



Nikol Radović, Seget Donji/Sisak

SIMETRALA KUTA nove zgode geometrijske družbe

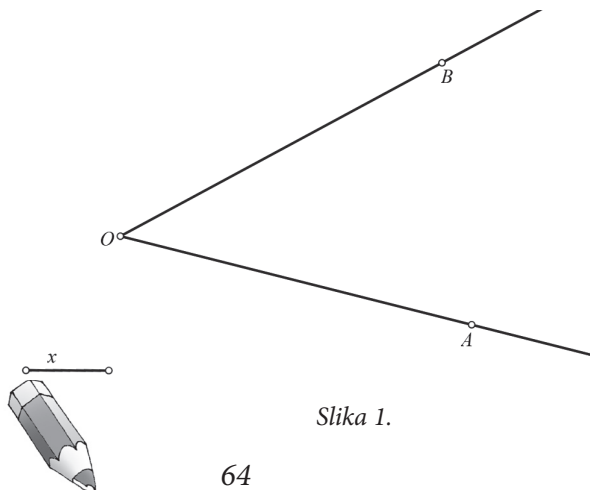
Nakon praznika družba je ponovno na okupu. Preplanuli, odmorni i puni dojmova spremni su za nove avanture iz svijeta geometrije/matematike.

- Pozdravljam Vas na početku nove školske godine; za priču i izmjenu dojmova bit će vremena kasnije – započeo je druženje profesor Kosinus te nastavio: – Predlažem da se za zagrijavanje prisjetimo jedne od definicija simetrale kuta, kao i njzine konstrukcije.
- Simetrala kuta skup je točaka ravnine – počela je Maja – ...koje su jednako udaljene od krakova kuta – nadopunio ju je Lukas.

Petra dalje objašnjava: – U Euklidiji krakovi su kuta polupravci, a simetrala kuta je polupravac/pravac.

- Točno. Neka sada Šimun i Maja zauzmu mjesto za mojim računalom. Šimun će crtati/konstruirati prema Majinim uputama – dijeli zaduženja profesor Kosinus.

Šimun je jedva dočekao da opet sjedne za računalo profesora Kosinusa koje je spojeno s projektorom tako da svi odmah vide što crta/konstruira i koliko mu to dobro ide.



Slika 1.

- Prvo će Šimun nacrtati bilo koji kut u ravnini – Maja je započela davati upute Šimunu, ali i ostalima, pa nastavila: – Sa strane nacrtamo dužinu promjenjive duljine i označimo je sa x , Slika 1. Iako je zadužen za crtanje/konstruiranje, Šimun je odlučio dodati i upute za crtanje u Sketchpadu: – Kut ćemo nacrtati kao dva polupravca s istim početkom, primjerice, *Alatom* za crtanje Ravnih objekata – polupravac, a dužinu promjenjive duljine crtamo *Alatom* za crtanje Ravnih objekata – dužina.

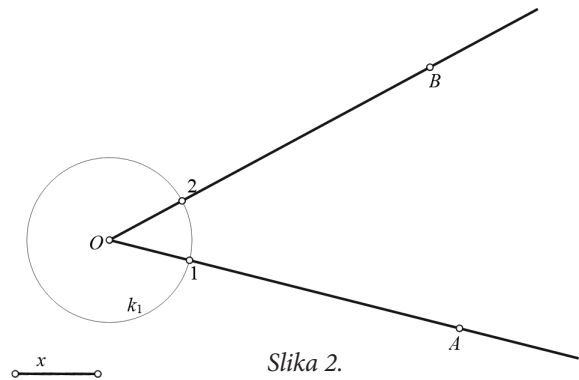
- Nacrtajmo pomoćnu kružnicu – nastavlja Maja $k_1(O, x)$, a Šimun odmah dodaje: – Označimo točku O i dužinu x pa u izborniku *Konstrukcije* odaberemo naredbu *Kružnica: središte + polumjer*.

Družba prati Majine i Šimunove upute i crta. Čuje se „klikanje” miša, ali i potihom mrmljanje Lukasa. Na kraju nije mogao ne komentirati naglas: – Šimune, ako smo bili na praznicima, to ne znači da se ničega ne sjećamo. To su osnovne naredbe koje smo primjenjivali barem sto i više puta.

- Istina – uključio se profesor Kosinus – no nije zgorega da nas ipak podsjeti. Nastavi, Šimune.

Maja i Šimun nastavljaju: – Konstruirana kružnica $k_1(O, x)$ i krakovi OA i OB kuta $\angle BOA$ sijeku se redom u točkama 1 i 2 – objašnjava Maja.

- Napominjem da ne možemo odmah konstruirati obje točke presjeka, već točku po točku, pojašnjava Šimun: – Najjednostavnije je da kliknemo strjelicom na presjek ili označimo kružnicu i polupravac pa u izborniku *Konstrukcije* odaberemo naredbu *Presjek*, Slika 2.



