

Primljen / Received: 27.9.2021.

Ispravljen / Corrected: 31.1.2022.

Prihvaćen / Accepted: 7.3.2022.

Dostupno online / Available online: 10.3.2022.

# Numeričke simulacije hidrauličkih tranzijenata u crpnoj hidroelektrani Fužine

## Autori:

Izv.prof.dr.sc. **Jerko Škifić**, dipl.ing.stroj.

Sveučilište u Rijeci

Tehnički fakultet

[jerko.skific@riteh.hr](mailto:jerko.skific@riteh.hr)

Autor za korespondenciju

Doc.dr.sc. **Bojan Crnković**, dipl.ing.mat.

Sveučilište u Rijeci

Fakultet za matematiku

[bojan.crnkovic@unri.hr](mailto:bojan.crnkovic@unri.hr)Prof.dr.sc. **Nelida Črnjarić-Žic**, dipl.ing.mat.

Sveučilište u Rijeci

Tehnički fakultet

[nelida@riteh.hr](mailto:nelida@riteh.hr)

Stručni rad

**Jerko Škifić, Bojan Crnković, Nelida Črnjarić-Žic**

## Numeričke simulacije hidrauličkih tranzijenata u crpnoj hidroelektrani Fužine

U radu su provedene numeričke simulacije hidrauličkih tranzijenata u sustavu crpne hidroelektrane (CHE) Fužine pomoću nestacionarnog 1D modela strujanja pod tlakom u cijevi. Primjenom nekonzervativne formulacije modela nestacionarnog strujanja tekućine u cijevi pod tlakom i fluks-limitirane numeričke metode drugog reda postignuta je zadovoljavajuća točnost modela. Dobiveni numerički rezultati su pokazali dobro slaganje s izmjerenim podacima promatranog sustava.

### Ključne riječi:

hidraulički tranzijenti, hidroelektrane, numeričke simulacije

Professional paper

**Jerko Škifić, Bojan Crnković, Nelida Črnjarić-Žic**

## Numerical simulations of hydraulic transients in PHPP Fužine

Hydraulic transients in pumping hydroelectric power plant (PHPP) Fužine were simulated with 1D unsteady pipe flow model. High accuracy of the model was accomplished with the use of nonconservative formulation of unsteady pipe flow model incorporating unsteady friction model and second order flux limited numerical scheme. Simulation results show very good agreement between the computed and measured piezometric heads, both in amplitude and frequency of the oscillation.

### Key words:

hydraulic transients, hydroelectric power plants, numerical simulations

## 1. Uvod

Hidraulički tranzijenti predstavljaju naglu promjenu tlaka uzrokovanom promjenom brzine gibanja fluida. Takve promjene mogu prouzročiti znatna oštećenja u sprovodnom aparatu visokotlačnih hidroenergetskih postrojenja. Radi smanjenja negativnih utjecaja hidrauličkih tranzijenata na elemente hidrauličkog sustava, analiza navedenog fenomena je predmet brojnih istraživanja [1-4, 14-17, 21, 22]. Bitan element gotovo svakog visokotlačnog hidrauličkog postrojenja je vodna komora. Njen utjecaj se očituje u smanjenju duljine cijevi pod direktnim utjecajem elastičnih tlačnih valova uzrokovanih djelovanjem turbine ili crpke. To ima za posljedicu skraćenje dužine cjevovoda potrebnog za promjenu stacionarnog režima rada postrojenja, čime se poboljšava regulacija promatranog hidroenergetskog sustava.

Tijekom numeričkih simulacija hidrauličkih tranzijenata energetske se gubici uslijed djelovanja trenja uobičajeno aproksimiraju izrazima izvedenim za stacionarne ili kvazistacionarne uvjete strujanja, čime numeričko modeliranje disipacije i periode hidrauličkog udara nije moguće predvidjeti na zadovoljavajući način. Iako je razvijen veći broj modela nestacionarnog trenja [1-4, 18-20, 24, 26], u ovom radu je korišten nestacionarni model trenja zasnovan na proširenoj Brunoneovoj formulaciji [9], zapisan u nekonzervativnoj formulaciji [7]. Uz metodu karakteristika, razvijene su i Godunovljeve numeričke metode za rješavanje numeričkih modela s nestacionarnim trenjem [18, 23, 25]. Rješavanje dobivenog numeričkog modela provedeno je klasičnom fluks limitiranom numeričkom metodom drugog reda, koja se pokazala dobrim izborom s aspekta implementacije, brzine rješavanja, točnosti i stabilnosti u širokom spektru prostornih i vremenskih koraka [7].

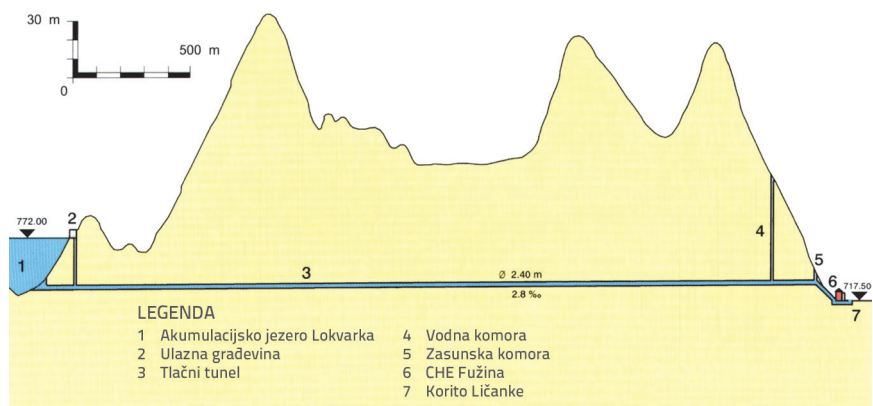
Stabilnost numeričkih simulacija uvelike ovisi o implementaciji rubnih uvjeta, posebice vodne komore. Primjerice, Wang i Yang primjenjuju kombinaciju eksplicitne i implicitne metode u analizi hidrauličkih tranzijenata hidroelektrana [14]. Također, prigušna vodna komora je predmet analize stabilnosti i hidrauličke analize pomoću turbulentnog  $k-\varepsilon$  modela [15]. Wan i ostali su provodili numeričke simulacije hidrauličkih tranzijenata Brunoneovim modelom nestacionarnog trenja pomoću MacMormackove

