PD.TVZ.HR

POLYTECHNIC & DESIGN Vol. 10, No. 1, 2022.

Mrežna inačica: ISSN 2459-6302 DOI: 10.19279/TVZ.PD.2022-10-1-02

Tiskana inačica: ISSN 1849-1995

DIMENZIONIRANJE I ANALIZA ŠTAPOVA S OBZIROM NA IZVIJANJE

DIMENSIONING AND ANALYSIS OF STRUTS SUBJECT TO BUCKLING

Mavro Markulin Grgić[1], Branimir Markulin Grgić[1], Vladimir Markulin Grgić[2], Hrvoje Rakić[1]

[1]*Tehničko veleučilište u Zagrebu*

[2]*Novamina, d. o. o.*

SAŽETAK

Prvenstveni cilj poučavanja tehničkih predmeta u okviru inženjerskih studija jest objašnjavanje problematike slušačima. Da bi studenti mogli postići stanje komprehenzije, dakle dubokog shvaćanja, uglavnom je potrebna eksplikacija ili temeljito tumačenje od strane predavača. Izvijanje jest jedan od onih tehničkih fenomena koji su u literaturi dobro pokriveni, ali su bez obzira na to generalno slabo shvaćeni. Zašto je tomu tako? Glavni je razlog vjerojatno činjenica da je pristup izlaganju ove tematike prilično ujednačen i to na način da se egzaktno iznose sastavnice ovog fenomena, ali se nedovoljno pažnje pridaje njihovoj povezanosti. Stvar dodatno otežava popularnost linearne algebre, tj. matričnog zapisa u novije vrijeme, popraćen manjkom dijagrama i slika, čime se fokus otklanja od same pojave.

U ovome radu s jedne strane nastojimo objasniti logiku postupka dimenzioniranja i analize štapova opterećenih na izvijanje, a s druge pak strane pokušavamo osvijestiti kauzalnost koja postoji između relevantnih veličina koje figuriraju u ovoj problematici.

Ključne riječi: *izvijanje, stabilnost, tlačno opterećenje, kritična sila izvijanja, minimalni moment tromosti plohe, slobodna duljina izvijanja, vitkost, granična vitkost, Eulerova hiperbola, Tetmajerov pravac, omega postupak*

ABSTRACT

The primary goal of teaching technical subjects within engineering studies is to explain the problem to students. In order for students to be able to achieve a state of comprehension, i.e. deep understanding, thorough interpretation by the lecturer is usually required. Buckling is one of those technical phenomena that is well covered in the literature, but is nonetheless generally poorly understood. Why is that so? The main reason is probably the fact that the approach to the presentation of this topic is quite uniform, in a way that it exactly presents the components of this phenomenon, but not enough attention is paid to their connection. The matter is further aggravated by the popularity of linear algebra, i.e. matrix notation in recent times, accompanied by a lack of diagrams and images, thus shifting the focus away from the phenomenon itself.

In this paper, on the one hand, we try to explain the logic of the dimensioning and analysis of struts subject to buckling, and on the other hand we try to raise awareness of the causality that exists between the relevant quantities that appear in this issue.

Keywords: *buckling, stability, compressive load, critical buckling force, minimum axial area moment of inertia, buckling length, slenderness ratio, limit slenderness, Euler's hyperbola, Tetmajer's straight line, omega method*

1. UVOD
1. INTRODUCTION

Tri su osnovna kriterija kod dimenzioniranja elemenata konstrukcije: čvrstoća, krutost i stabilnost [1]. Da bismo zadovoljili kriterij čvrstoće moramo osigurati raspodjelu naprezanja u kojoj se nigdje ne pojavljuje naprezanje veće od dopuštenog. Pri tome se dopušteno naprezanje dobiva dijeljenjem relevantnog graničnog naprezanja, za promatrani slučaj, faktorom sigurnosti. Kriterij krutosti zadovoljava se ograničavanjem deformacija konstrukcije u okviru dozvoljenih vrijednosti. Ovaj kriterij možemo smatrati najstarijim kriterijem jer je kroz povijest krutost artefakta bila glavni kriterij u zanatskoj proizvodnji. Čak i životinje koje žive u krošnjama drveća prema elastičnoj deformaciji grana procjenjuju njihovu čvrstoću. Provjera sigurnosti s obzirom na izvijanje spada u provjeru stabilnosti konstrukcije - radi se naime o tome da tlačno opterećenje vitkog štapa može izazvati nepoželjni fenomen izvijanja. To je situacija kada štap gubi stabilnost svog pravocrtnog oblika te prelazi u fleksijski oblik. Adekvatnom geometrijom poprečnog presjeka štapa treba se osigurati da se takova transformacija ne dogodi.

