

### Sažetak

Prostor i vrijeme su koncepti koji omogućavaju izražavanje promjena. Što se prostora tiče ta promjena se izražava u metrici i u tom smislu prostor je skup objekata zajedno s metrikom. U takvom prostoru objekti ne posjeduju osobnosti i kvalitete kako mi ljudi to nazivamo, a metrika služi kako bi kvantificirali njihovu različitost.

Koncept vremena je složeniji. Promjene koje uočavamo na jednom objektu su niz sukcesivnih stanja i ta vrsta promjene je konceptualno različita od promjene položaja. Starenje je proces koji traje i to trajanje kao koncept je potpuno različit od promjene mjesta stanovanja.

Oblici trajanja vezani uz prostor organiziraju različite položaje tijela u niz sukcesivnih stanja, a naša osjetila ih doživljavaju kao gibanje. Specijalna gibanja koja se ponavljaju, gibanje Mjeseca oko Zemlje ili njihalo, nazivamo satom, koristimo za kvantitativno uspoređivanje sukcesije trajanja. U tom smislu je vrijeme fundamentalniji pojam od prostora. S druge strane, mehanika mjeri vrijeme putem odabranoga gibanja (sata) i gledano na takav način vrijeme ne postoji bez prostora i gibanja u njemu.

Metafizički gledano, vrijeme i prostor su dvije manifestacije istog koncepta koje su uzajamno povezane. Pitanje je što je to?

Newtonova mehanika zasnovana je na nezavisnosti prostora i vremena koje je Newton apsolutizirao, vjerojatno iz razloga da račun bude jednostavniji. On je uveo toliko novih konceptata da je morao razviti i matematičku strukturu kojom bi to izrazio. Jedini koji je u to vrijeme bio na njegovoj razini bio je Leibniz.

Leibnizova kritika Newtonove mehanike polazi od koncepta prostora i vremena koji su za Newtona kontejneri u koje se smještavaju objekti i događaji, i koji postoje nezavisno od njih. Koncept neoklasičnog prostora-vremena koji se javlja sedamdesetih godina prošlog stoljeća je samo dokaz da se klasična mehanika može zasnovati i bez nezavisnih prostora i vremena.

To je zakašnjela ideja jer prostor-vrijeme već postoji u specijalnoj teoriji relativnosti zahvaljujući Lorentzu, Poincaréu, Einsteinu i Minkowskom. Proboj iz klasične u relativističku ljusku napravila je svjetlost koju se iskoristilo kao posrednika u sinkronizaciji satova. Brzina širenja svjetlosti  $c$  već je bila poznata i postala je maksimalna moguća brzina materijalnih tijela. Štoviše, brzina svjetlosti je konstanta neovisna o promatraču, što je posljedica Michelson-Morleyevog eksperimenta.

Konstantnost brzine svjetlosti i Einsteinov princip sinkronizacije satova iz temelja su promijenili poimanje prostora i vremena i ujedinili ih u četvordimenzionalnu afinu strukturu prostora Minkowskog s indefinitnom metrikom  $ds^2 = (ct)^2 - \mathbf{x}^2$ . Jednadžba  $ds^2 = 0$  utjelovljuje konstantnost brzine svjetlosti u geometriju prostora.

Gravitacija je ostala neobjašnjena i netaknuta specijalnom teorijom relativnosti. Ali poveznica između gravitacije i ubrzanog homogenog polja postoji već kod Newtona u formi *slabog principa ekvivalencije* (Posljedica VI, zakona gibanja Newtonove *Principie*). Einstein je u toj posljedici vidio ekvivalenciju homogenog gravitacijskog polja i ubrzanog sustava i postulirao *jaki princip ekvivalencije* koji gravitaciju lokalno uklapa u geometriju jedne općenitije strukture od prostora Minkowskog, a to je pseudo Riemannov prostor, matematički koncept koji je već bio spreman prihvatiti Einsteinove ideje.

<sup>1</sup> Autor je docent u miru Prirodoslovno-matematičkog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu; e-pošta: caklovic@math.hr

Prva eksperimentalna potvrda opće teorije relativnosti dolazi od Eddingtona (1919) koji je izmjerio prividnu promjenu položaja dalekih zvijezda koje su za vrijeme pomrčine Sunca trebale biti, u klasičnoj slici, zaklonjene sunčevim diskom. Njihova vidljivost je omogućena, prema općoj teoriji relativnosti, zbog veće zakrivljenosti prostora u blizini veliki masa. Einsteinova teorijska predviđanja od  $1.748''$  (1915) i Eddingtonova mjerenja od dviju ekspedicija —  $1.72'' \pm 0.11''$  (Australia) i  $1.98'' \pm 0.12$  (Brazil) pokazuju prilično veliku podudarnost.