numeričke metode uz iterativnu metodu razrješenja rubnog uvjeta vodne komore [16]. U ovom radu su rubni uvjeti razriješeni metodom karakteristika, vodeći računa o Riemannovim invarijantama i evaluaciji stanja na rubu nekonzervativne implementacije promatranog modela. Radi osiguranja stabilnosti numeričkih simulacija, posebna je pozornost usmjerena na rubni uvjet vodne komore, u slučajevima u kojima je moguće definirati različite širine prostornih koraka dovodne i odvodne cijevi.

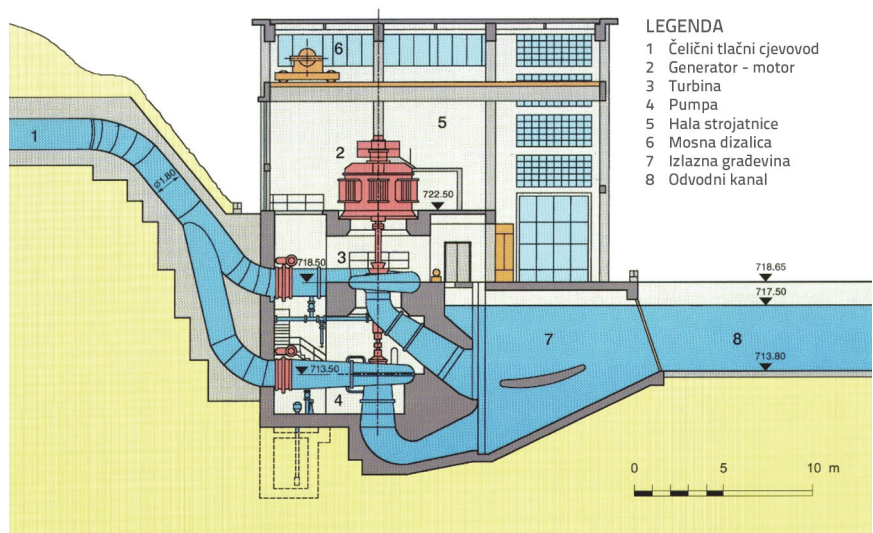
Dobiveni model je validiran usporedbom numeričkih rezultata s izmjerenim podacima promatranog sustava [11].

## 2. Opis crpne hidroelektrane Fužine

Strojarnica CHE Fužine smještena je na izlazu iz tunela Lokvarka-Ličanka, koji povezuje Lokvarsko jezero i jezero Bajer. Tlačni tunel Lokvarka – Ličanka ukupne dužine 3456,5 m ima promjer 2,4 m od vodne do zasunske komore Fužine 2,20 m. Vodna komora je cilindrična, s donjom horizontalnom komorom (slika 1).



Slika 1. Uzdužni presjek tunela Lokvarka-Ličanka [13]



Slika 2. Poprečni presjek strojarnice CHE Fužine [13]

Zasunska komora je smještena na izlazu iz tunela, iza prijelaza tunela u čelični tlačni cjevovod. Iza zasunske komore čelični se cjevovod račva u dva ogranka. Jedan ogranak promjera 1,00 m vodi prema ispustu, a drugi promjera 1,80 m služi kao čelični tlačni cjevovod za dovod i odvod vode do strojarne hidroelektrane.

Strojarnica se nalazi uz regulacijski kanal Ličanke i služi za smještaj turbine i crpke (slika 2.). Turbina koristi vodu iz Lokvarskog jezera na padu od 24,50 do 54,50 m.

Čelični tlačni cjevovod je ukopan u teren dužine 44 m. Promjer mu je 1,8 m, a završava računom i dvama odvojcima s prirubicama promjera 1,6 m na koje su priključeni leptirasti zatvarači turbine i crpke.

### 3. Matematički model

#### 3.1. Jednodimenzionalni model nestacionarnog strujanja u cijevima

Tlačni tunel je modeliran pomoću nestacionarnog jednodimenzionalnog Allievijevog modela. Jednadžbe modela definirane u [7], su dane izrazima (1) i (2):

$$H_t + \frac{c^2}{gA} Q_x = 0 \tag{1}$$

$$Q_t + gAH_x = J_s + J_u \tag{2}$$

gdje indeks  $t$  označava parcijalnu derivaciju očuvane varijable u vremenu, dok indeks  $x$  označava parcijalnu derivaciju očuvane varijable udaljenost duž osi cijevi.

Gdje je:

$H$  - piezometrička visina,

$Q$  - protok

$c$  - brzina širenja zvuka

$g$  - ubrzanje uslijed gravitacije,

$A$  - površina poprečnog presjeka cijevi

$J_s$  i  $J_u$  - gubici po jediničnoj dužini cijevi uslijed stacionarnog i nestacionarnog trenja.

Zanemari li se član nestacionarnog trenja  $J_u$ , model je jednak klasičnom Allievijevom modelu. Stacionarni gubici su definirani izrazom (3):

$$J_s = \frac{f_s Q |Q|}{2DA} \tag{3}$$

gdje  $f_s$  označava Darcy-jev faktor trenja i  $D$  promjer cijevi. Nestacionarni član trenja  $J_u$  definiran je izrazom (4) [2]:

$$J_u = \frac{k}{2} (Q_t + c\Phi_A |Q_x|) \tag{4}$$

Ovdje je  $\Phi_A = \text{sign}(Q)$  i  $k$  Brunoneov koeficijent trenja definiran izrazom (5):

$$k = \frac{\sqrt{C^*}}{2} \tag{5}$$

Koeficijent  $C^*$  određen je sljedećim izrazom:

$$C^* = \begin{cases} 0.0476, & \text{laminarno strujanje} \\ \frac{7.41}{Re \log\left(\frac{14.3}{Re^{0.05}}\right)}, & \text{turbulentno strujanje} \end{cases} \tag{6}$$

gdje  $Re$  označava Reynoldsov broj.

