoću eksplicitne metode konačnih elemenata za modeliranje prostiranja ultrazvučnih valova, uspješno je primijenjena u više navrata [31, 32]. Prvi put je prikazana u istraživanju u kojem je numerički pristup eksperimentalno provjeren na betonskim gredama s oštećenjem i bez oštećenja [33].

### 5.1. Modeliranje agregata PZT SA pomoću metode konačnih elemenata

Piezoelektrične pločice mogu djelovati na dva načina: kao senzori i kao pokretači. Zbog toga se te pločice mogu koristiti i kao pokretači i kao senzori, što može bitno umanjiti broj agregata PZT SA potrebnih za praćenje stanja AB građevina. Modeliranje piezoelektričnih materijala pomoću metode konačnih elemenata bazira se na konstitucijskim jednadžbama za kombinirano elektromehaničko ponašanje. Kombinirano elektro-mehaničko ponašanje piezoelektričnih materijala definirano je jednadžbama (22) i (23):

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl}^E (\varepsilon_{kl} - d_{mkl}^e E_m) \quad (22)$$

$$q_i = e_{ijk}^e \varepsilon_{jk} + D_{ij}^{e(\varepsilon)} E_j \quad (23)$$

gdje je:

$\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}$  - tenzor mehaničkog naprezanja i deformacije

- $q_i$  - vektor električnog "pomaka"
- $D_{ijkl}^E$  - matrica elastične krutosti materijala definirana pri nultom gradijentu električnog potencijala;
- $d_{mkl}^p$  - matrice koeficijenta piezoelektrične deformacije materijala;
- $E_i$  - vektor gradijenta električnog potencijala;
- $D_{ij}^{p(\epsilon)}$  - matrica deformacije dielektričnih svojstava materijala.

Na piezoelektrično djelovanje utječe kombinacija jednadžbi mehaničke ravnoteže i očuvanja električnog toka [34]. Mehanička ravnoteža definirana je izrazom (24), a očuvanje električnog toka izrazom (25):

$$\int_V \sigma : \delta \epsilon dV = \int_S t \cdot \delta u dS + \int_V f \cdot \delta u dV \tag{24}$$

$$\int_V q : \delta E dV = \int_S q_s \cdot \delta \phi dS + \int_V q_v \cdot \delta \phi dV \tag{25}$$

gdje je:

- $\sigma$  - Cauchyjevo naprezanje
- $t$  - vučna sila preko neke točke na površini tijela
- $f$  - sila tijela po jedinici obujma
- $q$  - električni tok
- $q_s$  - električni tok po jedinici površine na ulazu u tijelo u nekoj točki njegove površine
- $q_v$  - električni tok na ulazu u tijelo po jedinici obujma.

Vrijednosti električnog potencijala i pomaka piezoelektričnih elemenata prisutne su na mjestima čvorova i one se aproksimiraju pomoću interpolacijskih funkcija.

Tablica 1. Svojstva betona

Modul elastičnosti	Poissonov koeficijent	Gustoća
30 GPa	0,1	2400 kg/m <sup>3</sup>
Rayleighovo prigušenje	$\alpha = 0,01$	$\beta = 5 \cdot 10^{-8}$

Materijalna svojstva piezoelektrične pločice korištene u ovom istraživanju iskazana su u izrazima (26) i (27) te u tablici 2.

Tablica 2. Materijalna svojstva piezoelektrične pločice

Dielektrična svojstva [F/m]		
$D_{11}^{p(\epsilon)} = 1,46 \cdot 10^{-8}$	$D_{22}^{p(\epsilon)} = 1,46 \cdot 10^{-8}$	$D_{33}^{p(\epsilon)} = 1,55 \cdot 10^{-8}$
Piezoelektrična svojstva [C/m <sup>2</sup> ]		
$d_{311}^p = d_{322}^p = -1,74 \cdot 10^{-8}$	$d_{333}^p = 3,94 \cdot 10^{-8}$	$d_{212}^p = d_{113}^p = 5,35 \cdot 10^{-8}$
Mehanička svojstva [N/m <sup>2</sup> ]		
$D_{1111} = D_{2222} = 12,29 \cdot 10^{-10}$	$D_{1122} = 7,66 \cdot 10^{-10}$	$D_{1133} = D_{2233} = 7,02 \cdot 10^{-10}$
$D_{3333} = 9,71 \cdot 10^{-10}$	$D_{1212} = 2,32 \cdot 10^{-10}$	$D_{1313} = D_{2323} = 2,23 \cdot 10^{-10}$

Ortotropni model korišten je za određivanje dielektričnih i piezoelektričnih svojstava piezoelektričnog materijala (jednadžba 26). Mehanička svojstva opisana su pomoću ortotropne elastičnosti definiranjem članova u matrici elastične krutosti izraz (27). Betonski je blok modeliran kao linearno elastični materijal, a svojstva su mu prikazana u tablici 1. Kontakt između piezoelektrične pločice i okolnog betona definiran je primjenom ograničenja površinske veze, i to simuliranjem cijelog spoja između ta dva dijela. Primijenjeno ograničenje (ograničenje veze) povezuje dvije zasebne površine tako da između njih nema relativnog gibanja.

$$[D_{ij}^{p(\epsilon)}] = \begin{bmatrix} D_{11}^{p(\epsilon)} & 0 & 0 \\ 0 & D_{22}^{p(\epsilon)} & 0 \\ 0 & 0 & D_{33}^{p(\epsilon)} \end{bmatrix} \tag{26}$$

$$[d_{mkl}^p] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{113}^p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{212}^p & 0 & 0 \\ d_{311}^p & d_{322}^p & d_{333}^p & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

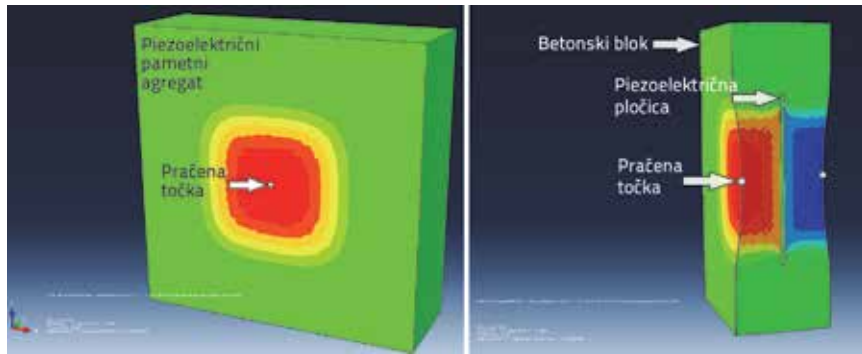
$$[D_{ijkl}^E] = \begin{bmatrix} D_{1111} & D_{1122} & D_{1133} & 0 & 0 & 0 \\ D_{1122} & D_{2222} & D_{2233} & 0 & 0 & 0 \\ D_{1133} & D_{2233} & D_{3333} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{1212} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D_{1313} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{2323} \end{bmatrix} \tag{27}$$

gdje je:

- $D_{ij}^{p(\epsilon)}$  - dielektrična matrica
- $d_{mkl}^p$  - matrica piezoelektrične deformacije
- $D_{ijkl}^E$  - matrica krutosti.

