

# KONCEPT POSTUPKA ODREĐIVANJA OPTIMALNE VELIČINE VOZNOG PARKA

## *CONCEPT OF THE PROCEDURE FOR DETERMINING OPTIMAL FLEET SIZE*

Ratko Stanković<sup>1</sup>, Goran Koliarić<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Fakultet prometnih znanosti, Vukelićeva 4, Zagreb

<sup>2</sup>Ministarstvo znanosti i obrazovanja RH, Donje Svetice 38, Zagreb

### SAŽETAK

Kod planiranja voznog parka, potrebno je odrediti potreban broj i strukturu vozila, s obzirom na očekivanu potražnju, odnosno potrebe za prijevozom. Kako bi ostale konkurentne na tržištu, tvrtke moraju upravljati svojim voznim parkom tako da korisnicima pruže odgovarajuću kvalitetu usluge, uz minimalne prijevozne troškove. Pritom se uglavnom oslanjaju na vlastite marketinške aktivnosti i iskustva, koja su ograničenog dosegaa, bez znanstvenog pristupa i analize. U ovom radu definirali smo postupak određivanja optimalne veličine (broja vozila) voznog parka cestovnih teretnih vozila, na konceptualnoj razini. S tim u svezi, izveli smo studiju slučaja poduzeća za distribuciju pića, u okviru koje smo prikupili i analizirali povijesne podatke o prijevoznoj potražnji i prijevoznim troškovima, te napravili prognozu prijevozne potražnje za predstojeće razdoblje. Temeljem toga, po kriteriju minimalnih prijevoznih troškova, odredili smo optimalni udjel outsourcinga (angažiranja vanjskih prijevoznika) i optimalni broj vlastitih vozila tvrtke, tj. optimalnu veličinu voznog parka. Poboljšanje ostvareno primjenom prikazanog postupka kvantificirali smo u vidu smanjenja prijevoznih troškova od 7.500,00 € godišnje, odnosno za 2,4% u odnosu na iskustveno rješenje tvrtke.

**Ključne riječi:** vozni park, optimalna veličina, studija slučaja

### ABSTRACT

When planning the vehicle fleet, it is necessary to determine the required number and structure of vehicles, given the expected demand, i.e. the transport needs. To remain competitive in the market, companies must manage their fleet by providing customers with the appropriate quality of service, with minimal transportation costs. In doing so, they mainly rely on their own marketing activities and experience, which are limited in scope, without a scientific approach and analysis. In this paper, we defined the procedure for determining the optimal size (number of vehicles) of the road freight vehicle fleet, on a conceptual level. In this regard, we performed a case study of a beverage distribution company, within which we collected and analyzed historical data on transport demand and transport costs, and we forecasted transport demand for the forthcoming period. Based on this, according to the criterion of minimal transport costs, we determined the optimal share of outsourcing (hiring external carriers) and the optimal number of the company's own vehicles, i.e. the optimal size of the vehicle fleet. We quantified the improvement achieved by applying the outlined procedure in the form of reduction in transportation costs at 7.500,00 € annually i.e., 2,4% compared to the company's empirical solution.

**Keywords:** vehicle fleet, optimal size, case study

## 1. UVOD

### 1. INTRODUCTION

Odgovarajuća veličina (broj vozila) i struktura voznog parka predstavljaju materijalnu osnovu za zadovoljenje prijevozne potražnje, bilo da se radi o prijevoznicima koji pružaju usluge prijevoza na tržištu ili o tvrtkama koje vozni park koriste za vlastite potrebe. Kako bi ostale konkurentne na tržištu, tvrtke moraju upravljati svojim voznim parkom tako da korisnicima pruže odgovarajuću kvalitetu usluge, uz minimalne prijevozne troškove.

Problem određivanja optimalne veličine voznog parka proizlazi iz toga što veličina voznog parka ne prati dinamiku prijevozne potražnje, tj. prijevozna potražnja se mijenja tijekom godine, dok je veličina voznog parka zadana planom za dotičnu godinu ili duže razdoblje (broj vozila je konstanta tijekom dužeg razdoblja). Tvrтke kojima je potpuna kontrola nad obavljanjem prijevoza prioritet ili im je prijevoz osnovna djelatnost, planiraju veličinu voznog parka bliže vršnoj prijevoznoj potražnji, radi zadovoljenja vlastitim resursima. Nasuprot tomu, tvrtke kojima prijevoz nije osnovna djelatnost najčešće se djelomice ili u potpunosti oslanjaju na logistički outsourcing (angažiranje vanjskih prijevoznika), što ne mora nužno biti uvjetovano racionalizacijom prijevoznih troškova, nego može biti dio poslovne politike tvrtke.

U slučaju kombinacije vlastitog voznog parka i outsourcinga, tvrtke nastoje vlastita vozila optimalno iskoristiti, na prijevoznim relacijama gdje im je to isplativo, a u vršnim periodima, kada nemaju dovoljno vozila ili na neisplativim prijevoznim relacijama, angažiraju vanjske prijevoznike. Ukupni prijevozni troškovi pritom se sastoje od troškova vlastitih vozila (fiksni i varijabilni) i troškova outsourcinga (vanjskih prijevoznika). Pri planiranju veličine voznog parka uglavnom se oslanjaju na vlastite marketinške aktivnosti (praćenje potražnje) i iskustva u upravljanju voznim parkom (analiza troškova), koja su ograničenog doseg, bez znanstvenog pristupa i analize [1].