Konačno, uzevši u obzir oblike izraza (1), nestacionarni model trenja je moguće rastaviti na dva dijela [9] te se može pisati

$$J_u = \frac{1}{2} (k_p Q_t + k_A c \Phi_A |Q_x|) \tag{7}$$

Ovdje  $k_p$  predstavlja Brunoneov koeficijent trenja (5), dok je  $k_A$  određen izrazom  $k_A = 3/2 k_p$  [7].

#### 3.2. Rubni uvjeti

Rubni uvjet jezera modeliran je kao spremnik s lokalnim otporom [10] na ulazu u sprovodni aparat, odnosno, piezometrička visina na ulazu u tunel iznosi

$$H = H_s - (1 - \zeta) \frac{Q^2}{2gA^2} \tag{8}$$

gdje je  $Q$  protok na ulazu u cijev,  $A$  poprečni presjek cijevi,  $\zeta$  lokalni hidraulički gubitak na ulazu u cijev koji uključuje sve lokalne hidrauličke gubitke između cijevi i jezera, a  $H_s = H(\theta)$  označava razinu vode jezera.

Model vodne komore se definira diferencijalnom jednadžbom, prema [10]:

$$\frac{dH_{st}}{dt} = \frac{Q}{A_{st}} \tag{9}$$

gdje  $H_{st}$  označava razinu vode u vodnoj komori,  $A_{st} = A_{st}(H_{st})$  je poprečni presjek u vodnoj komori na  $H_{st}$  [5].

Protok u vodnoj komori ili iz vodne komore moguće je izračunati izrazom (10):

$$Q_{st} = \text{sign}(H - H_{st}) C_D \sqrt{2g(H - H_{st})} \tag{10}$$

gdje je  $C_D$  koeficijent protoka vodne komore, a  $H_{st}$  piezometrička visina u cijevi ispod vodne komore [10]. Predznak  $Q_{st}$  indicira smjer strujanja vode, odnosno za:

- $Q_{st} > 0$  fluid struji u vodnu komoru,
- $Q_{st} < 0$  fluid struji iz vodne komore.

U općem slučaju kod vodne komore vrijedi uvjet u kojemu je piezometrička visina  $H$  jednaka za dovodnu cijev, a za odvodnu cijev jednaka je visini vode u vodnoj komori  $H_{st}$ .

Protok u dovodnoj cijevi grana se na protok u vodnu komoru i protok u odvodnu cijev prema jednostavnom izrazu (11)

$$Q_d = Q_o + Q_{vk} \tag{11}$$

Ovdje je  $Q_{vk}$  protok u vodnu komoru, a utjecanje ili istjecanje u vodnu komoru uzrokuje povišenje ili sniženje razine vode u komori prema izrazu (12):

$$\frac{dz_t}{dt} = \frac{Q_{vk}}{A_{vk}} \tag{12}$$

gdje je  $z_t$  visina vode u vodnoj komori,  $A_{vk} = A_{vk}(z)$  površina poprečnog presjeka vodne komore na visini  $z$ .

#### 4. Numerički model

Matematički model opisan u prethodnom poglavlju iskazan je u nekonzervativnoj formulaciji. Na taj modul primijenjena je fluks-limitirana numerička metoda drugog reda [7]. Donosi se sažeti opis nekonzervativne formulacije i Roeove fluks-limitirane numeričke sheme drugog reda. Odabrana se numerička metoda pokazala stabilnom za široki spektar vremenskih i prostornih koraka [7].

Allievijev model definiran izrazima (1) i (2), uzimajući u obzir članove stacionarnog i nestacionarnog trenja u izrazima (3) i (7), može se zapisati u obliku:

$$u_t + f(u)_x = g(u, u_x) \tag{13}$$

gdje je

$$u = \begin{pmatrix} H \\ Q \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} \frac{c^2}{gA} Q \\ \frac{2gA}{2+k_p} H \end{pmatrix}, \tag{14}$$

$$g = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{1}{2+k_p} \left( \frac{f_s Q |Q|}{DA} + k_A c \Phi_A \text{sign}(Q_x) Q_x \right) \end{pmatrix}.$$

Izvorni član  $g$  sadrži derivaciju vektora stanja po prostornoj komponenti, čime dio izvornog člana postaje nekonzervativni produkt [5]. Sustav je tada moguće zapisati u nekonzervativnoj formulaciji (detaljno opisano u [6]), a vlastite vrijednosti i desni svojstveni vektori imaju sljedeći oblik:

$$\lambda^{(1),(2)} = \frac{c}{2(2+k_p)} + \left( \Phi_A \text{sign}(Q_x) \mp \sqrt{k_A^2 + 8(2+k_p)} \right) \tag{15}$$

$$r^{(1),(2)} = \begin{pmatrix} \lambda^{(1),(2)} \\ Ag \\ 1 \end{pmatrix} \tag{16}$$

Te se vrijednosti, odnosno njihove numeričke aproksimacije, koriste u Roevoj fluks limitiranoj shemi definiranoj izrazom (17):

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (f_{i+1/2}^n - f_{i-1/2}^n) + \Delta t g_i^n \tag{17}$$

gdje je  $u_i^n$  numerička aproksimacija srednje vrijednosti točnog rješenja u  $i$ -toj ćeliji u vremenu  $t^n = n\Delta t$ ,  $n = 0, 1, \dots$ ;  $f_{i+1/2}^n$  predstavlja numeričku aproksimaciju fluksa na rubu ćelije  $x_{i+1/2}$  u vremenu  $t^n$ . Konačno,  $g_i^n$  je numerička aproksimacija izvornog člana u  $i$ -toj ćeliji u vremenu  $t^n$ .