Kvazistatička analiza provedena je primjenom konstantnog električnog napona (od 0V do 100V u koracima od po 10V), a deformacija betonskog bloka praćena je u unaprijed određenoj





Slika 7. Pomak  $U_2$  agregata PZT SA - lijevo: Čitav model; desno: Presjek kroz glavnu središnju vertikalnu ravninu

točki (vidi sliku 7.). Dobiveni rezultati pokazuju linearan odnos između korištenog električnog napona i pomaka u praćenoj točki. Na temelju dobivenog linearnog odnosa, pomak ostvaren u modelu pametnog agregata korišten je za modeliranje prostiranja valova.

## 5.2. Modeliranje prostiranja valova pomoću eksplicitne metode konačnih elemenata

Prostiranje ultrazvučnih valova analizirano je pomoću eksplicitne metode konačnih elemenata primjenom komercijalnog računalnog programa ABAQUS/EXPLICIT. U programu se koristi eksplicitna shema iz Newmarkove integracijske metoda

bazirana na središnjoj razlici za rješenje relevantnog sustava jednadžbi gibanja. Korišten je vremenski raspon  $[0, T]$  te je jednako podijeljen na  $N$  poddomene  $[t_n, t_{n+1}]$ , gdje je  $0 = t_0 < t_1 < \dots < t_n = T, t_{n+1} - t_n = \Delta t = T/N$ . Pomaci, brzine i ubrzanja, aproksimirani pomoću sheme središnjih razlika (jednadžba 28), prikazani su pomoću krnjih Taylorovih nizova:

$$\begin{cases} \partial_t u_{n+1/2}^h = (u_{n+1}^h - u_n^h) / \Delta t \approx \dot{u}_{n+1/2}^h \\ \partial_{t^2} u_n^h = (u_{n+1}^h - 2u_n^h + u_{n-1}^h) / \Delta t^2 \\ \ddot{u}_n^h \approx (\dot{u}_{n+1/2}^h - \dot{u}_{n-1/2}^h) / \Delta t \end{cases} \quad (28)$$

Stabilnost rješenja ovisi o brzini prostiranja uzdužnih valova i o najmanjoj karakterističnoj dimenziji konačnog elementa:

$$\Delta t \leq \Delta t_{\text{crit}} = \frac{\Delta L}{c_L} \quad (29)$$

gdje je:

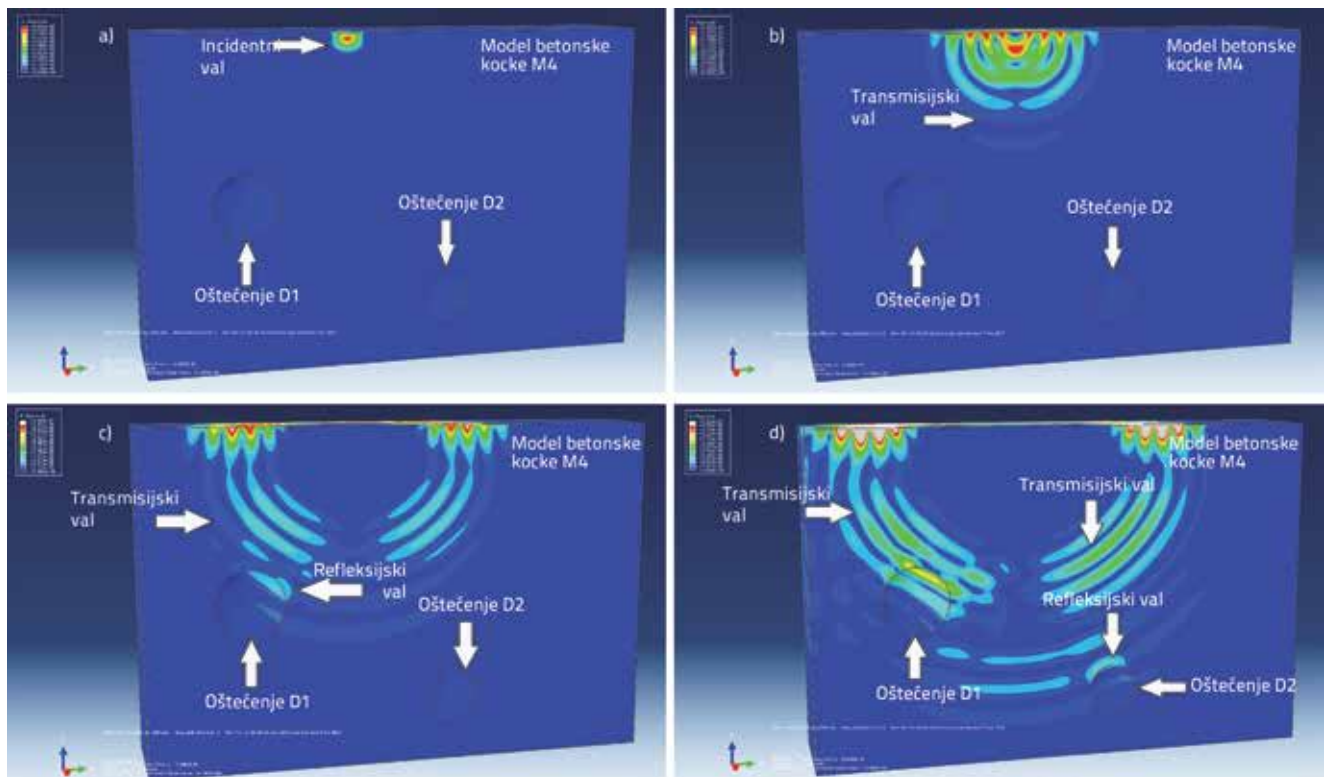
$\Delta L$  - najmanja karakteristična dimenzija konačnog elementa

$\Delta t$  - vremenski korak

$\Delta t_{\text{crit}}$  - kritični vremenski korak

$c_L$  - brzina uzdužnog vala.

Iz izraza (29) možemo zaključiti da se za manje dimenzije konačnih elemenata trebaju koristiti manji vremenski koraci. Posljedično,



Slika 8. Polje vala za model M4 generirano pokretačem PZT SA u raznim vremenskim intervalima: a)  $t = 2,50 \cdot 10^{-5}\text{s}$ ; b)  $t = 5,00 \cdot 10^{-5}\text{s}$ ; c)  $t = 7,50 \cdot 10^{-5}\text{s}$ ; d)  $t = 8,00 \cdot 10^{-5}\text{s}$

karakteristične se vrijednosti u čitavom modelu izračunavaju za svaki vremenski korak, tako da troškovi proračunavanja rastu za manji  $\Delta t$ . Isto tako, u modeliranju prostiranja valova potrebno je primijeniti barem sedam konačnih elementa po valnoj dužini. Stoga su za relativno male modele potrebna iznimno snažna računala. Iz toga slijedi da se treba odabrati optimalan model s aspekta pouzdanosti rezultata i složenosti proračuna. Sasvim je nemoguće provesti numeričku analizu na modelima elemenata AB konstrukcija naravne veličine.