S tim u svezi, u nastavku dajemo pregled istraživanja koja su u najvećoj mjeri relevantna za ovaj rad. Prognostički modeli i metode općenito,

te mogućnosti njihove primjene u prognoziranju potražnje uz korištenje programskih alata, prikazani su u knjizi [2]. Izborom odgovarajućih prognostičkih modela i metoda, te prognoziranjem potražnje u farmaceutskoj industriji uzevši u obzir specifičnosti farmaceutskih proizvoda, bave se autori u radu [3]. U radu [4] prikazana je analiza agregacije uzoraka povjesnih podataka koji su korišteni za prognoziranje potražnje primjenom različitih prognostičkih metoda. Mogućnost matematičkog definiranja funkcionalne povezanosti (pojednostavljeni) između veličine (broja vozila) homogenog voznog parka i ukupnih prijevoznih troškova pri kombiniranom korištenju vlastitih vozila i vanjskih prijevoznika prikazana je u knjizi [5]. U radu [6] autori predlažu postupak određivanja optimalne veličine voznog parka i razmjene vozila za rent-a-car tvrtku, suočenjem na probleme linearnog programiranja. Dizajniranjem i primjenom matematičkog (optimizacijskog) modela u rješavanju problema određivanja veličine i strukture voznog parka (FS/FC Problem – eng. *Fleet Sizing/Fleet Composition Problem*) bavi se autor u radu [7].

Svrha ovog rada je definiranje postupka određivanja optimalne veličine (broja vozila) voznog parka cestovnih teretnih vozila u slučaju djelomičnog outsourcinga<sup>1</sup>, primjenom matematičkih metoda, s ciljem zadovoljenja prijevozne potražnje uz minimalne ukupne prijevozne troškove.

## 2. DEFINIRANJE POSTUPKA

### ODREĐIVANJA OPTIMALNE VELIČINE VOZNOG PARKA

### 2. DEFINING THE PROCEDURE FOR DETERMINING OPTIMAL FLEET SIZE

Postupak određivanja optimalne veličine voznog parka po kriteriju minimalnih ukupnih prijevoznih troškova definirali smo na konceptualnoj razini, kako bi pokazali prednosti znanstvenog pristupa ovom problemu, što je i na ovoj razini primjenjivo u praksi za dobivanje orijentacijskih rješenja.

<sup>1</sup> Pod djelomičnim outsourcingom podrazumijeva se kombinirano korištenje vozila vlastitog voznog parka i vanjskih prijevoznika.

Postupak se temelji na matematičkim metodama koje smo objasnili u nastavku, pod točkama 3. i 4.

**Koncept postupka** određivanja optimalne veličine (broja vozila) voznog parka sastoji se od sljedećih koraka:

- analiza povijesnih podataka o prijevoznoj potražnji,
- prognoziranje prijevozne potražnje u predstojećem razdoblju,
- definiranje funkcionalne povezanosti veličine (broja vozila) voznog parka i ukupnih prijevoznih troškova,
- određivanje optimalnog broja vozila po kriteriju minimalnih ukupnih prijevoznih troškova.

Prikazani koncept postupka primjenili smo na praktičnom primjeru, u okviru studije slučaja poduzeća za distribuciju pića na području Grada Zagreba i Zagrebačke županije (zbog povjerljivosti podataka, naziv poduzeća nismo naveli). Ukupne prijevozne troškovi s na taj način određenim optimalnim brojem vozila usporedili smo s ukupnim prijevoznim troškovima s iskustveno određenim brojem vozila (postojeće rješenje tvrtke). Postignuto poboljšanje u odnosu na postojeće rješenje tvrtke kvantificirali smo u vidu apsolutnog i postotnog smanjenja ukupnih prijevoznih troškova.

### 3. PROGNOSTIČKI MODELI I METODE

#### 3. FORECASTING MODELS AND METHODS

##### *Prognoziranje*

U kontekstu ovog rada, prognoziranje (eng. *Forecasting*) je proces predviđanja budućnosti, primjenom znanstvenih metoda, a dio je upravljanja logističkim sustavima:

- **Proizvođači** prognoziraju potražnju za svojim proizvodima, kako bi planirali proizvodnju (opremu i radnu snagu, sirovine, repromaterijal...).

- **Trgovci** prognoziraju potražnju za svojom robom kako bi planirali narudžbe, razinu zaliha, te potrebe za transportom i skladišnim kapacitetima.
- **Prijevoznici** prognoziraju potražnju za prijevoznim uslugama kako bi prema tomu planirali veličinu i strukturu voznog parka.

Ispravno prognoziranje omogućuje racionalizaciju logističkih troškova i troškova radne snage, uz istodobno povećanje kvalitete usluga korisnicima. Osnova za prognoziranje su **povijesni podaci**, tj. vremenski nizovi koji pokazuju dinamiku promatranih veličina u određenom prethodnom razdoblju.

##### *Vremenski nizovi*

Vremenski niz (eng. *Time Series*) je skup kronološki uređenih vrijednosti. Dinamika vremenskog niza može se promatrati preko apsolutnih i relativnih vrijednosti, te preko **prognostičkih modela**. Prognostički modeli u biti su regresijski modeli, gdje je nezavisna varijabla vrijeme (izraženo u godinama, mjesecima, tjednima, danima...), a zavisna varijabla je vrijednost promatrane pojave (potražnja, promet, prihod i slično). Cilj regresijske analize je prikazati (opisati) funkcionalnu vezu između promatranih varijabli odgovarajućim analitičko matematičkim izrazom, odnosno regresijskim modelom.

Vremenski nizovi, odnosno njihova dinamika u određenom vremenskom razdoblju, mogu sadržavati jednu ili više sljedećih **komponenti** [2]:

- **Trend** – tendencija rasta, pada ili relativne stacionarnosti (srednja vrijednost u pojedinim periodima promatranog razdoblja relativno je ujednačena). Može se modelirati u vidu linearne, eksponencijalne ili neka druge funkcije.
- **Sezonalnost** – vrijednosti se približno ponavljaju (rastu ili padaju) u jednakim vremenskim razmacima (kvartali, mjeseci...).