U okviru tehničke mehanike izvijanje jest jedna od onih sastavnica koje se teže shvaćaju te nerijetko uče napamet, bez razumijevanja. Razlog tomu je vjerojatno činjenica da se pri promišljanju izvijanja u obzir valja uzeti tri geometrijske karakteristike poprečnog presjeka štapa, naime njegov minimalni moment tromosti plohe, njegova površina te, u okviru koeficijenta vitkosti, omjer površine poprečnog presjeka i minimalnog momenta tromosti plohe tog istog presjeka.

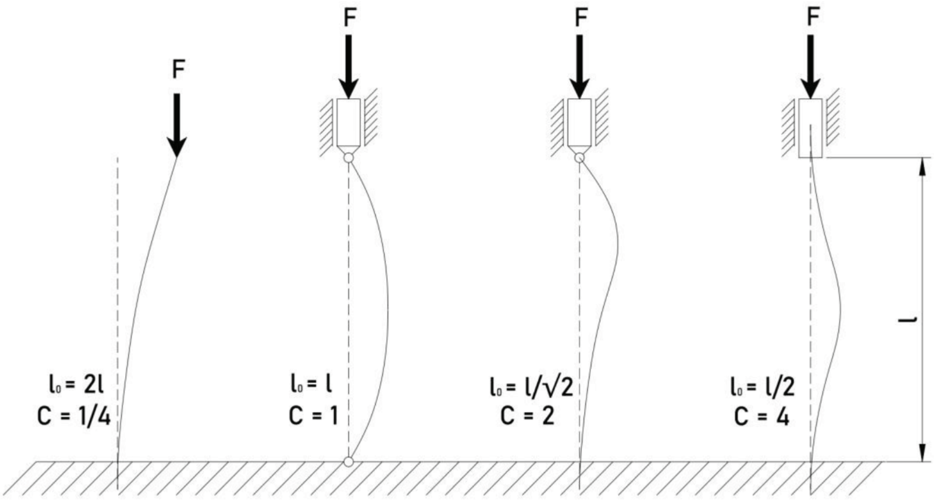
Bitno je imati na umu da se štap uvijek izvija u smjeru okomitom na os oko koje je moment tromosti plohe poprečnog presjeka najmanji. Prepoznavanje karaktera učvršćenja krajeva štapa nužan je preduvjet da bi se točno mogla odrediti slobodna duljina izvijanja l_0.

Četiri su osnovne kombinacije učvršćenja krajeva štapa, što je u shematskom prikazu jasno, iako često ima poteškoća s prepoznavanjem tipa učvršćenja štapa u konkretnom realnom slučaju.

Proračuni glede izvijanja koji se javljaju u praksi mogu se generalno razvrstati u dvije osnovne kategorije:

- dimenzioniranje poprečnog presjeka i izbor materijala štapa s obzirom na željenu sigurnost (osnivanje konstrukcijskog elementa),

- provjera postignute sigurnosti štapa iz postojeće konstrukcije (analiza konstrukcijskog elementa),



$$F_{kr} = \pi^2 EI_{min} / l_0^2 = C\pi^2 EI_{min} / l^2$$

Slika 1 *Četiri Eulerova slučaja izvijanja s pripadajućim duljinama izvijanja [2]*

2. UNIVERZALNI POČETAK DIMENZIONIRANJA
2. UNIVERSAL START OF SIZING

Podatci koji su nam uvijek poznati prije započinjanja postupka dimenzioniranja tlačno opterećenog štapa jesu tlačna sila F, duljina štapa l, način njegova učvršćenja i materijal. Iz duljine štapa i načina učvršćenja njegovih krajeva proizlazi *slobodna duljina izvijanja* l_0. Tu sada nastupa Eulerova formula kao središnje mjesto proračuna štapa na izvijanje:

$$F_{kr} = F \cdot S_{izv.prep.} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{min}}{l_0^2} = C \cdot \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{min}}{l^2},$$

$$I_{min} = \frac{F \cdot S_{izv.prep.} \cdot l_0^2}{\pi^2 \cdot E} = \frac{F \cdot S_{izv.prep.} \cdot l^2}{C \cdot \pi^2 \cdot E}.$$