Vremenski korak  $\Delta t$  određen je izrazom

$$\Delta t = C_{cfl} \frac{\Delta x}{\max(\lambda)} \tag{18}$$

gdje  $C_{cfl}$  označava Courantov broj [12],  $\lambda$  označava vlastitu vrijednost sustava određenu izrazom (15), a  $\Delta x$  širinu prostornog koraka numeričke metode.

Fluks na rubu ćelije je definiran s izrazom (19):

$$f_{i+1/2}^n = \frac{1}{2} (f_i^n + f_{i+1}^n) - \frac{1}{2} R_{i+1/2}^n |L_{i+1/2}^n| (R_{i+1/2}^n)^{-1} (u_{i+1}^n - u_i^n) \tag{19}$$

Ovdje je  $R_{i+1/2}^n = [r^{(1)}, \dots, r^{(m)}]$  matrica desnih vlastitih vektora i  $L_{i+1/2}^n = \text{diag}(\lambda^{(p)}, p = 1, \dots, m)$ , gdje  $m$  označava broj jednadžbi sustava zakona očuvanja. U slučaju fluks limitirane sheme, matrica  $L_{i+1/2}^n$  je iskazana pomoću sljedećeg izraza (20):

$$L_{i+1/2}^n = I - \text{diag} \left( \phi(\theta^{(p)}) \left( 1 - \left| \lambda^{(p)} \right| \frac{\Delta t}{\Delta x} \right) \right)_{i+1/2}^n \tag{20}$$

Ovdje je funkcija fluks limitera [12] koja može poprimiti različite oblike, dok je u ovom slučaju korišten Minmod oblik:

$$\phi(\theta) = \max(0, \min(1, \theta)) \tag{21}$$

Član  $\theta$  je definiran sljedećim izrazom:

$$\theta_{i+1/2}^{(p),n} = \frac{\left( u_{i-\text{sign}(\lambda^{(p),n)}+1}^{(p),n} - u_{i-\text{sign}(\lambda^{(p),n)}}^{(p),n} \right) f^{(p),n}}{\left( u_{i+1}^{(p),n} - u_i^{(p),n} \right) f^{(p),n}} \tag{22}$$

gdje su  $f^{(p),n}$  lijevi svojstveni vektori Jacobijeve matrice evaluirani na rubu ćelije  $i+1/2$ .

Formalno, stabilnost numeričkog modela je osigurana za  $C_{cfl} < 1$  za sustave bez izvornog člana. U slučaju gore promatranog sustava numerički eksperimenti su pokazali numeričku stabilnost modela za  $C_{cfl} < 0,9$  [7].

#### 4.1. Rubni uvjeti

Ovako opisana numerička metoda primjenjuje se na sve unutarnje diskretizacijske točke domene. Na rubovima domene

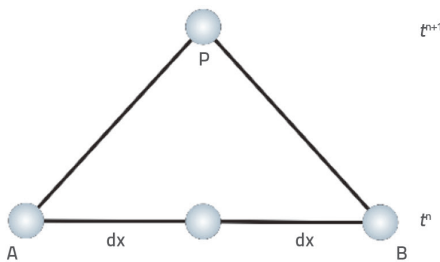
potrebno je u numeričkom modelu na odgovarajući način implementirati rubne uvjete. To će biti opisano u nastavku, pri čemu se svi rubni uvjeti u ovome radu temelje na metodi karakteristika (slika 3.).

Poznato je da su na karakteristikama Riemannove invarijante konstantne. Uvede li se oznaka  $P$  za proračunsku točku u vremenskom sloju  $t^{n+1}$ ,  $A$  i  $B$  za proračunske točke u vremenskom sloju  $t^n$  lijevo, odnosno desno od točke  $P$ , dobivaju se pozitivna i negativna invarijanta za klasični Allievijev model

$$C_p = Q_A + C_a H_A - \frac{f_A \Delta t}{2DA} Q_A |Q_A| \quad (23)$$

$$C_n = Q_B - C_a H_A - \frac{f_B \Delta t}{2DA} Q_B |Q_B| \quad (24)$$

Pri čemu je  $C_a = gA/c$ .



Slika 3. Karakteristike

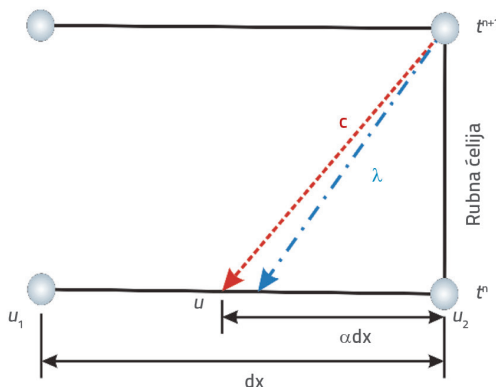
Uzimajući u obzir činjenicu da su Riemannove invarijante na karakteristikama konstantne, dobije se lako rješiv sustav jednačini:

$$Q_p = C_p - CaH_p \quad (25)$$

$$Q_p = C_n - CaH_p$$

Karakteristika definirana pravcem AP naziva se pozitivnom karakteristikom, a karakteristika definirana pravcem BP naziva se negativnom karakteristikom.

Karakteristika koja pada točno u točku na rubu u vremenskom sloju  $t^{n+1}$  dolazi iz nekog područja između dvije točke (slika 4.).



Slika 4. Razlika doseg interpoliranog stanja konstantnom i korigiranom brzinom propagacije poremećaja

Kod klasičnog Allievijevog modela je postupak određivanja mjesta u  $n$ -tom vremenskom sloju jednostavan.

Kako su vlastite vrijednosti konstantne, odnosno  $\lambda_{1,2} = Fc$ , a vremenski korak između  $n$ -tog i  $n+1$  stanja je poznat i iznosi  $\Delta t$ , tada je  $\alpha = \lambda \Delta t / dx$ .