- **Cikličnost** – privremena povećanja ili smanjenja (odstupanja od srednje vrijednosti) koja ne slijede prepoznatljivu pravilnost.
- **Slučajnost** – nepredvidive promjene vrijednosti koje se pojavljuju slučajno.

S obzirom na komponente koje vremenski niz sadrži, određuje se odgovarajući **prognostički model**, koji prikazuje dinamiku vremenskog niza, odnosno funkcionalnu ovisnost promatrane veličine o vremenu.

### **Koraci u postupku prognoziranja**

Cilj predviđanja budućeg razvoja vremenskih nizova je identificiranje čimbenika koji se mogu predvidjeti, kako bi prognoza bila što točnija. Sam postupak općenito uključuje sljedeće korake [2]:

1. Prikupljanje i prikaz povijesnih podataka (tablično i grafički).
2. Prepoznavanje komponenti dinamike vremenskog niza i postavljanje hipoteze o prognostičkom modelu.
3. Izbor odgovarajućeg *modela* odnosno *metode* prognoze, te definiranje njihovih parametara:

  - **Stacionarni model:** Metoda pomičnih prosjeka, Metoda ponderiranih pomičnih prosjeka, Metoda eksponencijalnog izglađivanja;
  - **Model s komponentom trenda:** Metoda linearne regresije, Metoda eksponencijalne regresije, Holtova metoda;
  - **Model s komponentom trenda i sezonalnosti:** Metoda dekompozicije, Wintersova metoda.

4. Dobivanje rezultata (prognoze) primjenom izabrane metode prognoze na izabranom prognostičkom modelu, uz korištenje prikupljenih povijesnih podataka.

S obzirom da je korištena u studiji slučaja, u nastavku smo podrobniye objasnili Metodu dekompozicije koja se primjenjuje na modelima s komponentom trenda i sezonalnosti [2]. Kako prognostičke metode nisu tema ovog rada, ostale metode nismo dalje objašnjavali.

### **Metoda dekompozicije**

Ovo je statična metoda koja prepostavlja da se procijenjena stopa trenda i sezonalnost (ponavljajući prosječni sezonalni faktori) tijekom vremena ne mijenjaju, te se iste vrijednosti određene temeljem povijesnih podataka mogu primijeniti za prognoziranje budućih vrijednosti vremenskog niza.

Prognoza za sljedeću sezonu odnosno periode od kojih se ista sastoji, određuje se provođenjem sljedeća dva koraka:

1. Procjena periodičnosti i provedba linearne regresije na desezonaliziranom vremenskom nizu, kako bi se odredila izglađena vrijednost vremenskog niza u nultom periodu L, te stopa trenda T.
2. Procjena sezonalnih faktora  $S_t$  po periodima i prosječnih sezonalnih faktora  $\bar{S}_t$  (temeljem povijesnih podataka i desezonaliziranih vrijednosti vremenskog niza), te izračunavanje prognoze za sljedeću sezonu.

**Periodičnost**  $p$  je broj perioda nakon kojih se vrijednosti vremenskog niza ponavljaju, odnosno broj perioda od kojih se sastoji jedna sezona (primjerice jedna godina se sastoji od četiri kvartala, pri čemu se vrijednosti kvartala prve godine ponavljaju u sljedećim godinama). **Desezonalizirani vremenski** niz čine vrijednosti perioda iz kojih je isključena komponenta sezonalnosti, tj. vremenski niz vrijednosti kakve bi bile bez utjecaja sezonalnih kolebanja. **Sezonalni faktor**  $S_t$  perioda  $t$  jednak je omjeru između stvarne vrijednosti vremenskog niza  $y_t$  u periodu  $t$  i njezine desezonalizirane vrijednosti  $\bar{y}_t$ .

### **Određivanje desezonaliziranih vrijednosti vremenskog niza i parametara regresijskog pravca ( $L, T$ )**

Desezonalizirana vrijednost vremenskog niza  $\bar{y}_t$  u periodu  $t$  izračunava se kao centrirani pomični prosjek  $p$  uzastopnih perioda. Ukoliko je **periodičnost**  $p$  parna (sezona se sastoji od parnog broja perioda), desezonalizirana vrijednost vremenskog niza  $\bar{y}_t$  u periodu  $t$  izračunava se prema izrazu (1).

$$\bar{y}_t = \frac{1}{2p} \cdot \left( y_{t-\frac{p}{2}} + y_{t+\frac{p}{2}} + 2 \cdot \sum_{i=t+1-\frac{p}{2}}^{t-1+\frac{p}{2}} y_i \right) \quad (1)$$

Ukoliko je **periodičnost  $p$  neparna** (sezona se sastoji od neparnog broja perioda), desezonalizirana vrijednost vremenskog niza u periodu  $t$  izračunava se prema izrazu (2).

$$\bar{y}_t = \frac{1}{p} \cdot \sum_{i=t-\frac{p-1}{2}}^{\frac{p-1}{2}} y_i \quad (2)$$

Desezonalizirani vremenski niz može rasti ili padati po konstantnoj stopi  $T$  (linearna povezanost između vrijednosti perioda i vremena), te se može opisati jednadžbom *regresijskog pravca* ( $L$  je odsječak na osi  $y$  odnosno vrijednost u nultom periodu, a  $T$  je koeficijent regresije), kako je dano izrazom (3).

$$\bar{y}_t = L + T \cdot t \quad (3)$$

Provedbom linearne regresije na desezonaliziranom vremenskom nizu dobivaju se vrijednosti parametara  $L$  i  $T$ , te se njihovim uvrštanjem u gornju jednadžbu dobivaju desezonalizirane vrijednosti za cijeli vremenski niz.