Odmah primjećujemo da je u formulu kritične sile uvršten i *preporučeni faktor sigurnosti* $S_{izv,prep}$. Na taj način se dobije kritična sila, odnosno minimalni moment tromosti poprečnog presjeka, za tlačno opterećenje koje je uvećano faktorom sigurnosti. Vidimo da se formule mogu oblikovati i na način da se uvrštava stvarna duljina štapa, ali tada je potrebno uvrstiti i faktor C. Gornja formula prvenstveno služi tome da izračunamo potrebni minimalni moment otpora plohe, budući da su vrijednosti ostalih veličina iz spomenute formule po naravi stvari poznate (ne možemo proračunavati štap na izvijanje ako ne znamo koja mu je duljina, kojom silom je tlačno opterećen, na koji je način učvršćen i od kojeg je materijala napravljen). Dakle kada krećemo s proračunom »od nule«, kada tražimo poprečne dimenzije i materijal štapa koji će zadovoljiti zahtjeve ugradbenog mjesta s obzirom na izvijanje, uvijek krećemo od Eulerove formule za kritičnu silu. Tu fazu možemo zamisliti kao naše ograničeno stanje svijesti u kojem vjerujemo kako je Eulerova formula primjenjiva na cjelokupni raspon vrijednosti koeficijenta vitkosti.

Formulu koristimo na način da iz nje izlučimo moment tromosti plohe, a predviđenu tlačnu silu pomnožimo nekim faktorom sigurnosti, tako da dobijemo veću otpornost poprečnog presjeka na izvijanje nego što nam je stvarno potrebna.

Važno je primijetiti da Eulerova formula sadrži veličinu koju nazivamo slobodnom duljinom izvijanja, a u kojoj se reflektira način učvršćenja krajeva štapa. Nakon što smo dobili moment tromosti plohe poprečnog presjeka, valja se odlučiti za neki izvedeni štap. Taj postojeći štap koji smo izabrali treba posjedovati minimalni moment tromosti plohe poprečnog presjeka koji je veći ili jednak onome što smo izračunali Eulerovom formulom. Poprečni presjek izabranog štapa posjeduje još jednu važnu geometrijsku karakteristiku ključnu za nastavak proračuna: površinu. Nakon što smo na ovaj način pribavili sve potrebne podatke, možemo izračunati faktor vitkosti:

$$\lambda = l_0 \sqrt{\frac{A}{I_{\min}}}$$

Prekidamo iluziju o univerzalnosti Eulerove hiperbole i uspoređujemo izračunatu vrijednost s kritičnom vitkošću, onom koja razdvaja Eulerovo od Tetmajerovog područja. Kritičnu vitkost računamo na način da izlučimo vitkost iz formule za kritično Eulerovo naprezanje u koju smo uvrstili granicu proporcionalnosti za promatrani materijal:

$$\sigma_{kr} = \sigma_p = \frac{\pi^2 E}{\lambda_p^2} \Rightarrow \lambda_p = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_p}}$$

Ako je postignuta vitkost manja od kritične, Eulerova formula za kritično naprezanje nije relevantna za naš slučaj. To ne znači da je dosadašnji proračunski trud bio uzaludan: stvar je samo u tome da u tom slučaju izračunatu vitkost ne uvrštavamo u Eulerovu formulu za kritično naprezanje, nego u jednadžbu Tetmajerovog pravca. Moguć je naravno i slučaj gdje zbog vrlo male vitkosti ne postoji opasnost od izvijanja te je kritičnom veličinom postaje naprezanje tečenja.

3. DEFINIRANJE GEOMETRIJE POPREČNOG PRESJEKA ŠTAPA

3. DEFINING THE CROSS-SECTIONAL GEOMETRY OF THE STRUT

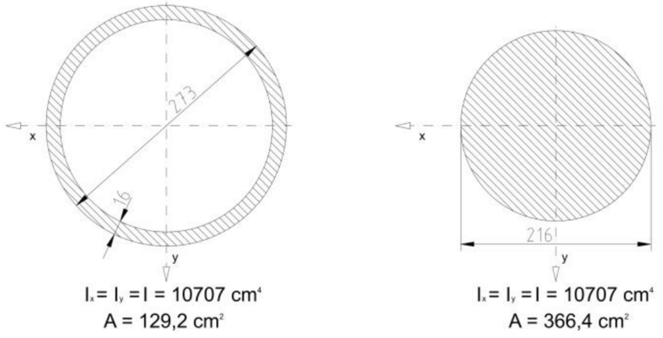
Nakon što smo izračunali minimalni moment otpora plohe s pomoću Eulerove formule još uvijek ne raspolažemo niti s kakvom spoznajom o tlačnom naprezanju štapa, pa ne možemo znati koja točka Eulerove hiperbole predstavlja naš slučaj. Potrebno je dakle odabrati površinu poprečnoga presjeka i oblikovati presjek, odnosno profil, štapa na način da je ispoštovan prethodno izračunati moment tromosti plohe. U ovoj fazi promišljanja problema uočavamo da će štapovi istih momenata tromosti plohe, a različitih površina te iste plohe, očigledno različito izgledati.