Na kraju svega nameće se pitanje mogu li se dva velika diva, Newton i Einstein uspoređivati. Ako uspoređujemo njihov utjecaj na razvoj znanosti općenito onda je Newton zaslužniji. Osim toga Newton je prošao daleko trnovitiji put. Stvorio je nove koncepte i razvijao je matematički aparat kao rječnik za njihovo izražavanje. Einstein je već imao sve spremno.

---

## 1. Prostor i vrijeme u klasičnoj fizici

---

*Ključno pitanje nije kako sebe možemo dovesti do razumijevanja svijeta, nego kako svijet nama dolazi da postane razumljiv.*

Immanuel Kant

---

### 1.1. Prostor

---

Većina rasprave oko Newtonove mehanike odnosi se na njegovu koncepciju apsolutnog prostora i apsolutnog vremena. I jedno i drugo su kontejneri u koje smještavamo objekte i pojave i koji postoje (za Newtona) bez obzira na objekte i zbivanja. Na taj način i prostor i vrijeme postaju statični, zbivanja se događaju u prostoru, a sam prostor je Božji senzorijski. Zakone gibanja i odnose među fizikalnim veličinama postavio je Bog, a svijet se vrti po tim pravilima. Ona ne odražavaju substancijalne kvalitete pa opisivanje prirodnih pojava postaje matematika. Ostalo je interpretacija.

Ideju takvog prostora Newton je preuzeo od Descartesa, za kojeg dio prostora ima ista svojstva kao i cijeli prostor — razlika među njima je čisto kvantitativna. To omogućava dijeliti prostor i reducirati ga na brojeve mjerenjem njegovih geometrijskih i prostornih kvaliteta.

Leibniz je bio jedan od rijetkih Newtonovih suvremenika koji su razumjeli Newtona i ošto je kritizirao njegov pristup zato što nema metafizičku pozadinu. Oštro je napao 'kontejnerski' model prostora:

*Neki moderni džentlmeni tvrde da je prostor stvarno apsolutno biće što ih stavlja u ogromne poteškoće, jer takvo biće bi trebalo biti vječno i beskonačno. Neki vjeruju da je to sam Bog ili neki njegov atribut, Njegova neizmjernost. Međutim, prostor se sastoji od dijelova, a to nije nešto što pripada Bogu.*

Leibnizova koncepcija prostora je relativistička jer doživljava prostor kao apstrakciju svih odnosa (relacija) među tijelima koji gubi smisao ako ona ne postoje. Pitanje prostora nije samo filozofsko pitanje jer u prvi plan stavlja zasnivanje fizikalnih teorija i njihove elementarne veličine. Po njemu je prostor ukupnost svih položaja koje čuvaju relativnu udaljenost prema drugim položajima. Za njega je položaj. . .

...od  $A$  jednak položaju od  $B$  ako je relacija koegzistiranja od  $B$  s  $C, D, E, F \dots$  u savršenom skladu s relacijom koegzistiranja od  $A$  s  $C, D, E, F \dots$

Modernim rječnikom, položaj je klasa ekvivalentnih mogućih pozicija u odnosu na koegzistirajuće objekte.

Današnje spoznaje revidiraju značaj Leibnizovog pristupa jer manifestacija dozvoljava različite metrike i geometrije što ne isključuje niti opću teoriju relativnosti. Leibnizov pogled je “ekonomičniji”, fizički objekti ne “naseljavaju” prostor; oni postoje, neki se dotiču, neki su separirani jedni od drugih, ali ne postoji dodatni “materijal” (prostor) koji ispunjava mjesta gdje nema fizikalnih objekata. Možda je razumljivije reći da je prostor ukupnost svih materijalnih objekata koje stoje u (nekom) međusobnom odnosu ili (u Leibnizovoj terminologiji) — prostor nije ništa drugo nego ukupnost svih mogućih odnosa među monadama. Ti odnosi reprezentirani su ‘metričkim’ relacijama koje u principu mogu biti proizvoljne, ali su na neki način homeomorfne (korespondentne). Njegova rečenica<sup>2</sup> da je: *prostor odnos među koegzistirajućim mogućnostima, vrijeme je odnos među neusklađenim mogućnostima*, odražava Leibnizovo viđenje da ni prostor ni vrijeme ne postoje van fenomenološke strukture (manifestacije).