### **Određivanje sezonalnih faktora $S_t$ i prosječnih sezonalnih faktora $\bar{S}_t$ , te prognoziranje vrijednosti perioda sljedeće sezone**

Sezonalni faktor  $S_t$  perioda  $t$  jednak je omjeru između stvarne vrijednosti vremenskog niza  $y_t$  u periodu  $t$  i njezine desezonalizirane vrijednosti  $\bar{y}_t$ , kako je dano izrazom (4).

$$S_t = \frac{y_t}{\bar{y}_t} \quad (4)$$

S obzirom na periodičnost  $p$ , određuju se **prosječni sezonalni faktori  $\bar{S}_t$**  perioda čija se vrijednost ponavlja u čitavom vremenskom nizu, prema izrazu (5).

$$\bar{S}_t = (S_t + S_{t+p} + S_{t+2p} + \dots + S_{t+(r-1)p}) \cdot \frac{1}{r}; \quad r = \frac{\text{ukupni broj perioda}}{p} \quad (5)$$

Prognoza za periode sljedeće sezone  $n+1$  do  $n+p$  ( $n$  je zadnji period za koji postoje povijesni podaci) određuje se temeljem ponavljajućih prosječnih sezonalnih faktora, prema rekurzivnoj formulaciji (6).

$$F_{n+1} = (L + (n + 1) \cdot T) \cdot \bar{S}_{n+1} \quad (6)$$

$$F_{n+p} = (L + (n + p) \cdot T) \cdot \bar{S}_{n+p}$$

### **Prognoistička pogreška**

Točnost metoda prognoziranja mjeri se kvantificiranjem prognostičke pogreške, najčešće primjenom sljedećih **pokazatelja točnosti prognoze**:

1. Srednja kvadratna pogreška, eng. *Mean Squared Error (MSE)*, izračunava se prema izrazu (7).

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (y_t - F_t)^2 \quad (7)$$

2. Srednja apsolutna devijacija, eng. *Mean Absolute Deviation (MAD)*, izračunava se prema izrazu (8).

$$MAD = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |y_t - F_t| \quad (8)$$

3. Srednja apsolutna postotna pogreška, eng. *Mean Absolute Percentage Error (MAPE)*, izračunava se prema izrazu (9).

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \frac{|y_t - F_t|}{y_t} \cdot 100\% \quad (9)$$

4. Najveća apsolutna devijacija, eng. *Largest Absolute Deviation (LAD)*, izračunava se prema izrazu (10).

$$LAD = \max |y_t - F_t|; \quad t = 1, \dots, n \quad (10)$$

Kako se za isti model vremenskog nizova mogu primijeniti različite prognostičke metode, evaluacija prognoze dobivene primjenom pojedine metode može se izvesti temeljem gore navedenih pokazatelja.

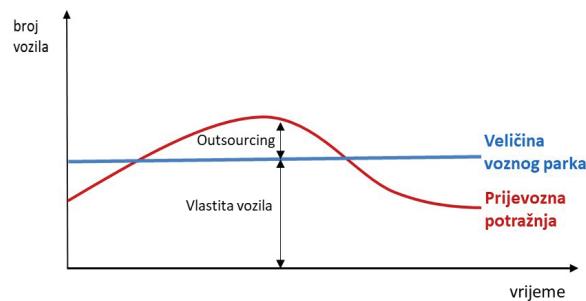
#### **4. FUNKCIONALNA POVEZANOST UKUPNIH PRIJEVOZNIH TROŠKOVA I BROJA VOZILA VOZNOG PARKA**

#### **4. FUNCTIONAL RELATIONSHIP BETWEEN THE TOTAL TRANSPORT COSTS AND THE NUMBER OF VEHICLES OF THE ROLLING STOCK**

Radi određivanje optimalne veličine (broja vozila) voznog parka u slučaju kombiniranog korištenja vlastitih vozila i outsourcinga, potrebno je matematički definirati funkcionalnu povezanost ukupnih prijevoznih troškova i broja vlastitih vozila (veličine voznog parka). Pritom polazimo od sljedećih pretpostavki:

- Razmatra se homogeni vozni park (sastavljen od vozila iste kategorije) ili pojedini segment heterogenog voznog parka sastavljen od vozila iste kategorije.
- Prijevozna potražnja je promjenjiva, a veličina voznog parka je konstantna tijekom promatranog razdoblja (primjerice godine dana).
- Prijevozna potražnja iskazana je potrebnim brojem vozila u svakom periodu tijekom promatranog razdoblja.
- Optimalna veličina voznog parka je ona s kojom se prijevozna potražnja može zadovoljiti uz minimalne ukupne prijevozne troškove.
- Ukupni prijevozni troškovi sastoje se od fiksni i varijabilnih troškova vlastitih vozila (voznog parka), te od troškova vanjskih prijevoznika (outsourcinga).

- Prijevozna potražnja zadovoljava se vlastitim vozilima i angažiranjem vanjskih prijevoznika (Slika 1.), na sljedeći način:
  - u periodima kada ne prelazi ukupni broj vlastitih vozila, prijevozna potražnja zadovoljava se vlastitim vozilima;
  - u periodima kada prijevozna potražnja prelazi ukupni broj vlastitih vozila, angažiraju se vanjski prijevoznici (outsourcing).