Zahtjevi glede geometrije poprečnog presjeka mogu bitno različiti. Ako se, naprimjer, traži da štap bude punog okruglog presjeka, to automatski znači da je vitkost štapa, odnosno površina njegova poprečnog presjeka jednoznačno određena u isti čas kada je odabran moment tromosti njegova poprečna presjeka. Ako nema drugih zahtjeva glede geometrije poprečnog presjeka, osim njegovog minimalnog momenta tromosti plohe, onda postoji sloboda u oblikovanju profila štapa, što znači da štap može biti realiziran s različitim površinama poprečnog presjeka, odnosno različitim vitkostima.

Veća površina poprečnog presjeka uz nepromijenjeni moment tromosti rezultira koncentracijom površine poprečnog presjeka u blizini uzdužne osi štapa, dok suprotan slučaj, kada je površina poprečnog presjeka manja, prouzrokuje odmicanje plohe poprečnog presjeka od uzdužne osi simetrije štapa.

Očigledno je da štap koji je dimenzioniran na način da može podnijeti predviđenu tlačnu silu bez opasnosti od izvijanja, ali na način da je pritom izložen vrlo malom tlačnom naprezanju koje je mnogo manje od dopuštenog tlačnog naprezanja, ne predstavlja razumno, ekonomično rješenje.

Gore opisane promjene površine poprečnog presjeka uz nepromijenjeni moment tromosti tog istog presjeka (njegove plohe) zorno možemo zamisliti kao putovanje točke duž Eulerove hiperbole u dijagramu kritično naprezanje - vitkost. U skladu s gore rečenim, povećanjem površine poprečnog presjeka ta se točka pomiče udesno, a to znači, kako je u dijagramu vidljivo, prema većim vitkostima. Interesantno je primijetiti trendove promjene poprečnog presjeka za neke specifične slučajeve: Ako je zadano da se štap mora realizirati kao okrugla cijev, a vrijedi spomenuti princip da moment tromosti ostaje nepromijenjen, onda će s povećanjem vitkosti ta cijev poprimati sve manji vanjski promjer i sve deblju stjenku dok na koncu ne poprimi puni presjek metalne šipke. Dalje od toga, u smislu povećanja vitkosti, ne možemo ići, ako želimo zadržati nepromijenjen moment tromosti plohe poprečnog presjeka. Smanjenjem površine poprečnog presjeka, točka koja predstavlja naprezanje na Eulerovoj hiperboli pomiče se ulijevo - u područje manjih vitkosti, a poprečni presjek poprima sve veći promjer sa sve tanjom stjenkom. Ako pak uz isti uvjet nepromjenjivosti momenta tromosti dopustimo da poprečni presjek štapa poprima bilo kakav puni pravokutni oblik, u području velikih vitkosti presjek će poprimiti oblik široke tanke daske te najveća vitkost neće biti ograničena kao u slučaju cijevi.