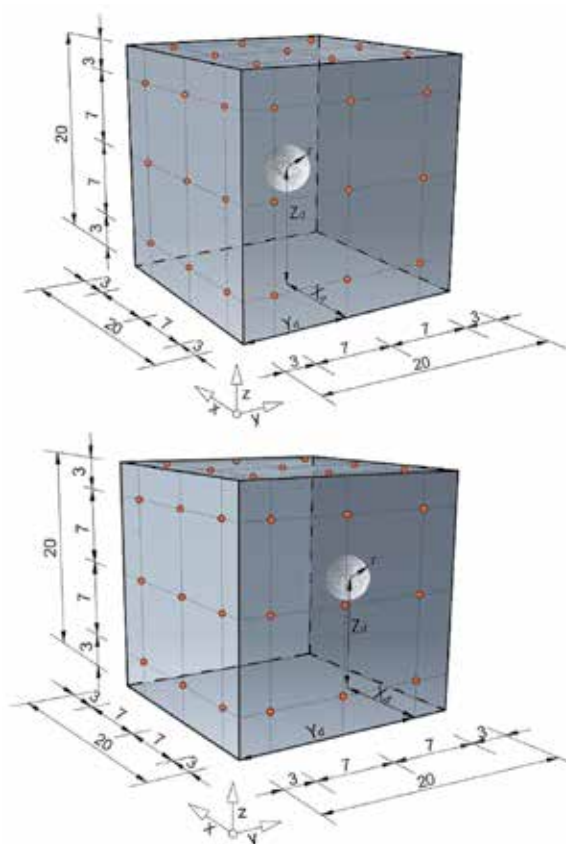
Rezultati pomaka bazirani na modelima agregata PZT SA primijenjeni su za modeliranje pokretača pomoću računalnog programa ABAQUS/EXPLICIT. Pomak poprečan na površinu piezoelektrične pločice, definiran primjenom graničnih uvjeta, proveden je u funkciji ulaznog signala (3,5 ciklusni Hanningov prozor s prolomima podataka) sa središnjom frekvencijom od 100 kHz. Izlazni signali senzora izvedeni su mjerenjem pomaka poprečno na površinu piezoelektrične pločice senzora pametnog agregata. Usvojena je veličina konačnog elementa od 2,0 mm (12 konačnih elemenata po dužini vala). Usvojen je element C3D8R: linearni "brick" element s osam čvorova sa smanjenom integracijom i kontrolom efekta pješčanog sata (eng. *hourglass control*).

## 6. Numerički primjeri

Predloženi trodimenzionalni indeks oštećenja provjeren je numerički kroz analizu raznih slučajeva, što je uključivalo mijenjanje geometrije modela, položaja i veličine oštećenja, broja oštećenja, broja presječnih ravnina i broja piezoelektričnih pametnih agregata (PZT SA). Analizirani numerički modeli prikazani su na slikama 9. i 10. Prva dva modela imaju tri presječne ravnine u sva tri ortogonalna smjera. Model M1 ima simetrično oštećenje, a oštećenje kod modela M2 je asimetrično. U oba slučaja promjer oštećenja iznosi 4 cm. U modelima M3 i M4 imamo tri sjecišta u smjerovima x i z, tj. četiri sjecišta u smjeru y. U trećem modelu promjer oštećenja iznosi 4 cm, a u četvrtom modelu imamo dva promjera oštećenja (4 cm i 3 cm) koji su pozicionirani asimetrično. Analiziran je okrugli oblik oštećenja. Odabrane su relativno male dimenzije numeričkih modela zbog zahtjeva u pogledu proračuna, uzimajući pritom u obzir korištenu frekvenciju i brzinu uzdužnih valova. Za korištene je modele bilo potrebno otprilike milijun konačnih elemenata. S obzirom na to da se radi o šupljini umjetno generiranoj u betonskom elementu, usvojeno je da je oštećenje veće od valne dužine korištene u simulaciji.

Prikladni modeli izrađeni su u programu ABAQUS/EXPLICIT za sva četiri analizirana scenarija, a simulacije prostiranja valova provedene su za sve moguće kombinacije senzora/pokretača piezoelektričnih pametnih agregata. Na svim su sensorima izlazni signali očitavani u vremenskoj domeni za modele bez oštećenja i s oštećenjem. Originalni program napisan je u programu MATLAB prema postupku prikazanom u poglavljima 3. i 4.:

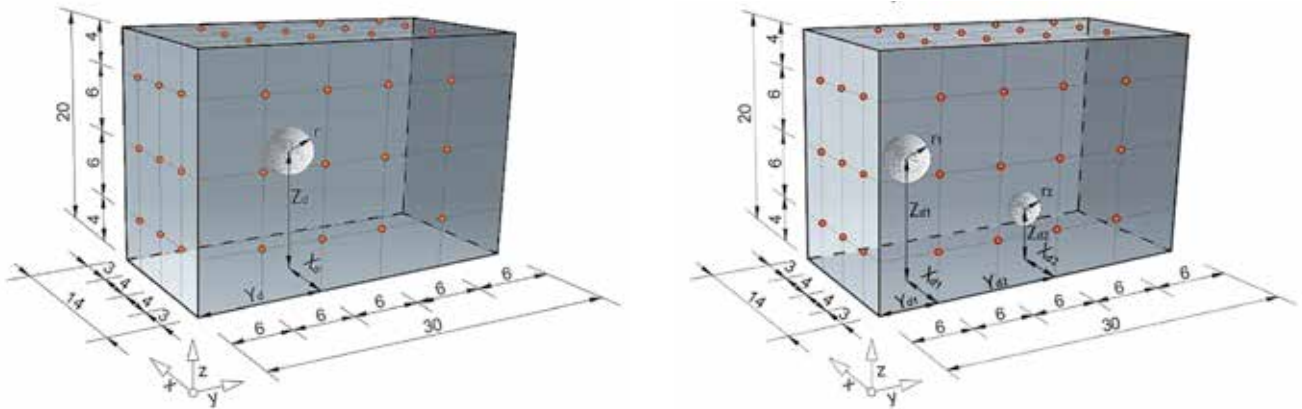
- izračunana je energija svih rastavljenih signala dobivenih valičnom dekompozicijom izlaznih signala senzora
- na temelju dobivenih energija, izračunani su indeksi linearnog oštećenja prema korijenu srednje kvadratne razlike (RMSD)
- formirane su matrice indeksa oštećenja za tri ortogonalna smjera ( $M_{jk}^{yz}$ ,  $M_{ij}^{xy}$  i  $M_{ik}^{xz}$ )
- izračunane su trodimenzionalne matrice prema izrazima (16), (18) i (19)
- izračunan je indeks ukupnog oštećenja prema izrazu (20).