Evaluacija stanja između dvije točke na udaljenosti  $\alpha dx$  od ruba je izvedena linearnom interpolacijom (slika 4.). Kako su Riemannove invarijante poznate za navedeni model, moguće je evaluirati stanje na rubu. Ovdje posebnu pažnju zahtijeva evaluacija stanja na rubu nekonzervativne implementacije Allievijevog modela. Vlastite vrijednosti spomenutog modela (15) nisu konstantne, odnosno  $\lambda = \lambda(k_1(Re(u_1)), k_2(Re(u_2)))$ , gdje  $Re$  označava Reynoldsov broj. Brzina propagacije poremećaja je nepoznata jer ovisi o nepoznatom interpoliranom stanju između dvije proračunske točke. Kako vrijedi

$$\mathbf{u} = (1-\alpha(\mathbf{u}))\mathbf{u}_1 + \alpha(\mathbf{u})\mathbf{u}_2 \quad (26)$$

gdje je  $\alpha(\mathbf{u}) = \lambda \Delta t / dx$ , rješenje se može odrediti iz gore navedene nelinearne jednačine (26).

Zbog nemogućnosti izračunavanja Riemannovih invarijanti Allievijevog modela definiranog izrazima (1-7), malih razlika interpoliranih stanja s interpoliranim stanjima klasičnim Allievijevim, evaluiranje stanja je provedeno postupkom analognim opisanom postupku za klasični Allievijev model.

#### 4.1.1. Poznati protok

Ako bi se zadao rubni uvjet poznatog protoka izrazom  $Q_p = Q_{\text{zadano}}(t)$  na uzvodnom ili nizvodnom kraju cijevi, prva komponenta vektora stanja se izračunava iz pripadajuće karakteristike. Za poznati protok na nizvodnom kraju cijevi, prva komponenta se odredi pomoću izraza (27):

$$H_p = H_A - B(Q_p - Q_A) - R_A Q_A(Q_A) \quad (27)$$

gdje je

$$R_A = \frac{1}{C_a} \frac{f_A \Delta t}{2DA} \quad (28)$$

#### 4.1.2. Uvjet spremnika

Ako bi se zadao rubni uvjet spremnika na uzvodnom kraju cijevi, uzme li se u obzir izraz (8), odnosno

$$H_d = H_s - (1-\zeta) \frac{Q_0^2}{2gA_0^2} \quad (29)$$

gdje su  $A_0$  površina poprečnog presjeka odvodne cijevi,  $Q_0$  protok u odvodnoj cijevi i uvedu izrazi

$$\zeta_2 = \frac{1 - \zeta}{2BgA_0^2} \tag{30}$$

$$\zeta_3 = C_P - \frac{1}{B} H_s$$

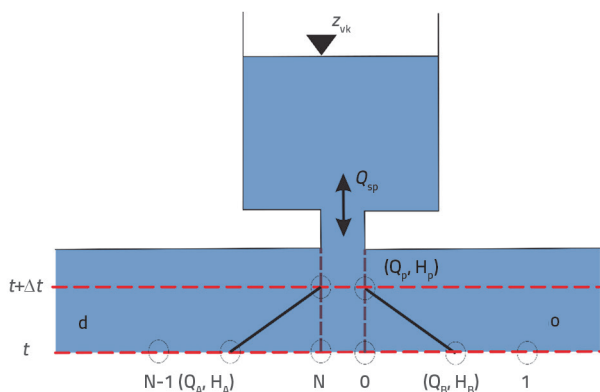
pri čemu je  $B = 1/C_a$  te kombinirajući s pozitivnom karakteristikom dobije se

$$Q_P = \frac{1 + \sqrt{1 - 4\zeta_2\zeta_3}}{2\zeta_2} \tag{31}$$

Konačno, piezometrička visina  $H_p$  se izračuna iz pripadajuće karakteristike.

### 4.1.3. Vodna komora

Ovdje se polazi od pretpostavke da su u vremenu  $t$  poznate piezometričke visine i protoci odvodne i dovodne cijevi u proračunskim točkama.



Slika 5. Vodna komora

Najprije se prema izrazu (23) dobiju interpolirana stanja u točkama A i B, ovisno o tome je li cijev dovodna ili odvodna, kao i vrijednosti  $C_p$  i  $C_n$  dane izrazima (23) i (24). Zadatak je korištenjem dobivenih vrijednosti i primjenom invarijanti na karakteristikama odrediti protok u vodnu komoru. U tom slučaju je potrebno riješiti sustav jednačnji:

$$Q_{pd}[N] = C_p - C_a H_{pd}[N] \tag{32}$$

$$Q_{po}[0] = C_p + C_a H_{po}[0] \tag{33}$$

$$Q_{pd}[N] = Q_{po}[0] + Q_{pvk} \tag{34}$$

$$H_{pd}[N] = H_{po}[0] = H_p \tag{35}$$

$$Q_{pvk} = \text{sign}(H_p - z_{pvk}) C_D \sqrt{2g |H_p - z_{pvk}|} \tag{36}$$

$$z_{pvk} = z_{vk} + \frac{Q_{pvk}}{A_{vk}} \Delta t \tag{37}$$

uz pretpostavku da hidraulički gubici na spoju cijevi s vodnom komorom nisu značajni. Iz navedenog sustava može se dobiti izraz (38)

$$Q_{pvk} = \text{sign}(H_p - z_{pvk}) C_D \sqrt{g \left| B \left( C_p - C_n - Q_{pvk} - z_{vk} - Q_{pvk} \frac{\Delta t}{A_{vk}} \right) \right|} \tag{38}$$

u kojoj je nepoznata veličina  $Q_{pvk}$ . Uvedu li se sljedeće supstitucije

$$\begin{aligned} q &= H_p - z_{pvk} \\ l &= C_D \sqrt{2g} \\ q_1 &= \frac{B}{2} (C_p - C_n - Q_{pvk} - z_{vk}) \\ p_1 &= \frac{B}{2} + \frac{\Delta t}{A_{vk}} \end{aligned} \tag{39}$$

$$q = l q_1$$

$$p = l p_1$$

slijedi da izraz (38) ima oblik

$$x = \text{sign}(q - px) \sqrt{q - px}$$

gdje je  $x = Q_{pvk}$ .