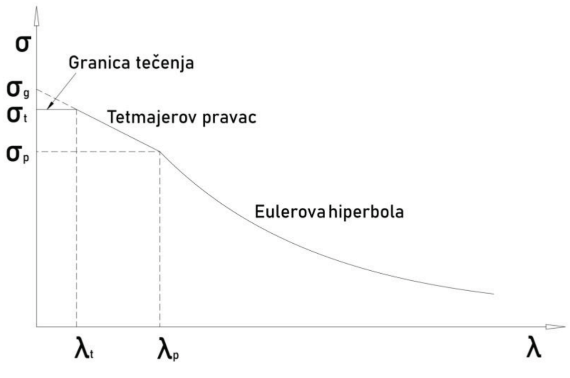


***Slika 2** Dva okrugla poprečna presjeka istih momenata inercije, ali različitih površina*

Zamislimo sada slučaj gdje je površina poprečnog presjeka ostaje nepromijenjena, a moment tromosti se smije mijenjati. U tom slučaju smanjenjem momenta tromosti povećavamo vitkost, što znači da smanjujemo kritično naprezanje glede izvijanja, dakle najveće naprezanje koje štap još može podnijeti, a da ne kolabira. Pri tome utrošak materijala po metru štapa ostaje nepromijenjen - jer on ovisi samo o površini poprečnog presjeka. Dakle i kod izvijanja, kao i kod savijanja i uvijanja moramo pametno upotrebljavati materijal, odnosno pametno oblikovati poprečni presjek štapa. Uvijek valja uspoređivati kritično naprezanje glede izvijanja s dopuštenim tlačnim naprezanjem - smještanjem konstrukcijske točke daleko udesno na Eulerovoj hiperboli dolazimo do paradoksalne situacije gdje je kritično naprezanje višestruko manje od dopuštenog tlačnog naprezanja - to neprijeporno upućuje na nerazumno trošenje resursa, što se najzornije ogleda u nepotrebno velikoj masi štapa.

4. TRI ZONE VITKOSTI
4. THREE ZONES OF SLENDERNESS

Postavlja se pitanje - kako daleko smijemo ići duž Eulerove hiperbole ulijevo. Odgovor na to pitanje dao je Ludwig von Tetmajer. On je ustanovio da po Eulerovoj hiperboli ne smijemo ići dalje od granice proporcionalnosti za tlačno opterećenje. U toj nam točki valja prijeći na Tetmajerov pravac ako se mislimo dalje kretati ulijevo. Tetmajerov pravac na lijevoj strani završava u sjecištu s horizontalnim pravcem koji odgovara granici tečenja.



Slika 3 *Kritično naprezanje kao funkcija vitkosti*

Dijagram ovisnosti kritičnog tlačnog naprezanja o vitkosti štapa sastoji se dakle od tri zone, kako se to na slici vidi. U području najmanjih vitkosti za izvijanje je relevantno naprezanje tečenja, u području srednjih vitkosti relevantan je Tetmajerov pravac, a u području velikih vitkosti relevantna je Eulerova hiperbola.

Eulerova hiperbola predstavlja kritično naprezanje u području vitkosti gdje postoji opasnost od elastičnog izvijanja, Tetmajerov pravac predstavlja kritično naprezanje u području vitkosti gdje postoji opasnost od plastičnog izvijanja, a granica tečenja predstavlja kritično naprezanje za područje vitkosti u kojem nema opasnosti od izvijanja, već samo od gnječenja.

Veoma je interesantno primijetiti da u elastičnom području kvaliteta materijala, u smislu njegove čvrstoće ne igra nikakvu ulogu. Jedina karakteristika materijala koja tamo figurira jest modul elastičnosti, a on je za sve čelike podjednak. Ovaj aspekt izvijanja predstavlja njegovo posebno svojstvo [3], kakvo ne iskazuju druge vrste opterećenja konstrukcijskih elemenata, gdje uvijek figurira kvaliteta materijala kao važan parametar.

5. TETMAJEROV PRAVAC
5. TETMAJER'S STRAIGHT LINE

Formula Tetmajerovog pravca određuje se poznatim analitičkim izrazom za jednadžbu pravca provučena kroz dvije točke. U našem slučaju te dvije točke su sjecište Tetmajerova pravca s Eulerovom hiperbolom (koordinate ove točke su granična vitkost i granica proporcionalnosti) te sjecište istog pravca s ordinatom, u točki koju nazivamo granicom gnječenja. Umjesto potonje točke, kao drugu točku kroz koju provlačimo Tetmajerov pravac, možemo identificirati točku kojoj su koordinate granica tečenja (ordinata) i odgovarajući faktor vitkosti (apscisa). U toj točki prestaje relevantnost Tetmajerovog pravca jer su lijevo od nje vrijednosti ordinata točaka Tetmajerovog pravca veće od granice tečenja. Dakle, dio Tetmajerovog pravca između granice tečenja i granice proporcionalnsti zapravo bi bilo ispravnije nazvati Tetmajerovom dužinom.