Slika 2.

Maja nastavlja: – Nacrtajmo dvije kružnice $k_2(1, |12|)$ i $k_3(2, |12|)$. One se sijeku u točkama F i G . Zraka/polupravac $s_{\angle BOA} = OF = OG$ simetrala je kuta koju je trebalo konstruirati.

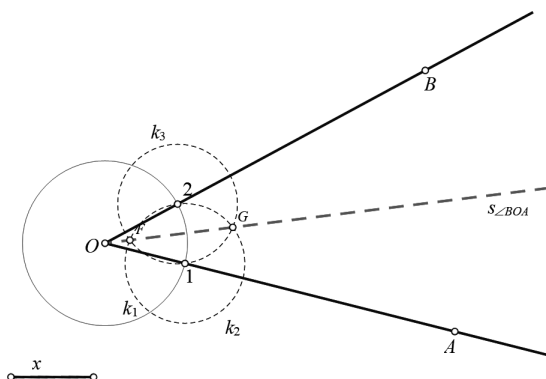
Sada je na redu Šimun s ponekim objašnjenjem: – Pri konstrukciji kružnica $k_2(1, |12|)$ i $k_3(2, |12|)$ imamo nekoliko mogućnosti. Naime, možemo konstruirati kružnicu po kružnici tako da prvo označimo redom točke 1 i 2 pa u izborniku *Konstrukcije* izaberemo naredbu *Kružnica: središte + točka* i ponovimo isto, samo promijenimo poredak točaka ili nacrtamo dužinu $\overline{12}$ tako da označimo točke 1 i 2 i u izborniku *Konstrukcije* odaberemo naredbu *Dužina*, označimo točke 1 i 2 i dužinu $\overline{12}$ u izborniku *Konstrukcije* odaberemo naredbu *Kružnica: središte + polumjer* i odmah nacrtamo obje kružnice. Dok su kružnice označene, u izborniku *Konstrukcije* odaberemo naredbu *Presjek*. Prije nego nacrtamo polupravac tj. simetralu, „izbrišemo” dužinu $\overline{12}$, Slika 3.

- Važno je napomenuti da se polupravac = simetrala **ne crta** pomoću *Alata za crtanje ravnih objekata – Polupravac*, već se mora konstruirati – na kraju posebno naglašava Šimun i nastavlja: – Označimo dvije točke, primjerice O i F , pa u izborniku *Konstrukcije* odaberemo naredbu *Polupravac*.





- Šimune, ova zadnja napomena jako je važna. Naime, često se zna dogoditi da pri rješavanju zadatka učenik podcijeni konstrukciju pa primjenjuje *Alat za crtanje ravnih objekata – Polupravac* i ne pogodi dvije točke kojima je polupravac definiran. Na kraju se konstrukcija raspadne zbog nekih čudnih koraka na početku. Nadam se da ste svi bez problema nacrtali isto kao Šimun, uz više nego precizna uputstva Maje i Šimuna – nastavio je profesor Kosinus.



Slika 3.

Uočio je došaptavanje Lukasa i Šimuna pa je upitao: – Lukase, nešto si htio komentirati sa svima ili samo sa Šimunom?

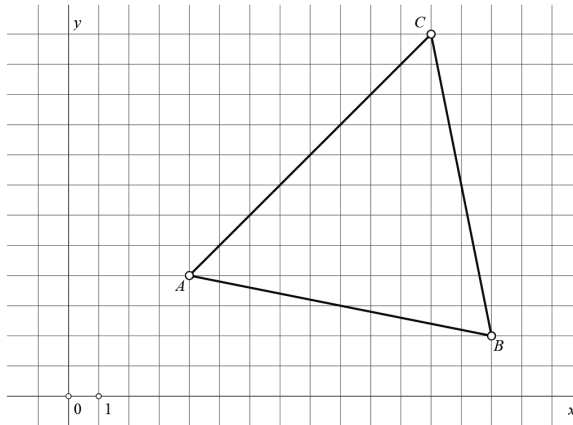
- Šimun je mogao reći – odgovara prozvani Lukas – da se dužine dvjema točkama može konstruirati i brže pomoću prečaca, tj. označimo točke i istovremeno označimo tipke *Ctrl* i *I*.
- Lukas je u pravu – komentira profesor Kosinus – no budući da, nadam se, niste cijelo ljeto previše bili na računalima, dobro se podsjetiti konstrukcija po pravilima. S vremenom ćete svi prihvatiti i prečace, ali o tom potom.
- Sada kada smo sve razriješili i ponovili u vezi simetrale kuta – nastavlja profesor Kosinus – razmislite o sljedećem zadatku.

Zadatak.

Nacrtajte/ konstruirajte *M*-simetralu kuta, tj. simetralu kuta u Nigdjezemskoj.