Prethodno navedena jednačnja ima dva rješenja:

$$x = \begin{cases} \frac{1}{2} (p - \sqrt{p^2 - 4q}), & x \geq \frac{q}{p} \\ \frac{1}{2} (-p - \sqrt{p^2 - 4q}), & x \geq \frac{q}{p} \end{cases} \tag{41}$$

Time je moguće odrediti protok  $Q_{pvk}$  u vodnoj komori ili iz vodne komore. U slučaju velikih gradjenata površina poprečnih presjeka vodne komore, posebna pažnja mora se obratiti na aproksimaciju izraza (12) čija je jednostavna implementacija prikazana izrazom (38).

Ostale veličine se lako dobiju iz izraza (32) do (37), čime je razriješen rubni uvjet vodne komore. Ovakva implementacija rubnog uvjeta vodne komore osigurava stabilnost numeričkih simulacija, naročito u slučajevima u kojima je razina vode u vodnoj komori približno jednaka geodetskoj visini naglih promjena površina poprečnih presjeka vodne komore, odnosno na geodestkim visinama gdje vrijedi  $\left| \frac{dA_v(z)}{dz} \right| \gg 1$ , a  $z_{vk} \approx z^*$ .

## 5. Implementacija i verifikacija modela

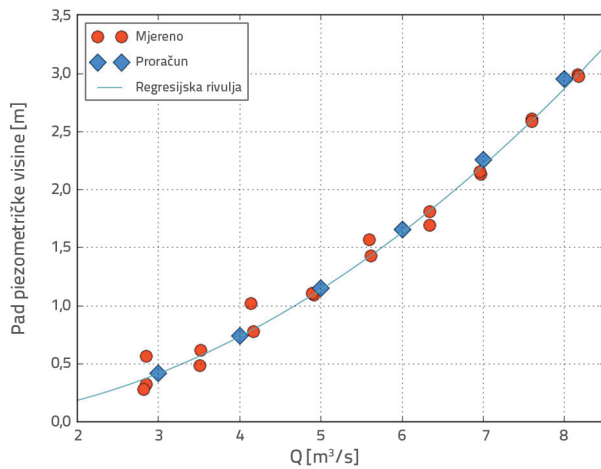
Matematički model CHE Fužine je kalibriran prema mjerenjima energetskih i prijelaznih značajki CHE Fužine. Odnosno, kalibracijom je određen Darcyjev faktor trenja  $f_s$ , koeficijent protoka vodne komore  $C_D$  i brzina širenja zvuka

c. Za gubitke na dionici Lokvarsko jezero – vodna komora korišteni su:

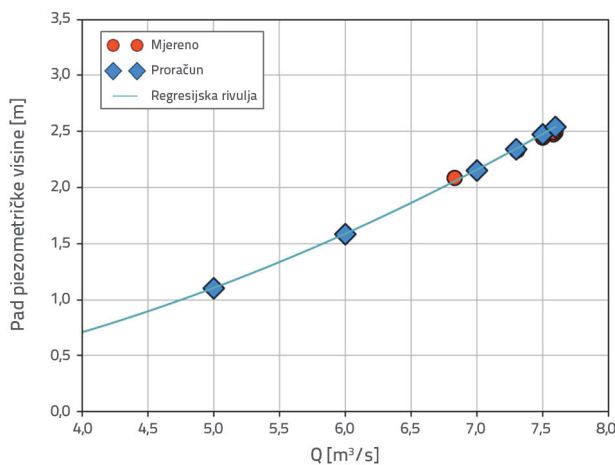
- izmjerene razine vode Lokvarskog jezera
- izmjerene razine vodne komore
- izmjeren protok.

Prostorni korak na dionici Lokvarsko jezero – vodna komora iznosi  $\Delta x = 20 \text{ m}$ , dok je tlačni cjevovod diskretiziran prostornim korakom od  $\Delta x = 5 \text{ m}$ . Brzina širenja zvuka iznosi  $c = 934 \text{ m/s}$  za betonski dovodni tunel, a  $c = 1284 \text{ m/s}$  za čelični tlačni tunel. Apsolutna hrapavost betonskog dovodnog tunela je određena sa  $e = 2,3 \text{ mm}$ , a apsolutna hrapavost čeličnog tlačnog tunela određena sa  $e = 0,1 \text{ mm}$ . Vremenski korak određen izrazom (18) izračunan je uz Courantov broj  $C_{\text{eff}} = 0,8$ .

Na slikama 6. i 7. prikazana je usporedba izmjerenog i izračunanog pada vodnog lica na dionici Lokvarsko jezero-vodna komora u turbinskom i crpnom radu. Nadalje, verifikacija modela je provedena na dva jednostavna i jednom složenom scenariju.



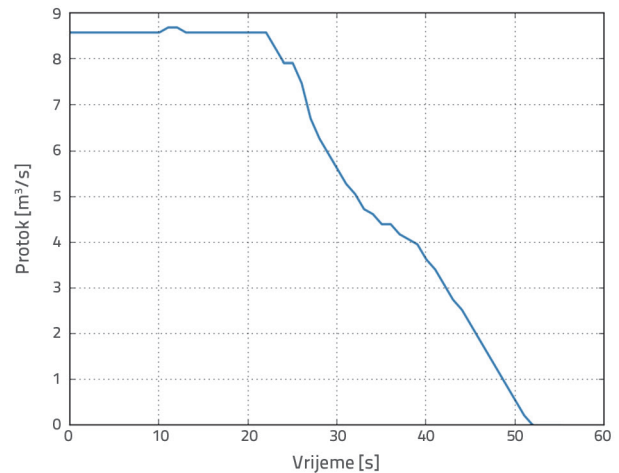
Slika 6. Usporedba izmjerenog i izračunanog pada na dionici Lokvarsko jezero – vodna komora u turbinskom radu