Ona se obično naziva zonom opasnosti od plastičnog izvijanja [4]. Graničnu vitkost određujemo s pomoću Eulerove formule kritičnog naprezanja uvrstivši granicu proporcionalnosti promatranog materijala kao kritično naprezanje i modul elastičnosti istog tog materijala. Iz toga proizlazi da je granična vitkost funkcija materijala, dakle za svaki materijal možemo izračunati ili u literaturi pronaći podatak o graničnoj vitkosti. U proračunima se obično uzima da granica proporcionalnosti iznosi 80% granice tečenja. Pogledajmo dakle izvod Tetmajerove formule preko jednadžbe pravca provučenog kroz gore definirane dvije točke

$$\frac{y-y_1}{x-x_1}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

$$\frac{\sigma_{kr}-\sigma_g}{\lambda-0}=\frac{\sigma_p-\sigma_g}{\lambda_0-0}$$

$$\sigma_{kr}=\sigma_g-\frac{\lambda}{\lambda_0}(\sigma_g-\sigma_p)$$

Gornji se izraz obično piše u obliku:

$$\sigma_{kr}=a-b\lambda$$

Koeficijenti a i b za popularnije sorte čelika lako se nađu u literaturi. Uz njih se uvijek daje i granična vitkost λ_0, radi određivanja područja u kojem se promatrani štap nalazi.

Dobivena vrijednost kritičnog naprezanja u Tetmajerovoj zoni vitkosti bit će manja nego što bi bila postignuta Eulerovom formulom. Postignutu sigurnost izračunamo kao omjer kritičnog naprezanja glede izvijanja u Tetmajerovom elastično-plastičnom području i stvarnog tlačnog opterećenja.

Valja osvijestiti činjenicu da je gornja formula Tetmajerovog pravca prikladna samo za određivanje kritičnog naprezanja ranije izračunate ili postojeće geometrije u slučaju kada se vitkosti smjestila u Tetmajerovu zonu. Rečenom formulom nije moguće dimenzionirati poprečni presjek štapa - za tu se namjenu koristi Eulerova formula za kritičnu silu u koju se, kako je ranije opisano, uključi faktor sigurnosti te se izluči minimalni moment tromosti poprečnog presjeka.

6. SIGURNOST PROTIV IZVIJANJA

6. FACTOR OF SAFETY AGAINST BUCKLING

Eulerova formula za kritičnu silu izvijanja dobro je mjesto za uključivanje faktora sigurnosti u proračun: jednostavno umjesto nominalne pogonske sile čije tlačno opterećenje stvarno mora podnijeti neki promatrani štap, uvrstimo silu dobivenu množenjem nominalne sile faktorom sigurnosti.

Kada provjeravamo postignutu sigurnost glede izvijanja nekog postojećeg štapa, prvo što činimo jest da izračunamo njegov faktor vitkosti. Dobivena vrijednost faktora vitkosti upućuje nas na formulu kojom treba provjeriti kritično naprezanje koje može podnijeti promatrani štap: Ako je izračunata vitkost veća od kritične provjera se vrši Eulerovom formulom, a u suprotnom slučaju jednadžbom Tetmajerova pravca. Posebnu pozornost valja posvetiti činjenici da se tijekom provjere u formule ne unosi faktor sigurnosti - sigurnost je bila uzeta u obzir tijekom dimenzioniranja štapa, te je ugrađena u geometriju poprečnog presjeka postojećeg štapa koji provjeravamo. Dakle temeljem snimljene geometrije te informacije o ugrađenom materijalu izračunamo vrijednost kritičnog naprezanja. Omjer tog naprezanja i nominalnog naprezanja promatranog štapa dat će nam postignuti faktor sigurnosti:

$$S_{izv,post}=\frac{\sigma_{kr}}{\sigma_{tlak}}$$

Tu vrijednost potom usporedimo s iskustveno preporučenim intervalom unutar kojega bi se njegova vrijednost trebala nalaziti.

Kod izvijanja su uobičajeni veliki faktori sigurnosti za konstrukcijske čelike, tako da se u Eulerovom području faktor sigurnosti uglavnom nalazi u intervalu između 4 i 8, a u Tetmajerovom području uobičajeni su faktori sigurnosti između 3 i 5.