*Slika 1 Način zadovoljenja prijevozne potražnje*

*Figure 1 Način zadovoljenja prijevozne potražnje*

Polazeći od gore navedenih pretpostavki, ukupne prijevozne troškove kao funkciju broja vlastitih vozila (veličine voznog parka) možemo definirati matematičkim izrazom (11).

$$C(v) = CF \cdot v \cdot n + CV \cdot \sum_{t=1}^n \min(v_t, v) + CO \cdot \sum_{t:v_t > v} (v_t - v) \quad (11)$$

gdje je:

$C(v)$  = ukupni prijevozni trošak u promatranom razdoblju (primjerice godina dana)

$n$  = broj perioda  $t$  promatranog razdoblja (primjerice  $n = 52$  tjedna)

$v$  = broj vlastitih vozila

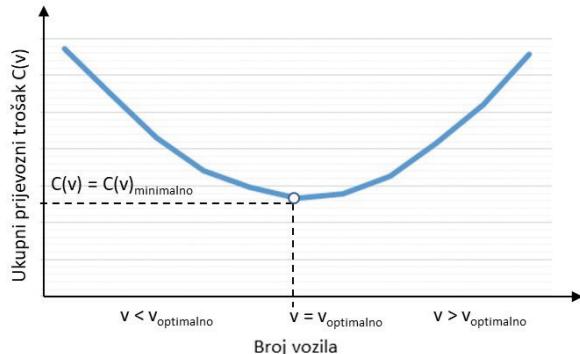
$v_t$  = broj vozila koji je potreban u periodu  $t$  (prijevozna potražnja)

$CF$  = jedinični fiksni trošak vlastitih vozila u periodu  $t$

$CV$  = jedinični varijabilni trošak vlastitih vozila u periodu  $t$

$CO$  = jedinični trošak outsourcinga u periodu  $t$  (pretpostavka:  $CO > CF + CV$ )

Graf funkcije  $C(v)$  koji predstavlja ukupne prijevozne troškove kao funkciju veličine (broja vozila) voznog parka, prikazan je na Slici 2.



*Slika 2 Grafi funkcije  $C(v)$*

*Figure 2 Graph of the  $C(v)$  function*

Za veličinu voznog parka s optimalnim brojem vlastitih vozila ( $v = v_{optimalno}$ ), ukupni prijevozni troškovi su najmanji  $C(v)_{minimalno} = C(v_{optimalno})$ , tj. funkcija  $C(v)$  postiže minimum za onaj  $v$  koji je jednak  $v_{optimalno}$ . Smanjenjem ili povećanjem broja vlastitih vozila u odnosu na  $v_{optimalno}$  ukupni prijevozni troškovi rastu. Također, funkcija  $C(v)$  postiže minimum za onu vrijednost  $v$  za koju je  $C'(v) = 0$  (nužan uvjet ekstrema konveksne funkcije). Deriviranjem funkcije  $C(v)$  po  $v$ , dobivamo izraz (12):

$$\frac{dC(v)}{dv} = n \cdot CF + CV \cdot m - CO \cdot m \quad (12)$$

gdje je parametar  $m$  jednak broju perioda  $t$  u kojima je potreban broj vozila (prijevozna potražnja) veći od broja vozila voznog parka ( $v_t > v$ ).

### Pojašnjenje parametra $m$

Deriviranjem sume u drugom članu izraza (11) dobivamo broj perioda  $t$  u kojima je  $v_t > v$ , kako je dano izrazima (13) i (14), što odgovara vrijednosti  $m$ . Deriviranjem sume u trećem članu izraza (11) također dobivamo broj perioda  $t$  u kojima je  $v_t > v$  samo s negativnim predznakom, kako je dano izrazima (15) i (16), što odgovara vrijednosti  $-m$ .

$$\frac{d}{dv} \sum_{t=1}^n \min(v_t, v) = m \quad (13)$$

jer je

$$\min(v_t, v) = \begin{cases} v, & v_t > v \\ v_t, & v_t < v \end{cases} \rightarrow \frac{d}{dv} \min(v_t, v) = \begin{cases} 1, & v_t > v \\ 0, & v_t < v \end{cases} \quad (14)$$

i

$$\frac{d}{dv} \sum_{t:v_t > v} (v_t - v) = -m \quad (15)$$

jer je

$$\frac{d}{dv} (v_t - v) = 0 - 1 = -1 \quad (16)$$

Prema tomu, optimalan broj vlastitih vozila (veličina voznog parka) jednak je vrijednosti varijable  $v$  u kojoj funkcija  $C(v)$  postiže minimum, što je ujedno i **optimalan broj vlastitih vozila** ( $v_{optimalno}$ ), tj. u kojoj je  $C'(v) = 0$ .

Izjednačavanjem (12) s nulom dalje slijedi (17):

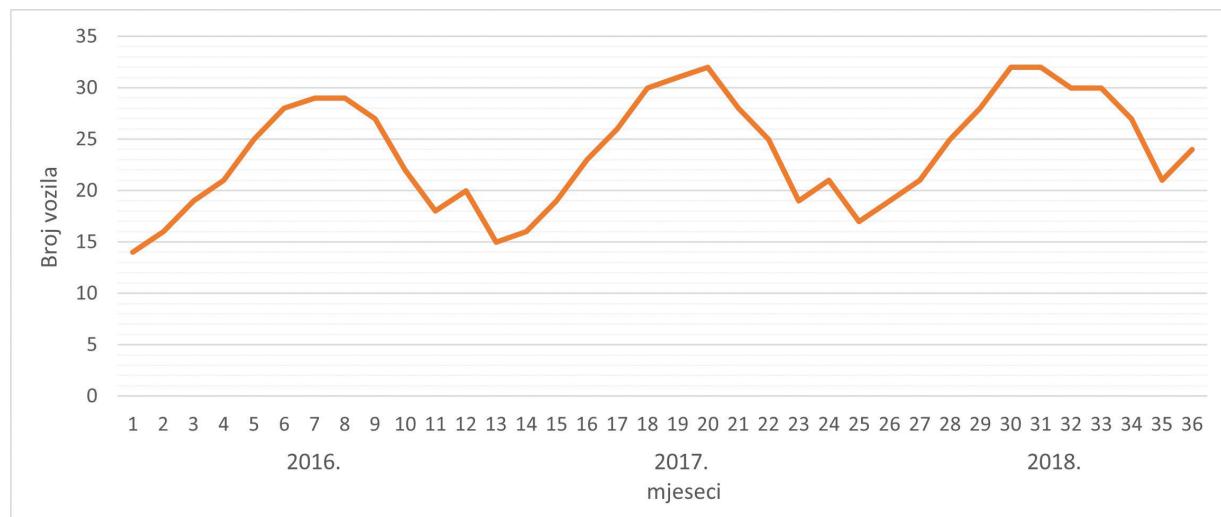
$$n \cdot CF + CV \cdot m - CO \cdot m = 0 \quad (17)$$