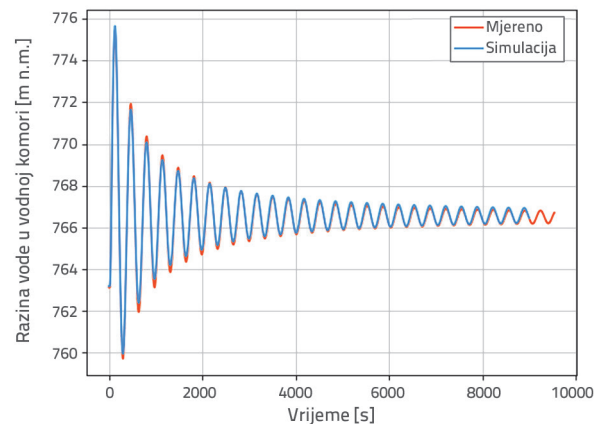
Slika 7. Usporedba izmjerenog i izračunanog pada na dionici Lokvarsko jezero – vodna komora u crpnom radu

### 5.1. Usporedba mjerenja i rezultata simulacije uslijed zaustavljanja turbine

Prema izvršenim mjerenjima, kota jezera Lokve je iznosila 766,43 m n. m. Rekonstruirana funkcija protoka prikazana je na slici 8. Rezultati dobiveni numeričkom simulacijom pokazuju dobro slaganje s izmjerenim vrijednostima, što je dobro vidljivo na slici 9.



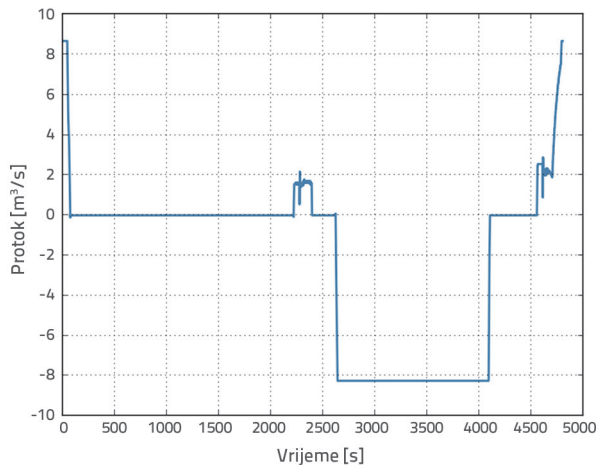
Slika 8. Vremenska ovisnost protoka za vrijeme ispitivanja prijelaznih pojava uslijed zaustavljanja turbine



Slika 9. Usporedba mjerenih i izračunanih vrijednosti razina vodnog lica u vodnoj komori uslijed zaustavljanja turbine

### 5.2. Usporedba mjerenja i rezultata simulacije uslijed složenog djelovanja turbine i crpke

Prema izvršenim mjerenjima, kota jezera Lokve je iznosila 766,58 m n. m. Rekonstruirana funkcija protoka prikazana je na slici 10. Dobiveni rezultati prikazani su na slici 11. Može se uočiti izuzetno dobro slaganje s izmjerenim vrijednostima, unatoč tome što prije upućivanja crpke nisu vrijedili stacionarni uvjeti strujanja u hidrauličkom sustavu. Također, slabije prigušenje

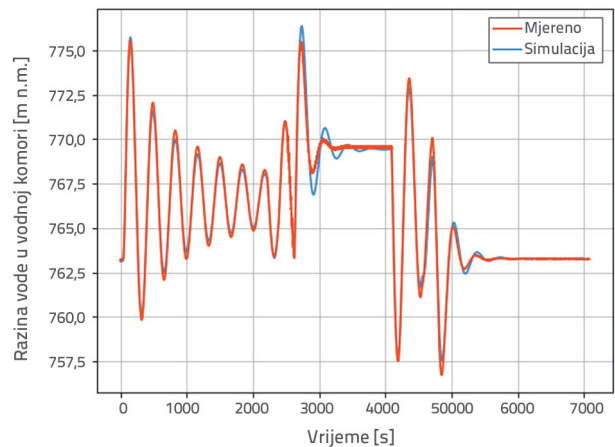


Slika 10. Vremenska ovisnost protoka za vrijeme ispitivanja prijelaznih pojava uslijed složenog djelovanja turbine i crpke

modelskih oscilacija prilikom pokretanja crpke pripisano je neslaganju izmjereno i realnog protoka u sustavu prilikom upućivanja crpke.

## 6. Zaključak

Standarni nestacionarni model strujanja tekućine u cijevi proširen je modelom nestacionarnog trenja i primijenjen na simulacije strujanja hidrauličkih tranzijenata u CHE Fužine. Odabrana fluks-limitirana shema prvog reda očekivano ne unosi značajnu numeričku difuziju u promatrani sustav, čak i nakon velikog broja vremenskih koraka. Evaluacija stanja na rubu je provedena postupkom analognim postupku za klasični Allijevijev model. Njegova točnija evaluacija ostaje izazov kojim bi potencijalno bilo



Slika 11. Usporedba mjerenih i izračunanih vrijednosti razina vodnog lica u vodnoj komori uslijed složenog djelovanja turbine i crpke

moguće dodatno unaprijediti točnost odabranog numeričkog modela. Implementacija rubnog uvjeta vodne komore omogućava stabilnost numeričkih simulacija i u slučajevima u kojima je razina vode u vodnoj komori približno jednaka geodetskoj visini naglih promjena površina poprečnih presjeka vodne komore. Dodatno, moguće je definirati različite širine prostornih koraka za hidrauličke elemente uzvodno i nizvodno od vodne komore. Unatoč uvedenim aproksimacijama koje uključuju geometrijski opis vodne komore, kao i vremensku ovisnost protoka za vrijeme ispitivanja prijelaznih pojava, rezultati numeričkih simulacija pokazuju relativno dobro slaganje s izmjerenim podacima. Time uspostavljeni matematički, odnosno numerički model potvrđuje opravdanost primjene na simulacije strujanja hidrauličkih tranzijenata u hidroelektranama.