Slika 9. Geometrija modela i položaj agregata PZT SA: Model M1 (gore); Model M2 (dolje), (dužine iskazane u cm)

Tablica 3. Geometrijske karakteristike oštećenja u korištenim modelima

Karakteristike oštećenja	Model M1	Model M2	Model M3	Model M4	
	$r = 2$ cm	$r = 2$ cm	$r = 2$ cm	$r = 2$ cm	$r = 2$ cm
$X_d = 10$ cm	$X_d = 10$ cm	$X_d = 17$ cm	$X_d = 7$ cm	$X_{d1} = 7$ cm	$X_{d2} = 7$ cm
$Y_d = 10$ cm	$Y_d = 10$ cm	$Y_d = 10$ cm	$Y_d = 12$ cm	$Y_{d1} = 6$ cm	$Y_{d2} = 18$ cm
$Z_d = 10$ cm	$Z_d = 10$ cm	$Z_d = 10$ cm	$Z_d = 10$ cm	$Z_{d1} = 10$ cm	$Z_{d2} = 4$ cm

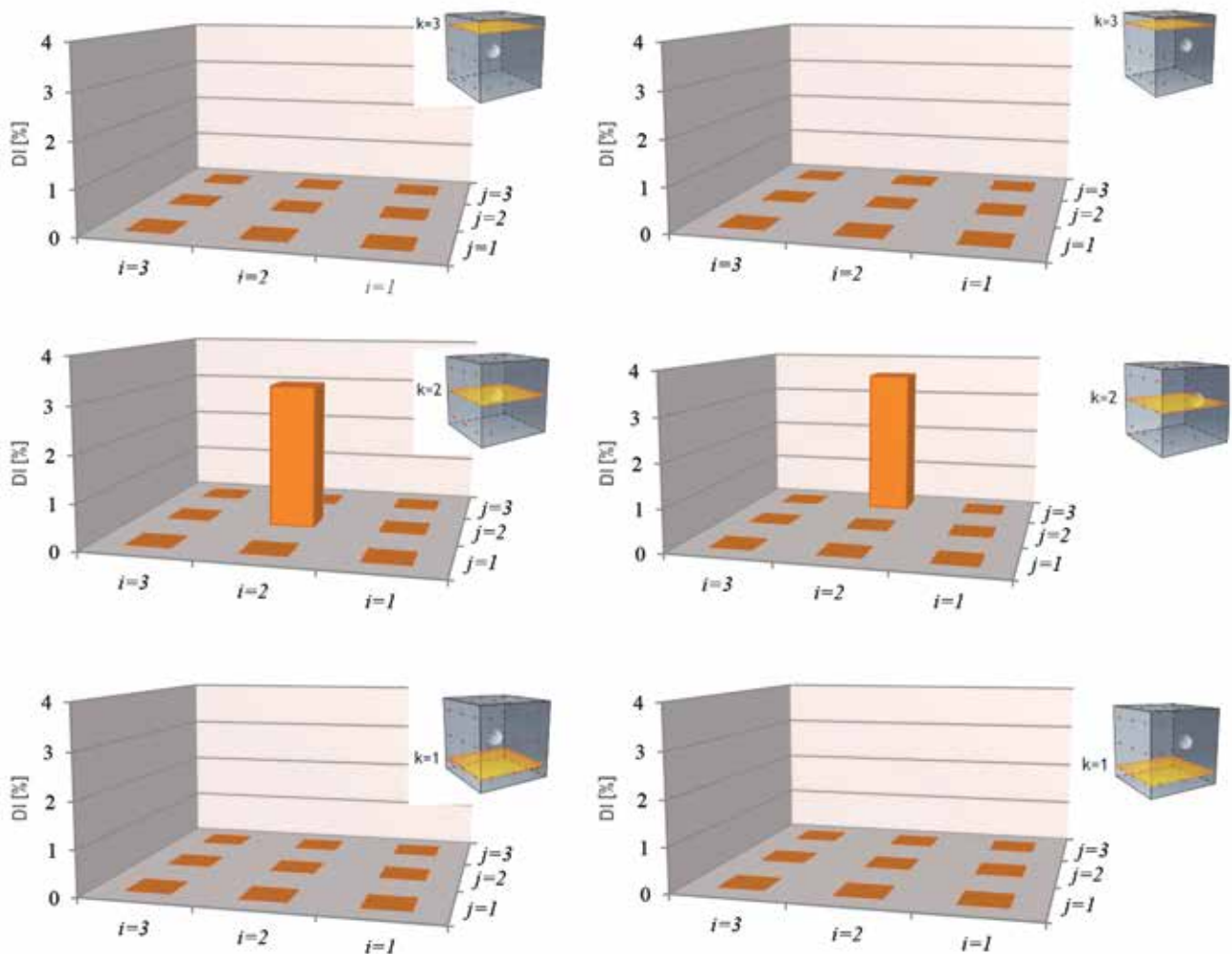


Slika 10. Geometrija modela i položaj agregata PZT SA: Model M3 (lijevo); Model M4 (desno), (dužine iskazane u cm)

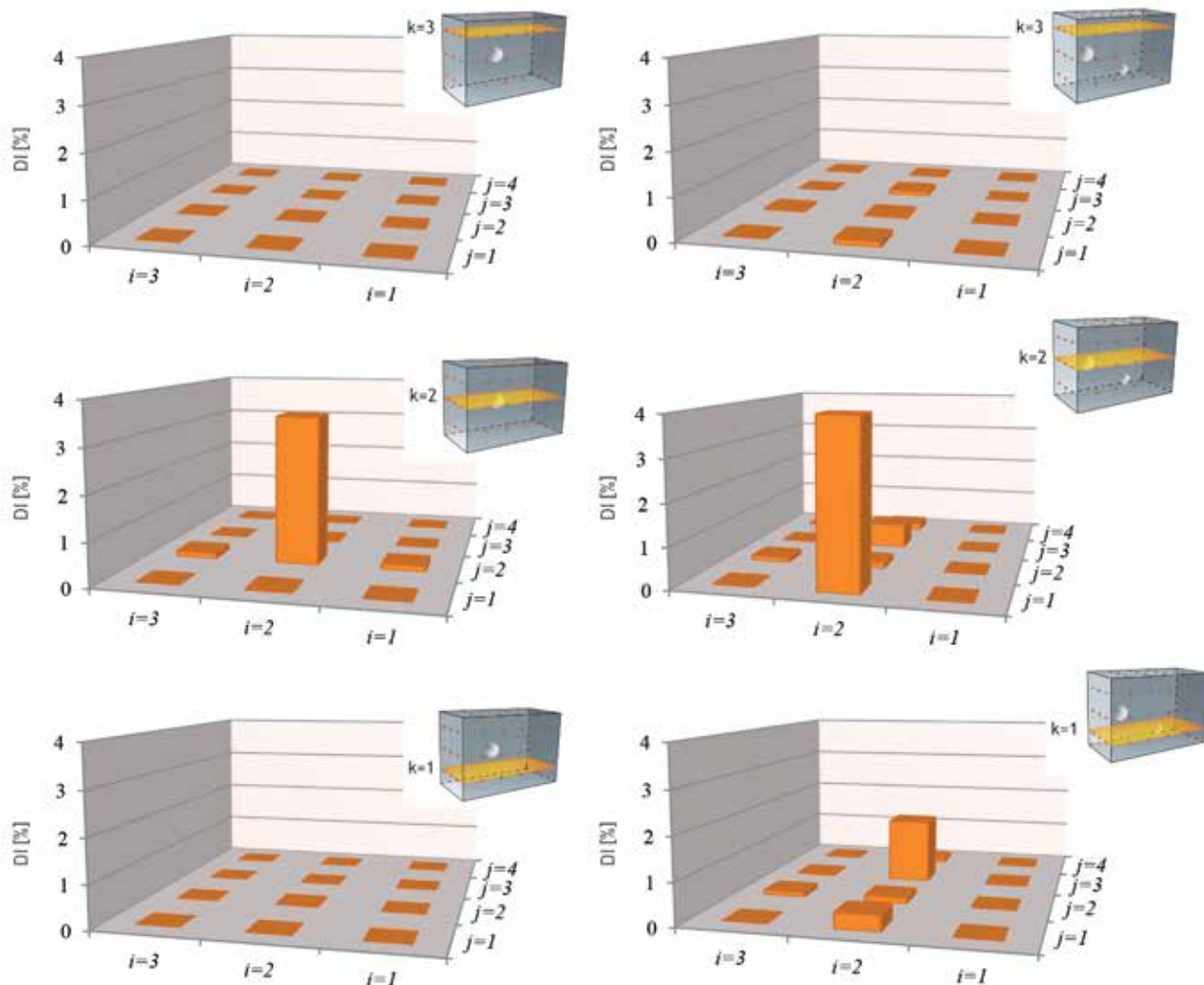
## 7. Rezultati i rasprava

Trodimenzionalni indeksi oštećenja i ukupan indeks oštećenja za analizirane numeričke scenarije prikazani su na slikama 11. i 12. te u tablici 4. Trodimenzionalni indeks oštećenja za model M1,