iz čega sredivanjem proizlazi (18):

$$m = \frac{n \cdot CF}{CO - CV} \quad (18)$$

U  $m$  perioda prijevozna potražnja veća je od broja vlastitih vozila ( $v_t > v$ ), te se nedostatak vlastitih vozila nadoknađuje outsourcingom (angažiranjem vanjskih prijevoznika), stoga je **optimalan broj vlastitih vozila**  $v_{optimalno}$  jednak najmanjem broju vozila kojim se prijevozna potražnja može zadovoljiti u  $n - m$  perioda.

Sortiranjem perioda  $t$  od kojih se sastoje promatrano razdoblje prema prijevoznoj potražnji, od najmanje do najveće, dobivamo  $v_{optimalno}$  koji je jednak potražnji u  $(n - m)$ -tom periodu tako sortiranog niza.

**Slika 3 Prijevozna potražnja u 2016., 2017. i 2018.****Figure 3 Transport demand in 2016., 2017. i 2018.**

## 5. STUDIJA SLUČAJA: ODREĐIVANJE OPTIMALNOG BROJA VOZILA U VOZNOM PARKU DISTRIBUTERA PIĆA

### 5. CASE STUDY: DETERMINING OPTIMAL NUMBER OF VEHICLES OF THE BEVERAGES DISTRIBUTOR ROLLING STOCK

Postupak određivanja optimalne veličine voznog parka prikazan pod Točkom 2. primjenili smo u studiji slučaja distributera alkoholnih i bezalkoholnih pića, koji isporučuje robu kupcima (maloprodajne trgovine i ugostiteljski objekti) na području Grada Zagreba i Zagrebačke županije. Zbog povjerljivosti podataka, tvrtku nismo naveli, a u radu su korišteni orijentacijski podaci, proporcionalni stvarnim podacima tvrtke.

Tvrtka raspolaže heterogenim voznim parkom u kojemu je najzastupljenija kategorija lako dostavnih vozila nosivosti 1.500 kg/11 m<sup>3</sup>, te smo stoga razmatranje ograničili na tu kategoriju vozila. Veličinu voznog parka tvrtka razmatra početkom godine, iskustvenom metodom, na način da se potreban broj vozila procijeni prema prosjeku prometa iz prethodne godine, korigirano za trend u prethodne tri godine.

#### Procjena tvrtke

Početkom 2019. godine na taj je način napravljena procjena potrebnog broja vozila za tu godinu, temeljem povijesnih podataka o prijevoznoj potražnji u razdoblju 2016., 2017. i 2018. godine, iskazanoj kao potreban broj vozila u pojedinom mjesecu, kako je prikazano grafikonom na Slici 3.

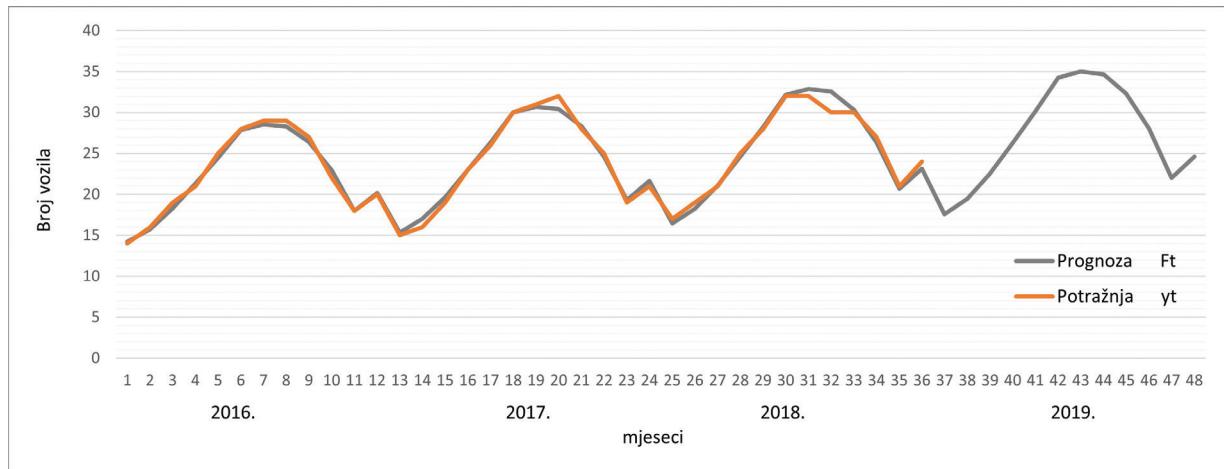
Prema iskustvenoj metodi tvrtke, za 2019. godinu procijenjen je potreban broj vozila 29, kako je dano Tablici 1.

**Tablica 1. Potreban broj vozila u 2019. (procjena tvrtke)****Table 1. Required number of vehicles in 2019. (estimation of the company)**

	Broj vozila	Indeks 2018/16
Prosjek 2016.	22	1,14
Prosjek 2018.	26	
Procjena za 2019.	29 vozila	

#### Primjena postupka određivanja optimalne veličine voznog parka iz Točke 2.

Statističkom analizom povijesnih podataka o prijevoznoj potražnji, utvrdili smo da se radi o vremenskom nizu s komponentom trenda i sezonalnosti, te smo prijevoznu potražnju u 2019. godini prognozirali primjenom Metode dekompozicije. Pritom smo koristili programski dodatak MS Excela, Data Analisys.