## LITERATURA

- [1] Bergant, A., Simpson, A., Vitkovsky, J.A.R.: Developments in unsteady pipe flow friction modelling, *J. Hydraul. Res.*, 39 (2001) 3, pp. 249–258.
- [2] Brunone, B., Ferrante, M., Cacciamani, M.: Decay of pressure and energy dissipation in laminar transient flow, *J. Fluids Eng.*, 126 (2004), pp. 928934.
- [3] Bouazza, Z., Brunelle, P.E.: A new friction model for transient pipe flows development of the frequency dependence approach of Brunone, *Proc., 9<sup>th</sup> Int. Conf. on Pressure Surges*, BHR, Chester, U.K., 2004, 391404
- [4] Daily, W.L., Hankey, W.L., Olive, R.W., Jordan, J.M.: Resistance coefficients for accelerated and decelerated flows through smooth tubes and orifices, *Trans. Jpn. Soc. Civ. Eng.*, 78 (1956), pp. 1071–1077.
- [5] LeFloch, P.G., Tzavaras, A.E.: Representation of weak limits and definition of nonconservative products, *SIAM J. Math. Anal.*, 30 (1999) 6, pp. 1309–1342.
- [6] Škifić, J., Črnjarić-Žic, N., Crnković, B.: Numerical Simulation of Hydraulic transients in Rijeka HPP, *Strojarstvo*, 50 (2008) 1, pp. 23–30
- [7] Škifić, J., Mačešić, S., Črnjarić-Žic, N.: Nonconservative Formulation of Unsteady Pipe Flow, *Journal of Hydraulic Engineering - ASCE*, 136 (2010) 8, pp. 483–492.
- [8] Škifić, J., Radošević, A., Brajković, Đ., Družeta, S., Čavrak, M.: Numerical Simulations of Hydraulic transients in hydropower plant Jajce II, *Engineering Review*, 3 (2013) 1, pp. 51–57.
- [9] Vitkovský, J., Bergant, A., Simpson, A., Lambert, M., Martin, F.: Systematic Evaluation of One Dimensional Unsteady Friction Models in Simple Pipelines, *Journal of Hydraulic Engineering - ASCE*, 132 (2006) 7, pp. 696708.
- [10] Wylie, W.B., Streeter, V.L.: *Fluid Transients in Systems*, McGraw-Hill international, 1993.
- [11] Turboinstitut, Ispitivanje energetskih i dinamičkih karakteristika hidroelektrane, Turboinstitut, Ljubljana, 2003



- [12] LeVeque, R.J.: Finite volume methods for hyperbolic problems, Cambridge texts in applied mathematics, Cambridge University Press, Cambridge, N.Y., 2002.
- [13] Crpna hidroelektrana Fužine, <http://croinfo.net/vijesti-regija/6774-crpna-hidroelektrana-fuine.html>, 17.01. 2022.
- [14] Wang, C., Jian-Dong Yang, J.D.: Water Hammer Simulation Using Explicit–Implicit Coupling Methods, *Journal of Hydraulic Engineering – ASCE*, 141 (2015).
- [15] An, J.F., Zhang, J., Yu, X.D., Chen, S.: Influence of flow field on stability of throttled surge tanks with standpipe, *Journal of Hydrodynamics*, 25 (2014) 2, pp. 294–299
- [16] Wan, W., Zhang, B., Chen, X., Lian, J.: Water Hammer Control Analysis of an Intelligent Surge Tank with Spring Self-Adaptive Auxiliary Control System, *Energies*, 12 (2019), pp. 25–27.
- [17] Kendir, T.E., Ozdamar, A.: Numerical and experimental investigation of optimum surge tank forms in hydroelectric power plant, *Renewable Energy*, 60 (2013), pp. 323–331.
- [18] Zhao, M., Ghidaoui, M.: Godunov-type solutions for water hammer flows, *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 130 (2004) 4, pp. 341–348.
- [19] Axworthy, D.H., Ghidaoui, M.S., McInnis, D.A.: Extended thermodynamics derivation of energy dissipation in unsteady pipe flow, *Journal of Hydraulic Engineering*, 126 (2000), pp. 276–286.
- [20] Greco, M., Silva-Araya, W.F., Chaudhry, M.H.: Computation of energy dissipation in transient flow, *Journal of Hydraulic Engineering*, 124 (1998) 5, pp. 559 – 567.
- [21] Kim, S.H.: Design of surge tank for water supply systems using the impulse response method with the GA algorithm, *Journal of Mechanical Science and Technology*, 24 (2010) 2, pp. 629–636.
- [22] Guo, L., Liu, Z., Geng, J., Li, D., Du, G.S.: Numerical study of flow fluctuation attenuation performance of a surge tank, *Journal of Hydrodynamics, Ser. B*, 25 (2013) 6, pp. 938–943.
- [23] Seck, A., Fuamba, M., Kahawita, R.: Finite-Volume Solutions to the Water-Hammer Equations in Conservation Form Incorporating Dynamic Friction Using the Godunov Scheme, *J. Hydraul. Eng.*, 143 (2017) 9.
- [24] Meniconi, S., Duan, H.F., Brunone, B., Ghidaoui, M.S., Lee, P.J., Ferrante, M.: Further Developments in Rapidly Decelerating Turbulent Pipe Flow Modeling, *J. Hydraul. Eng.*, 140 (2014) 7.
- [25] Ling Zhou, L., Li, Y., Karney, B., Cheng, Y., Liu, D.: Godunov-Type Solutions for Transient Pipe Flow Implicitly Incorporating Brunone Unsteady Friction, *Journal of Hydraulic Engineering* 147 (2021) 7.
- [26] Reddy, H.P., Silva-Araya, W.F., Chaudhry, M.H.: Estimation of Decay Coefficients for Unsteady Friction for Instantaneous, Acceleration-Based Models, *Journal of Hydraulic Engineering*, 138 (2012) 3, pp. 260–271.