sa središnjim položajem oštećenja, prikazan je na slici 11. lijevo. Rezultati su ilustrirani pomoću dijagrama na kojem je prikazana matrica kreirana prema ravninama  $xy$ . Javno se može uočiti na slici 11. lijevo (središnji dijagram) da je vrijednost indeksa oštećenja najviša u poddomeni  $B_{222}$ , što je potpuno u skladu s položajem



Slika 11. Rezultati trodimenzionalnog indeksa oštećenja: Model M3 (lijevo); Model M4 (desno)



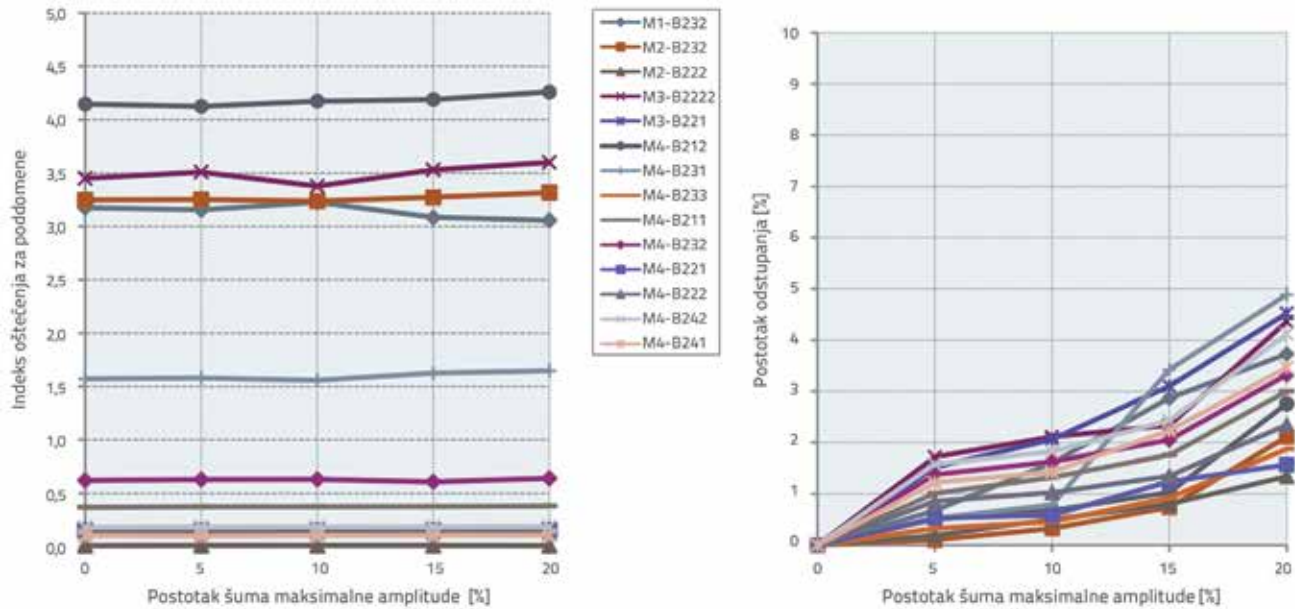
Slika 12. Rezultati trodimenzionalnog indeksa oštećenja: Model M3 (lijevo); Model M4 (desno)

tog oštećenja. Osim toga, vrijednosti indeksa oštećenja za ostale poddomene razlikuju se od nule, ali su vrlo niske u odnosu na indeks oštećenja za poddomenu u kojoj se oštećenje nalazi.

Rezultati dobiveni za model M2 prikazani su na slici 11. desno. Može se uočiti da je vrijednost indeksa oštećenja najviša u poddomeni  $B_{232}$  te da je u skladu s položajem oštećenja. U tablici 1. prikazani su rezultati trodimenzionalnog indeksa oštećenja i indeksa ukupnog oštećenja za modele M1 i M2. Detaljnija analiza rezultata pokazuje da se kod modela M1 i M2 vrijednosti komponente trodimenzionalnog indeksa oštećenja neznatno razlikuju u položaju oštećenja.

Rezultati ostvareni za modele M3 i M4 prikazani su na slici 12. lijevo i desno. Kod modela M3, položaji oštećenja i najviše komponente trodimenzionalnog indeksa oštećenja podudaraju se u potpunosti. Taj se položaj nalazi u poddomeni  $B_{222}$ . Može se uočiti da poddomene  $B_{122}$  i  $B_{322}$  imaju nešto višu vrijednost od ostalih komponenata trodimenzionalnog indeksa oštećenja bez oštećenja. Međutim, ta je vrijednost još uvijek vrlo mala u odnosu na vrijednost komponente u kojoj se nalazi oštećenje.

Dvije značajne vrijednosti indeksa oštećenja mogu se uočiti u modelu M4 gdje su dva slučaja oštećenja. Te vrijednosti odgovaraju položaju oštećenja (poddomene  $B_{212}$  i  $B_{231}$ ). Kod svih modela, najveći član trodimenzionalne matrice potpuno se podudara s položajem oštećenja, što znači da indeks oštećenja omogućuje lokalizaciju oštećenja u obujmu poddomene. Kako se pojedina oštećenja razlikuju po veličini (4 cm i 3 cm), može se vidjeti u tablici 3. i na slici 12. desno, da je komponenta trodimenzionalnog indeksa oštećenja znatno veća u poddomeni u kojoj je oštećenje veće od vrijednosti u poddomeni u kojoj je oštećenje manje. Prema tom modelu, možemo zaključiti da je sugerirani indeks oštećenja osjetljiv na veličinu oštećenja. Usporedbom vrijednosti indeksa ukupnog oštećenja za modele M3 i M4, koji su geometrijski identični i imaju isti broj agregata PZT SA ali je model M4 oštećeniji, može se zaključiti da je indeks ukupnog oštećenja u modelu M4 veći od onog u modelu M3. To pokazuje da je predloženi indeks ukupnog oštećenja osjetljiv na pojavu novih oštećenja te da se može koristiti za praćenje stanja AB konstrukcija.