- Prije rješavanja, jedna uputa: šestar i konstrukciju šestarom ne možemo primijeniti (zašto?), ali možemo primijeniti definiciju iz Euklidije koju smo naveli danas na početku, jer se temelji na udaljenosti, a udaljenost znamo mjeriti, zar ne?

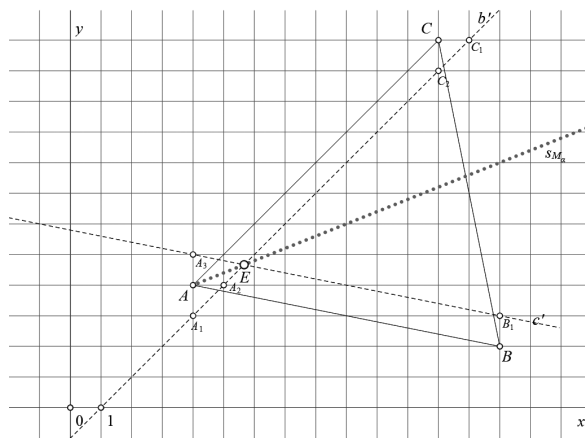




Slika 4.

- Preuzmite datoteku *M-simetrala.gsp*. Kao što vidite, i ja ju imam otvorenu, Slika 4. Nacrtajmo *M*-simetralu, primjerice, kuta $\alpha = \angle CAB$.
- Kako bismo riješili zadatak, prvo ćemo odrediti/konstruirati sve točke koje su, primjerice, za 1 udaljene od kraka *AC* kuta $\alpha = \angle CAB$ – nastavlja objašnjavati profesor Kosinus. – Sve takve točke definirat će pravac b' . Na isti ćemo način odrediti/konstruirati sve točke koje su za 1 udaljene od kraka *AB* kuta $\alpha = \angle CAB$. Sve takve točke definiraju pravac c' . Pravci b' i c' sijeku se u točki *E*, koja ima svojstvo da je od svakog od krakova udaljena za 1. Tada je polupravac $s_{M_\alpha} = AE$ simetrala kuta $\alpha = \angle CAB$, Slika 5. Nadam se da ste svi uspjeli pratiti objašnjenja i konstruirati *M*-simetralu, polupravac. Ima li netko možda neko pitanje?

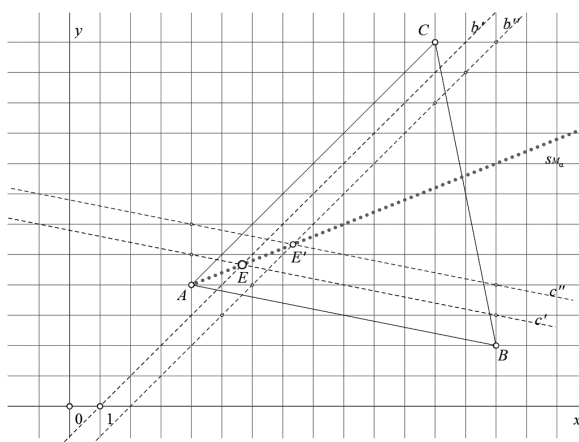
U zraku je jedna ruka, Šimunova.



Slika 5.



- Ja sam za provjeru nacrtao na istom rješenju sve točke koje su za 2 udaljene od krakova AC i AB kuta $\alpha = \angle CAB$. Na taj sam način konstruirao točku E' koja je kolinearne s točkama A i E ili, točnije, i ona je na konstruiranoj M -simetrali $s_{M\alpha}$ kuta $\alpha = \angle CAB$, Slika 6.



Slika 6.

- Time je pokazano da konstrukcija M -simetrale kuta ne ovisi o broju za koji mjerimo udaljenost od krakova kuta – zazuja je Bubač i još jedno druženje došlo je kraju.

Literatura:

1. Divjak, B. (2000.): *Notes on Taxicab Geometry*, KOG. 5 – 9.
2. Mladinić, P.; Radović N. (2018.): *Geometrija prirode*, Proven grupa d. o. o., Zagreb.
3. Mladinić, P.; Radović, N. (2019.): Kružnica je kvadrat ili proučavanje novih geometrija, Zbrnik radova Stručno – metodičkog skupa Metodika nastave matematike u osnovnoj i srednjoj školi – Geometrija u nastavi matematike, Pula, 14. – 16.11.2019., 261 – 269.
4. Nirode, W. (2018.): *Doing Geometry with Geometry Software*, Mathematic Teacher, Vol. 112, No. 3, November/ December, 179 – 184. -
5. Polya, G. (2003.): *Matematičko otkriće*, HMD, Zagreb.
6. Reynolds, B. E.; Fenton, W. E. (2005.): *College Geometry Using The Geometer's Sketchpad*, Key College Publishing, Emeryville.