Slika 4 Prognoza prijevozne potražnje u 2019.

Figure 4 Forecast of the transport demand in 2019.

Odlučili smo se za Metodu dekompozicije jer je to najjednostavnija metoda primjenjiva na ovaj model vremenskog niza, a koja je pokazala zadovoljavajuću točnost (cf. Tablicu 2.). Nismo testirali druge metode koje bi bile primjenjive (primjerice Wintersova metoda) budući da je u postupku određivanja optimalne veličine voznog parka primjena određene prognostičke metode samo stvar tehnike, tim više što niti jedna metoda ne daje najbolje rezultate u svim slučajevima, te stoga ne mijenja koncept postupka. Osim toga, testiranje i izbor prognostičkih metoda nisu u fokusu ovog istraživanja, te bi time izašli iz predviđenih okvira.

Prognoza prijevozne potražnje za 2019. godinu prikazana je grafikonom na Slici 4.

Točnost prognoze koju smo ocijenili prema pokazateljima MSE, MAD, MAPE i LAD dana je u Tablici 2.

Tablica 2. Točnost prognoze

Table 2. Forecast accuracy

Pokazatelj	Vrijednost
MSE =	0,50
MAD =	0,52
MAPE =	2,22%
LAD =	2,54

Od tvrtke smo dobili orientacijske paušalne podatke o prijevoznim troškovima (plaće vozača nisu uključene), kako slijedi:

- Prijevozni troškovi vlastitih vozila iznose:
  - fiksni troškovi  $CF = 500,00 \text{ €/ vozilo/mjesec}$  (lizing, registracija, redoviti servis);
  - varijabilni troškovi  $CV = 400,00 \text{ €/ vozilo/mjesec}$  (gorivo).
- Troškovi outsourcinga iznose:  $CO = 1.150,00 \text{ €/vozilo/mjesec}$  (plaćeno vanjskim prijevoznicima).

Uvrštavanjem gore navedenih vrijednosti u (18) dobili smo vrijednost parametra  $m$ , kako je dano izrazom (19):

$$m = \frac{12 \cdot 500}{1150 - 400} = 8 \quad (19)$$

iz čega proizlazi (20):

$$n - m = 12 - 8 = 4 \quad (20)$$

Prema (19) i (20) veličina voznog parka, odnosno **broj vlastitih vozila** u 2019. godini treba biti takav da se u **četiri mjeseca** prijevozna potražnja može zadovoljiti vlastitim vozilima, a u preostalih **osam mjeseci** uz vlastita vozila angažirati treba vanjske prijevoznike.

Sortiranjem prognozirane prijevozne potražnje po mjesecima od najmanje do najveće dobili smo niz u Tablici 3.

**Tablica 3.** Sortirana prijevozna potražnja

**Table 3.** Sorted transport demand

Mjesec	Potražnja (broj vozila)
1	18
2	19
11	22
3	<b>23</b>
12	25
4	26
10	28
5	30
9	32
6	34
8	35
7	35

**Optimalan broj vlastitih vozila** jednak je najmanjem broju vozila s kojima se potražnja može zadovoljiti u četiri mjeseca, te prema tomu iznosi  $v_{optimalno} = 23$  vozila. Navedeni optimalni broj vlastitih vozila omogućuje zadovoljenje prijevozne potražnje uz minimalne ukupne prijevozne troškove koji iznose:  $C(v)_{minimalno} = C(23) = 313.350,00$  €/godina, što smo dobili uvrštavanjem u (11).

**Tablica 4.** Ukupni godišnji prijevozni troškovi

**Table 4.** Total annual transport costs

a)	$C(29) =$	320.850,00 €
b)	$C(23) =$	313.350,00 €
Razlika		7.500,00 €

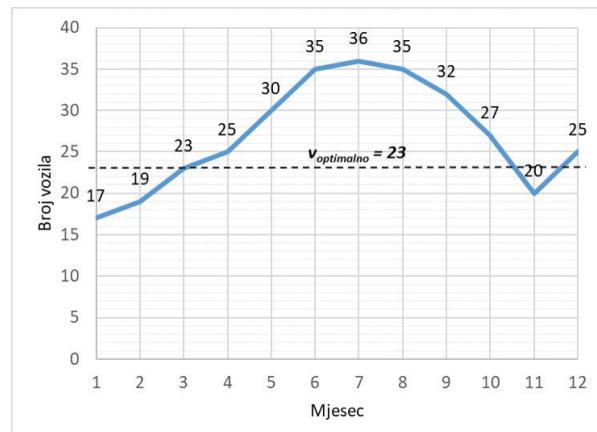
## 6. REZULTATI

## 6. RESULTS

Kako bi vrednovali rješenje dobiveno primjenom postupka određivanja optimalne veličine voznog parka u odnosu na iskustveno rješenje tvrtke, nakon završetka 2019. godine prikupili smo stvarne podatke o prijevoznoj potražnji (Slika 5.), te smo primjenom izraza (11) izračunali ukupne godišnje prijevozne troškove u slučaju da je broj vlastitih vozila određen:

- a) prema procjeni tvrtke (29 vozila) i
  - b) primjenom postupka određivanja optimalne veličine voznog parka (23 vozila).

Rezultati su dani u Tablici 4. iz koje je vidljivo kako primjena postupka određivanja optimalne veličine voznog parka daje bolje rješenje, prema kojem bi ukupni transportni troškovi u promatranoj godini bili manji za 7.500,00 € odnosno za 2,4% u odnosu na iskustveno rješenje tvrtke.