Slika 13. Odnos promjene indeksa oštećenja i razine šuma (lijevo); Postotak odstupanja promjena indeksa oštećenja ovisno o razini šuma (desno)

Tablica 4. Vrijednosti vektora trodimenzionalnog indeksa oštećenja i indeksa ukupnog oštećenja

MODEL 1		MODEL 2			
Oblik matrice	Vrijednosti vektora [%]	Oblik matrice	Vrijednosti vektora [%]		
$\begin{bmatrix} V_{z_{11}} & V_{z_{12}} & V_{z_{13}} \\ V_{z_{21}} & V_{z_{22}} & V_{z_{23}} \\ V_{z_{31}} & V_{z_{32}} & V_{z_{33}} \end{bmatrix}$	$V_{z_{11}} = \{0.022 \cdot 10^{-4}; 0.212 \cdot 10^{-4}; 0.022 \cdot 10^{-4}\}$	$\begin{bmatrix} V_{z_{11}} & V_{z_{12}} & V_{z_{13}} \\ V_{z_{21}} & V_{z_{22}} & V_{z_{23}} \\ V_{z_{31}} & V_{z_{32}} & V_{z_{33}} \end{bmatrix}$	$V_{z_{11}} = \{0.025 \cdot 10^{-4}; 0.036 \cdot 10^{-4}; 0.025 \cdot 10^{-4}\}$		
	$V_{z_{12}} = \{0.212 \cdot 10^{-4}; 0.239 \cdot 10^{-2}; 0.212 \cdot 10^{-4}\}$		$V_{z_{12}} = \{0.0931 \cdot 10^{-4}; 0.232 \cdot 10^{-4}; 0.0931 \cdot 10^{-4}\}$		
	$V_{z_{13}} = \{0.022 \cdot 10^{-4}; 0.212 \cdot 10^{-4}; 0.022 \cdot 10^{-4}\}$		$V_{z_{13}} = \{0.743 \cdot 10^{-4}; 0.328 \cdot 10^{-2}; 0.743 \cdot 10^{-4}\}$		
	$V_{z_{21}} = \{0.212 \cdot 10^{-4}; 0.239 \cdot 10^{-2}; 0.212 \cdot 10^{-4}\}$		$V_{z_{21}} = \{0.036 \cdot 10^{-4}; 0.013 \cdot 10^{-2}; 0.036 \cdot 10^{-4}\}$		
	$V_{z_{22}} = \{0.239 \cdot 10^{-2}; \mathbf{3.176}; 0.239 \cdot 10^{-2}\}$		$V_{z_{22}} = \{0.336 \cdot 10^{-4}; 0.0109; 0.336 \cdot 10^{-4}\}$		
	$V_{z_{23}} = \{0.212 \cdot 10^{-4}; 0.239 \cdot 10^{-2}; 0.212 \cdot 10^{-4}\}$		$V_{z_{23}} = \{0.328 \cdot 10^{-2}; \mathbf{3.250}; 0.328 \cdot 10^{-2}\}$		
	$V_{z_{31}} = \{0.022 \cdot 10^{-4}; 0.212 \cdot 10^{-4}; 0.022 \cdot 10^{-4}\}$		$V_{z_{31}} = \{0.025 \cdot 10^{-4}; 0.036 \cdot 10^{-4}; 0.025 \cdot 10^{-4}\}$		
	$V_{z_{32}} = \{0.212 \cdot 10^{-4}; 0.239 \cdot 10^{-2}; 0.212 \cdot 10^{-4}\}$		$V_{z_{32}} = \{0.0931 \cdot 10^{-4}; 0.232 \cdot 10^{-4}; 0.0931 \cdot 10^{-4}\}$		
	$V_{z_{33}} = \{0.022 \cdot 10^{-4}; 0.212 \cdot 10^{-4}; 0.022 \cdot 10^{-4}\}$		$V_{z_{33}} = \{0.743 \cdot 10^{-4}; 0.328 \cdot 10^{-2}; 0.743 \cdot 10^{-4}\}$		
Indeks ukupnog oštećenja: $U_0 = \mathbf{0.141}$ [%]		Indeks ukupnog oštećenja: $U_0 = \mathbf{0.148}$ [%]			
MODEL 3		MODEL 4			
Oblik matrice	Vrijednosti vektora [%]	Oblik matrice	Vrijednosti vektora [%]		
$\begin{bmatrix} V_{z_{11}} & V_{z_{12}} & V_{z_{13}} & V_{z_{14}} \\ V_{z_{21}} & V_{z_{22}} & V_{z_{23}} & V_{z_{24}} \\ V_{z_{31}} & V_{z_{32}} & V_{z_{33}} & V_{z_{34}} \end{bmatrix}$	$V_{z_{11}} = \{0.22 \cdot 10^{-4}; 0.48 \cdot 10^{-2}; 0.22 \cdot 10^{-4}\}$	$\begin{bmatrix} V_{z_{11}} & V_{z_{12}} & V_{z_{13}} & V_{z_{14}} \\ V_{z_{21}} & V_{z_{22}} & V_{z_{23}} & V_{z_{24}} \\ V_{z_{31}} & V_{z_{32}} & V_{z_{33}} & V_{z_{34}} \end{bmatrix}$	$V_{z_{11}} = \{0.011; 0.024; 0.542 \cdot 10^{-4}\}$		
	$V_{z_{12}} = \{0.18 \cdot 10^{-3}; 0.1407; 0.18 \cdot 10^{-3}\}$		$V_{z_{12}} = \{0.024; 0.024; 0.608 \cdot 10^{-3}\}$		
	$V_{z_{13}} = \{0.22 \cdot 10^{-4}; 0.54 \cdot 10^{-3}; 0.22 \cdot 10^{-4}\}$		$V_{z_{13}} = \{0.041; 0.022; 0.291 \cdot 10^{-3}\}$		
	$V_{z_{14}} = \{0.12 \cdot 10^{-5}; 0.31 \cdot 10^{-4}; 0.12 \cdot 10^{-5}\}$		$V_{z_{14}} = \{0.016; 0.029; 0.027\}$		
	$V_{z_{21}} = \{0.83 \cdot 10^{-3}; 0.37 \cdot 10^{-2}; 0.83 \cdot 10^{-3}\}$		$V_{z_{21}} = \{0.371; \mathbf{4.146}; 0.127\}$		
	$V_{z_{22}} = \{0.0245; \mathbf{3.451}; 0.0245\}$		$V_{z_{22}} = \{0.152; 0.150; 0.052\}$		
	$V_{z_{23}} = \{0.83 \cdot 10^{-3}; 0.37 \cdot 10^{-2}; 0.83 \cdot 10^{-3}\}$		$V_{z_{23}} = \{\mathbf{1.572}; 0.622; 0.112\}$		
	$V_{z_{24}} = \{0.31 \cdot 10^{-4}; 0.14 \cdot 10^{-3}; 0.31 \cdot 10^{-4}\}$		$V_{z_{24}} = \{0.104; 0.181; 0.032\}$		
	$V_{z_{31}} = \{0.22 \cdot 10^{-4}; 0.48 \cdot 10^{-2}; 0.22 \cdot 10^{-4}\}$		$V_{z_{31}} = \{0.011; 0.024; 0.542 \cdot 10^{-4}\}$		
	$V_{z_{32}} = \{0.18 \cdot 10^{-3}; 0.1407; 0.18 \cdot 10^{-3}\}$		$V_{z_{32}} = \{0.123; 0.122; 0.042\}$		
	$V_{z_{33}} = \{0.22 \cdot 10^{-4}; 0.54 \cdot 10^{-3}; 0.22 \cdot 10^{-4}\}$		$V_{z_{33}} = \{0.041; 0.022; 0.291 \cdot 10^{-3}\}$		
	$V_{z_{34}} = \{0.12 \cdot 10^{-5}; 0.31 \cdot 10^{-4}; 0.12 \cdot 10^{-5}\}$		$V_{z_{34}} = \{0.016; 0.029; 0.027\}$		
	Indeks ukupnog oštećenja: $U_0 = \mathbf{0.154}$ [%]		Indeks ukupnog oštećenja: $U_0 = \mathbf{0.293}$ [%]		