7. OMEGA-POSTUPAK
7. OMEGA METHOD

Za uspješan proces komprehenzije izvijanja dobro će doći osvrt na tzv. omega-postupak. Riječ je o postupku koji je razvijen u mostogradnji za brzi proračun ili provjeru tlačno opterećenih štapova mostnih konstrukcija. Postupak je dobio naziv po koeficijentu ω koji predstavlja omjer dopuštenog tlačnog naprezanja za materijal štapa i kritičnog tlačnog naprezanja s obzirom na izvijanje za štap određene vitkosti izveden od istog materijala. Poznavajući faktor vitkosti promatranih štapova, izračunamo koeficijent ω (koji je funkcija samo vitkosti) iz formule ili očitamo omegu iz tablice, kakvih ima posvuda u literaturi:

Vrijednosti faktora ω za S235 (St37)			
λ	ω	λ	ω
0	1,00	110	2,11
20	1,04	120	2,43
30	1,08	130	2,85
40	1,14	140	3,31
50	1,21	160	4,32
60	1,30	180	5,47
70	1,41	200	6,75
80	1,55	220	8,17
90	1,71	240	9,73
100	1,90	250	10,55

Slika 4 *Tablični prikaz ovisnosti ω o vitkosti štapa za materijal S235*

Na taj se način proračun u biti svodi na najobičniji slučaj provjere tlačnog naprezanja, s time da je dopušteno naprezanje omega puta manje od dopuštenog naprezanja za opći slučaj tlačnog opterećenja, koji je lako dostupan za sve konstrukcijske materijale.

$$\sigma_{dop,izv} = \frac{\sigma_{dop,tlak}}{\omega}$$

Na ovome mjestu je dobro promisliti o vezi između faktora sigurnosti i faktora ω. Omega uspoređuje dopuštena naprezanja, konkretno dopušteno tlačno naprezanje u općem slučaju s dopuštenim tlačnim naprezanjem u slučaju izvijanja. Faktor sigurnosti protiv izvijanja pokazuje koliko je puta kritično naprezanje izvijanja veće od dopuštenog naprezanja izvijanja (ne bi bilo razumno dimenzioniranjem dovesti štap na samu granicu izvijanja).

Povežemo li ova dva koncepta, dolazimo do zaključka da omjer kritičnog naprezanja s obzirom na izvijanje i dopuštenog naprezanja za opći slučaj tlačnog opterećenja možemo izraziti kao omjer preporučenog faktora sigurnosti protiv izvijanja i faktora omega. Da bismo to dokazali, napisat ćemo formulu za dopušteno naprezanje glede izvijanja:

$$\sigma_{dop,izv} = \frac{\sigma_{kr}}{S_{izv,prep}}$$

Ako sad obje strane gornjeg izraza podijelimo sa dopuštenim tlačnim naprezanjem dobit ćemo:

$$\frac{\sigma_{dop,izv}}{\sigma_{dop,tlak}} = \frac{\sigma_{kr}}{\sigma_{dop,tlak} S_{izv,prep}}$$

To se ljepše piše kao:

$$\frac{1}{\omega} = \frac{\sigma_{kr}}{\sigma_{dop,tlak} S_{izv,prep}} \Rightarrow \frac{\sigma_{kr}}{\sigma_{dop,tlak}} = \frac{S_{izv,prep}}{\omega}$$

8. PRAKTIČNI DIJAGRAMI IZ LITERATURE
8. PRACTICAL DIAGRAMS FROM THE LITERATURE

Da bi se dodatno olakšao proračun standardnih čeličnih cijevi i profila s obzirom na izvijanje, u literaturi su ponuđeni dijagrami koji se obično odnose na neku familiju štapova u širokom rasponu poprečnih dimenzija. Dijagram se uvijek odnosi na jedan materijal. Na apscisi se obično nanese slobodna duljina izvijanja za određeni slučaj učvršćenja štapa, a na ordinati dopušteno tlačno opterećenje štapa. Pronalaženje podatka o tlačnoj opteretivosti štapa sastoji se od izbora željene slobodne duljine izvijanja na apscisi, vertikalnog odmjeravanja do sjecišta s krivuljom željene poprečne geometrije štapa te potom horizontalnog odmjeravanje do ordinate gdje se očita nosivost, obično u kilonjutnima ili tonama. Riječ je dakle o prikazu proračuna izvijanja za mnogobrojne kombinacije relevantnih parametara familije štapova u kondenziranom, dijagramskom obliku.