**Slika 5** Stvarna prijevozna potražnja u 2019. i optimalni broj vozila

**Figure 5** Actual transport demand in 2019. and optimal number of vehicles

## 7. ZAKLJUČAK

### 7. CONCLUSION

Kako bi ostale konkurentne na tržištu, tvrtke moraju upravljati svojim voznim parkom tako da korisnicima pruže odgovarajuću kvalitetu usluge, uz minimalne prijevozne troškove, pri čemu je veličina voznog parka jedan od ključnih čimbenika. Problem određivanja optimalne veličine voznog parka proizlazi iz toga što veličina voznog parka ne prati dinamiku prijevozne potražnje, tj. prijevozna potražnja se mijenja tijekom godine, dok je veličina voznog parka zadana planom za dotičnu godinu ili duže razdoblje.

U ovom smo radu definirali koncept postupka određivanja optimalne veličine (broja vozila) voznog parka cestovnih teretnih vozila primjenom matematičkih metoda, s ciljem zadovoljenja prijevozne potražnje uz minimalne ukupne prijevozne troškove. Predloženi postupak primijenili smo na praktičnom primjeru, u okviru studije slučaja poduzeća za distribuciju pića na području Grada Zagreba i Zagrebačke županije. Ukupne prijevozne troškovi s na taj način određenim optimalnim brojem vozila usporedili smo s ukupnim prijevoznim troškovima s iskustveno određenim brojem vozila (postojeće rješenje tvrtke). Rezultati su pokazali poboljšanje u odnosu na postojeće rješenje tvrtke, što smo kvantificirali u vidu smanjenja ukupnih prijevoznih troškova od 7.500,00 € godišnje, odnosno za 2,4% u odnosu na iskustveno rješenje tvrtke.

U studiji slučaja koristili smo su paušalne orientacijske podatke tvrtke, te bi za dobivanje kvalitetnijeg rješenja trebalo razraditi analitičku metodu određivanja jediničnih fiksnih i varijabilnih troškova vozila, što može biti predmet dalnjih istraživanja.

## 8. REFERENCE

### 8. REFERENCES

- [1.] Stanković, R., Šafran, M., Božić, D.: Guidelines for Improving Logistic Performances as Drivers of the Logistic Industry Development, Tehnički vjesnik - Technical Gazette, Vol. 23, No. 5, pp. 1497 – 1503, Slavonski Brod, 2016, ISSN 1330-3651
- [2.] Lawrence, J. A., Pasternack, B. A.: Applied Management Science, John Wiley & Sons Ltd, West Sussex, 2002., ISBN
- [3.] Hrupelj, L., Stanković, R., Božić, D.: Demand Forecasting in Pharmaceutical Industry, International Scientific Conference ZIRP 2017., pp. 123-129, Opatija, 2017. ISBN 978-953-243-090-5
- [4.] Božić, D., Stanković, R., Kolarić, G.: Analysis of the pattern aggregaton impact on the demand forecasting, Tehnički Glasnik – Technical Journal, Vol. 7, No. 4, pp. 426 – 430, Varaždin, 2013, ISSN 1846-6168
- [5.] Ghiani, G., Laporte, G., Musmanno, R.: Introduction to Logistics Systems Planning and Control, John Wiley & Sons Ltd, West Sussex, 2004., ISBN 0-470-84916-9
- [6.] Lia, ZL., Tao, F.: On determining optimal fleet size and vehicle transfer policy for a car rental company, Computers & Operations Research, Vol. 37, No. 2, pp 341-350, Elsevier Ltd., 2010. ISSN 0305-0548
- [7.] Redmer, A.: Strategic Vehicle Fleet Management – the Composition Problem, Logforum, Vol. 11, No. 1, pp.119-126, Poznan SCH Logistic, Poznan, 2015, ISSN 1895-2038

**AUTORI · AUTHORS****• Ratko Stanković**

Roden je 1964. u Zagrebu. Diplomirao je na Fakultetu strojarstva i brodogradnje, te na Fakultetu prometnih znanosti u Zagrebu. Magistrirao je i doktorirao na Fakultetu prometnih znanosti. Autor je više znanstvenih i stručnih radova, udžbenika i priručnika u polju tehnologije prometa i transporta i u polju interdisciplinarnih tehničkih znanosti. Profesionalnu karijeru započeo je 1992. u Ministarstvu prometa i veza, nakon čega je više od 20 godina radio u gospodarstvu, na operativnim i rukovodećim poslovima u špediciji. Od 2011 godine predaje na studiju ITS i Logistika, Fakulteta prometnih znanosti, te na studiju Logistički menadžment, Veleučilišta Velika Gorica. Aktivno sudjeluje u znanstvenim i stručno komercijalnim projektima, te programima cjeloživotnog obrazovanja. Član je Hrvatske udruge diplomiranih inženjera i inženjera Fakulteta prometnih znanosti, kao i Hrvatske komore inženjera tehnologije prometa i transporta. Stručni ispit za ovlaštenog inženjera položio je 2010. godine.

**Korespondencija · Correspondence**

[ratko.stanković@fpz.hr](mailto:ratko.stanković@fpz.hr)

**• Goran Kolarić**

Roden je 1978. u Zagrebu. Diplomirao je i magistrirao na Fakultetu prometnih znanosti, gdje je upisao Poslijediplomski doktorski studij „Tehnološki sustavi u prometu i transportu. Radi u Ministarstvu znanosti i obrazovanja od 2002. godine na različitim radnim mjestima. Izabran je u nastavno zvanje višeg predavača u području tehničkih znanosti i predavača u području društvenih znanosti, polje Ekonomija. Radio je kao vanjski suradnik u nastavi na kolegijima Gospodarska logistika i Prometna logistika na Sveučilištu sjever. Član je Hrvatskog znanstvenog društva za promet i AMAC-FSC – Udruge diplomiranih inženjera i inženjera prometa.