Rezultati dobiveni tijekom numeričkih simulacija raznih mogućih slučajeva oštećenja u modelima betona pokazuju perspektivnost predloženog pristupa za otkrivanje oštećenja pomoću trodimenzionalnog indeksa oštećenja. U okviru budućih istraživanja treba se provesti eksperimentalna provjera sugeriranog pristupa, i to na malim modelima i na AB elementima prirodne veličine. Za praktičnu promjenu predloženog trodimenzionalnog indeksa oštećenja u otkrivanju oštećenja i u praćenju stanja konstrukcija trebaju se provesti eksperimentalna mjerenja na stvarnim konstrukcijama.

Provedena je i analiza osjetljivosti kako bi se odredila promjena indeksa oštećenja ovisno o razini šumova. Ta analiza izvedena je radi određivanja potencijalne praktične iskoristivosti predloženog trodimenzionalnog indeksa oštećenja. Analiza indeksa oštećenja u pogledu promjene poddomena u ovisnosti o razini implementiranih šumova prikazana je na slici 13. Maksimalna amplituda Gaussovog bijelog šuma usvojena je u vidu postotaka (5 %, 10 %, 15 % i 20 %) maksimalne amplitude neoštećenog modela. Kasnije je primijenjena na neoštećene i oštećene modele, pa tako oba razmatrana slučaja imaju istu razinu šumova. Relevantni rezultati (slika 13.) pokazuju da je indeks oštećenja gotovo neosjetljiv na promjenu šuma. Promjena indeksa oštećenja ostaje marginalna (tj. manja je od 5 %) čak i u slučaju maksimalne amplitude od 20 %.

## 8. Zaključak

Prikazan je novi pristup aktivnog praćenja i neraznog otkrivanja oštećenja u betonskim konstrukcijama koji se temelji na piezoelektričnim pametnim agregatima. Novi trodimenzionalni indeks oštećenja razvijen je u matricnom obliku u skladu s valičnom dekompozicijom signala i energijom prostiranja valova. Za provedbu ovog pristupa potrebna je primjena piezoelektričnih pametnih agregata koji se ugrađuju u betonske elemente ili postavljaju na površinu tih elemenata. Novi trodimenzionalni indeks oštećenja izveden je za proizvoljni oblik betonskog elementa te za određeni broj ortogonalnih presječnih ravnina. Provjera je provedena numeričkim putem primjenom standardne metode konačnih elemenata za modeliranje piezoelektričnih pametnih agregata, te primjenom eksplicitne metode konačnih elemenata za modeliranje prostiranja valova. Izlazni signali senzora rastavljeni su pomoću valične dekompozicije signala te je izračunan jednodimenzionalni indeks oštećenja na bazi korijena srednje kvadratne razlike (RMSD). Taj indeks oštećenja korišten je kao ulazni parametar za formiranje trodimenzionalnog indeksa oštećenja. Trodimenzionalni indeks oštećenja izračunan je za četiri različita numerička scenarija

u kojima su varirani položaji i veličine, isto kao i geometrija modela te broj korištenih piezoelektričnih pametnih agregata. Kod svih položaja oštećenja analiziranih u modelima, najviše komponente trodimenzionalnog indeksa oštećenja bile su locirane u poddomeni u kojoj se nalazilo oštećenje. Ukupan indeks oštećenja dobiven je za sve analizirane modele, nakon čega je utvrđeno da je vrijednost oštećenijih modela veća u odnosu na manje oštećene modele.

Pristup neraznog otkrivanja oštećenja u prostoru može se primijeniti za standardne AB konstrukcije, ali je ipak pogodniji za praćenje masivnih betonskih elemenata građevinskih konstrukcija. Za te se potrebe, prema ovom pristupu, treba koristiti relativno velik broj piezoelektričnih pametnih agregata. Preporučuje se njihovo korištenje na dijelovima koji su posebno značajni za nosivost i stabilnost građevine, te na dijelovima na kojim vizualni pregled nije moguć. Predloženi novi indeks oštećenja može se koristiti i za praćenje postojećih konstrukcija s betonskim elementima u povijesnim zidanim građevinama.

U svim analiziranim numeričkim modelima, najveći član trodimenzionalne matrice u potpunosti se podudara s položajem oštećenja, što znači da indeks oštećenja omogućuje lokalizaciju oštećenja u obujmu poddomene. Na temelju rezultata ovog istraživanja može se zaključiti da je indeks oštećenja vrlo malo osjetljiv na promjenu šuma. Promjena indeksa oštećenja manja je od 5 % za neoštećeni model, čak i u slučaju amplitude šuma od 20 % u odnosu na maksimalnu amplitudu signala. Primijenjeni trodimenzionalni pristup za otkrivanje oštećenja odlikuje se vrlo dobrim svojstvima, a za njihovo ostvarenje zaslužna je i primjena piezoelektričnih pametnih agregata. Ta povoljna svojstva su: a) širok raspon frekvencija, b) brz odziv, c) niska cijena, d) mogućnost aktivnog praćenja oštećenja u vremenu, e) isti piezoelektrični pametni agregat može se koristiti i kao senzor i kao pokretač i f) mogućnost praćenja lokalnog oštećenja u masivnom AB elementu. Na kraju se na temelju rezultata dobivenih tijekom analize raznih modela može zaključiti da je predloženi trodimenzionalni indeks oštećenja potencijalno vrlo iskoristiv. U daljnjim se istraživanjima svakako treba provesti eksperimentalna provjera pristupa predloženog u ovom radu.

## Zahvala

Ovo istraživanje podržano je u okviru projekata SEEFORM (Jugoistočna visokoškolska ustanova za magistarsko i doktorsko obrazovanje u području tehničkih znanosti) i DAAD (Deutscher Akademischer Austauschdienst – Njemačka služba za akademsku razmjenu).