9. ZAKLJUČAK
9. CONCLUSION

Dimenzioniranje i provjera štapa glede izvijanja jednostavan je postupak ako se razumije logika redoslijeda proračunskih koraka. Kod osnivanja štapa krećemo od Eulerove formule za kritičnu silu. Predviđenu pogonsku silu pri tome povećamo množeći je faktorom sigurnosti. Način učvršćenja štapa i karakteristika materijala uzeti su u obzir u ovoj formuli vrijednostima slobodne duljine izvijanja i modula elastičnosti. Jedina nepoznanica koja je preostala u ovoj formuli jest moment tromosti plohe poprečnog presjeka. Izlučimo je iz formule te izravno izračunamo. Nakon što smo tako pribavili vrijednost ove važne geometrijske karakteristike poprečnog presjeka možemo nastaviti proračun izborom željene vitkosti. Na taj nam način kao jedina nepoznanica ostaje površina poprečnog presjeka, koju onda lako izračunamo izlučivanjem iz formule za vitkost. Kod provjere postojećih štapova temeljem poznate geometrije poprečnog presjeka i slobodne duljine izvijanja izračunamo vitkost. Nakon toga temeljem poznavanja materijala izračunamo graničnu vitkost. Usporedbom ovih vitkosti prepoznajemo zonu u kojoj se nalazimo. U skladu s time, koristeći adekvatnu formulu (Tetmajerovu ili Eulerovu), izračunamo kritično naprezanje za promatrani štap. Na koncu dobivamo ostvarenu sigurnost kao omjer kritičnog i stvarnog tlačnog naprezanja.

10. REFERENCE
10. REFERENCES

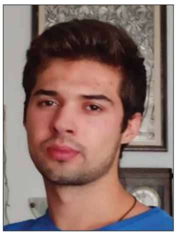
[1.] Davorin Bazjanac: Nauka o čvrstoći. Zagreb: Tehnička knjiga, 1973.

[2.] H. Birnbaum i N. Denkmann: Taschenbuch der Teschnischen Mechanik. Frankfurt am Main: Verlag Harri Deutsch, 1997.

[3.] J. Dankert i H. Dankert: Teschnische Mechanik

[4.] Martin Mayr: Teschnische Mechanik. Muenchen: Carl Hanser Verlag, 2008.

AUTORI · *AUTHORS*



● Mavro Markulin Grgić
Rođen je 1998. u Zagrebu, gdje je završio Klasičnu gimnaziju. Pohađa dodiplomski stručni studij na Tehničkom veleučilištu u Zagrebu

● Branimir Markulin Grgić
Rođen je 1969. u Zagrebu, gdje je završio Klasičnu gimnaziju te diplomirao na konstrukcijskom smjeru Fakulteta strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu. Radio je u Croscu, u Odjelu za projektiranje, gdje je vodio remontne radove na bušaćim postrojenjima u zemlji i inozemstvu. Od 2009. do 2016. Radio je kao asistent u Zavodu za konstruiranje FSB-a. Od 2016. Predavač je na Tehničkom Veleučilištu u Zagrebu gdje izvodi nastavu iz kolegija Mehanika, Čvrstoća, Mehanizmi, Konstruiranje primjenom računala i Dizajn proizvoda. Bio je suradnikom na nekoliko europskih projekata iz područja obnovljivih izvora energije. Otac je troje djece.

● Vladimir Markulin Grgić
Rođen je 1969. u Zagrebu, gdje je završio Klasičnu gimnaziju te diplomirao na konstrukcijskom smjeru Fakulteta Strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu. Pola godine je radio u njemačkoj istraživačkoj tvrtki Magnet-Motor, a potom u Brodarskom institutu. Od 2008. radi u Novamini, d. o. o., na europskim projektima. Naslovni je asistent (vanjski suradnik) na Zavodu za konstruiranje gdje je izvodio vježbe iz kolegija Elementi konstrukcija. Oženjen i otac dvoje djece.

● Hrvoje Rakić
Rođen je 1981. u Koprivnici, gdje je završio prirodoslovno-matematičku gimnaziju. Diplomirao je na usmjerenju Zavarene konstrukcije Fakulteta strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu. Od 2006. godine radi na Tehničkom veleučilištu u Zagrebu, trenutno u nastavnom zvanju predavača. Kao asistent i predavač izvodio je nastavu iz kolegija Upravljanje proizvodnjom i projektima, Održavanje tehničkih sustava, Upravljanje i vođenje projekata, Matlab, Održavanje elektrotehničke opreme te Planiranje i vođenje projekata na preddiplomskim stručnim studijima mehatronike, strojarstva i elektrotehnike te na diplomskim specijalističkim stručnim studijima strojarstva i informatike. Član je tehničkog odbora Hrvatskog zavoda za norme (HZN) - TO 521: Usluge održavanja. Oženjen je i otac jednog djeteta.

Korespondencija · *Correspondence*
hrvoje.rakic@tvz.hr