## LITERATURA

- [1] Hu, B., Kundu, T., Grill, W., Liu, B., Toufigh, V.: Embedded piezoelectric sensors for health monitoring of concrete structures, *American Concrete Institute (ACI) Materials Journal*, 110 (2013) 2, pp. 149-158
- [2] Lu, Y., Li, J., Ye, L., Wang D.: Guided waves for damage detection in rebar-reinforced concrete beams, *Construction and Building Materials*, 47 (2013), pp. 370-378
- [3] Liao, W.I., Wang, J.X., Song, G., Gu, H., Olmi, C., Mo, Y.L., Chang, K.C., Loh, C.H.: Structural health monitoring of concrete columns subjected to seismic excitations using piezoceramic-based sensors, *Smart Materials and Structures*, 20 (2011), pp. 10
- [4] Howser, R., Mosleh, Y., Gu, H., Dhonde, H., Mo, Y.L., Ayoub, A., Song, G.: Smart-aggregate-based damage detection of fibre-reinforced-polymer-strengthened columns under reverse cyclic loading, *Smart Materials and Structures*, 20 (2011), pp. 9
- [5] Laskar, A., Gu, H., Mo, Y.L., Song, G.: Progressive collapse of a two-story reinforced concrete frame with embedded smart aggregates, *Smart Materials and Structures*, 18 (2009), pp. 10
- [6] Dong, B. et al: In-situ structural health monitoring of a reinforced concrete frame embedded with cement-based piezoelectric smart composites, *Research in nondestructive evaluation*, 27 (2016) 4
- [7] Betz, D.C., Staszewski, W.J., Thursby, G., Culshaw, B.: Structural damage identification using multifunctional Bragg grating sensors: II. Damage detection results and analysis, *Smart Materials and Structures*, 15 (2006), pp. 1313-1322
- [8] Rizzo, P., Scalea, F.L.: Feature extraction for damage detection in strands by guided ultrasonic waves, *Structural Health Monitoring*, 5 (2006) 3, pp. 297-308
- [9] Park S., Yun, C.B., Roh, Y., Lee, J.J.: PZT-based active damage detection techniques for steel bridge components, *Smart Materials and Structures*, 15 (2006), pp. 957-966
- [10] Stojić, D., Nestorović, T., Marković, N., Cvetković, R., Stojić, N.: Detection of damage to reinforced-concrete structures using piezoelectric smart aggregates, *Građevinar*, 68 (2016) 5, pp. 371-380, doi: <https://doi.org/10.14256/JCE.1372.2015>
- [11] Qing, X.P., Chan, H.L., Beard, S.J., Kumar, A.: An active diagnostic system for structural health monitoring of rocket engines, *Journal of Intelligent Materials Systems and Structures*, 17 (2006) 7, pp. 619-628
- [12] Wu, Z., Qing, X.P., Ghosh, K., Karbhar, V., Chang, F.K.: Health monitoring of bonded composite repair in bridge rehabilitation, *Smart Materials and Structures*, 17 (2008), pp. 9
- [13] Michaels, J.E., Michaels, T.E.: An integrated strategy for detection and imaging of damage using a spatially distributed array of piezoelectric sensors, *Proceedings of the SPIE (Conference on Health Monitoring of Structures and Biological Systems)*, 6532 (2007), Paper No.: 653203
- [14] Yuan, S., Liang, D., Shi, L., Zhao, X., Wu, Jian Li, G., Qiu, L.: Recent progress on distributed structural health monitoring research at NUAU, *Journal of Intelligent Materials Systems and Structures*, 19 (2008) 3, pp. 373-386
- [15] Pierce, S.G., Culshaw, B., Manson, G., Worden, K., Staszewski, W.J.: The application of ultrasonic Lamb wave techniques to the evaluation of advanced composite structures, *Proceedings of SPIE*, (2000), Paper No. 3986, pp. 93-103
- [16] Park, H.W., Sohn, H., Law, K.H., Farrar, C.R.: Time reversal active sensing for health monitoring of a composite plate, *Journal of Sound and Vibration*, 302 (2007), pp. 50-66
- [17] Trendafilova, I., Manoach, E.: Vibration-based damage detection in plates by using time series analysis, *Mechanics Systems and Signal Processing*, 22 (2008), pp. 1092-1106
- [18] Gao, H., Shi, Y., Rose, J.L.: Guided wave tomography on an aircraft wing with leave in place sensors, *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation 24*, American Institute of Physics, Melville, New York, 2005., pp. 1788-1794
- [19] Song, G., Gu, H., Mo, Y.L.: Smart aggregates: multi-functional sensors for concrete structures – a tutorial and review, *Smart Materials and Structures*, 17 (2008), pp. 17
- [20] Shahdin, A., Morlier, J., Gourinat, Y.: Correlating low-energy impact damage with changes in modal parameters: A preliminary study on composite beams, *Structural Health Monitoring*, 8 (2009) 6, pp. 523-536
- [21] Cheraghi, N., Taheri, F.: A damage index for structural health monitoring based on the empirical mode decomposition, *Journal of Mechanics of Materials and Structures*, 2 (2007) 1, pp. 43-61
- [22] Yan, S., Sun, W., Song, G., Gu, H., Huo, L.S., Liu, B., Zhang, Y.G.: Health monitoring of reinforced concrete shear walls using smart aggregates, *Smart Materials and Structures*, 18 (2009), pp. 6
- [23] Ahmadi, H.R., Daneshjoo, F., Khaji, N.: New damage indices and algorithm based on square time-frequency distribution for damage in concrete piers of railroad bridges, *Structural Control and Health Monitoring*, 22 (2015), pp. 91-106
- [24] Jeong, S.H., Elnashai, A.S.: New Three-Dimensional Damage Index for RC Buildings with Planar Irregularities, *Journal of Structural Engineering*, 9 (2006), pp. 1482-1490
- [25] Kokot, S., Zembaty, Z.: Damage reconstruction of 3D frames using generic algorithms with Levenberg – Marquardt local search, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 29 (2009), pp. 311-323
- [26] Giurgiutiu, V.: *Structural health monitoring with piezoelectric wafer active sensors*, Academic Press, Elsevier, San Diego, USA, 2008., pp 1-39
- [27] Dumoulin, C., Karaiskos, G., Deraemaeker A.: Monitoring of crack propagation in reinforced concrete beams using embedded piezoelectric transducers, *VIII International Conference on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures FraMCoS-8*, Toledo, Spain, 2013.
- [28] Liao, W.I., Wang, J.X., Song, G., Gu, H., Olmi, C., Mo, Y.L., Chang, K.C., Loh, C.H.: Structural health monitoring of concrete columns subjected to seismic excitations using piezoelectric-based sensors, *Smart Materials and Structures*, 20 (2011), pp. 10
- [29] Liu, T., Zou, D., Du, C., Wang, Y.: Influence of axial loads on the health monitoring of concrete structures using embedded piezoelectric transducers, *Structural Health Monitoring*, 2016., pp.1-13
- [30] Yan, S., Sun, W., Song, G., Gu, H., Huo, L.S., Liu, B., Zhang, Y.G.: Health monitoring of reinforced concrete shear walls using smart aggregates, *Smart Materials and Structures*, 18 (2009), pp. 6
- [31] Marković, N., Nestorović, T., Stojić, D., Marjanović, M., Stojković, N.: Hybrid approach for two dimensional damage localization using piezoelectric smart aggregates, *Mechanics Research Communications*, 85 (2017), pp. 69-75

- [32] Stojić, D., Nestorović, T., Marković, N., Marjanović, M.: Experimental and numerical research on damage localization in plate-like concrete structures using hybrid approach, *Structural Control and Health Monitoring*, 2018., doi: <https://doi.org/10.1002/stc.2214>
- [33] Marković, N., Nestorović, T., Stojić D.: Numerical modelling of damage detection in concrete beams using piezoelectric patches, *Mechanics Research Communications*, 64 (2015), pp. 15-22
- [34] ABAQUS: Analysis user's manual online documentation (Version 6.11), Dassault Systems Simulia Corp., Providence, RI, USA, 2011