Uchiijeva interpretacija [9] shvaća Leibnizov prostor kao dekodiranu realnost što ne isključuje niti mogućnost da je prostor, kojeg vidimo i doživljavamo, hologrfska projekcija neke višedimenzionalne strukture prilagođena našim fizičkim i mentalnim ograničenjima.

Mach [5] prigovara Newtonovoj logici što uključuje neperceptivne entitete (apsolutni prostor) u zaključivanje. Osim toga, (ne)egzistencija apsolutnog prostora nema nikakav uzročni efekt na promatrani fenomen i potpuno je besmislena. U tom smislu, Newton nema nikakav argument za uvođenje apsolutnog prostora kako bi zadržao pojam *prirodnog (uniformnog) gibanja*.

Poincaré nudi drugačiji pogled na prostor. Ono što mi percipiramo pomoću naših osjetila i što je u dosegu našeg kretanja i zahvaćanja slobodno možemo zvati *osjetilnim prostorom*. Taj prostor je prostor objekata koje zahvaćamo i određen je svim parametrima koji su generirani našim osjetilima i motoričkim varijablama svih naših mišića. Dimenzija tog prostora određena je brojem nezavisnih parametara i izuzetno je velika, veća od dimenzije geometrijskog prostora koji ima samo tri dimenzije. *Geometrijski prostor* nije idealizacija tog prostora nego je mentalna kreacija naših dogovora. To je samo okvir spreman da prihvati naše dogovore, senzacije i reprezentacije [6]. Prostor nije stvarnost. Evo njegovih riječi:

*Mi ne zamišljamo vanjske objekte iz geometrijskog prostora, nego ih razumijevamo kao da su smješteni u geometrijski prostor. Kad kažemo da ‘lokaliziramo’ neki objekt kao točku prostora što to znači? To znači da si predočavamo gibanje koje bi nam omogućilo dohvat tog objekta; čak nije nužno da si predočimo gibanje, ali je nužno projicirati<sup>3</sup> to gibanje u prostor,*

<sup>2</sup> U svom trećem pismu Clarku.

<sup>3</sup> Poincaré sâm kaže da je ta projekcija vrlo složena i da je redukcija dimenzije osjetilnog prostora moguća jedino putem asocijacija ideja koje daju ‘smisao dimenziji’. Takav osjećaj dimenzije nije moguć od jedne senzacije. Sve mišićne senzacije koje doprinose ‘prepoznavanju smjera gibanja’, na primjer, čine njegov integralni dio i to iskustvo prepoznavanja povratno educira, kako Poincaré kaže, naše osjetilne organe da formiraju pojam prostora. Na primjer, ako promatramo objekt iz perspektive  $A$  i pratimo promjenu u perspektivu  $B$ , tada ćemo za svaku takvu promjenu doživljavati istu percepciju motoričkih funkcija koje kontroliraju pokretanje mišića. Male perturbacije tih promjena asociirat će nas na istu klasu motoričkih funkcija koju možemo okarakterizirati kao određeno iskustvo i imenovati ga kao neku transformaciju prostora.

*a za to projiciranje, pojam prostora mora apriori postojati. Kad kažem da si predočavamo gibanje, to samo znači da si predočavamo mišićne osjete koji prate tu predodžbu i koji nemaju nikakav geometrijski karakter, a to ne pretpostavlja postojanje prostora.*

U kreiranju osjećaja za *geometrijski prostor* potrebno je dakle iskustvo i gomila asocijacija koje pomažu u redukciji parametara *osjetilnog prostora*. Neurolog bi danas, umjesto *grupe asocijacija* rekao da mozak stvara *sinapse*, što je samo fizičko-kemijska realizacija procesa asocijacije.

Prvotna zabluda je što prostor u kojem bivamo i krećemo se zamjenjujemo s analitičko-geometrijskom konstrukcijom koju nazivamo *geometrijski prostor*.

Hermann Weyl u svojoj knjizi *Space–Time–Matter* [10] citira Kanta i govori o prostoru i vremenu kao o formi naše percepcije, tj. kao subjektivnim doživljajima. U tom smislu, stvarni svijet i njegovi dijelovi jesu i mogu biti shvaćeni samo kao osmišljeni objekti naše svjesnosti. Ponovljeno iskustvo percepcije, stolice na primjer, nudi mi osjećaj da već “znadem” nešto o toj stolici jer je ta refleksija sada stvarni dio mog toka svijesti, dok je u prvom promatranju taj objekt eteričan, transcendentalan — dan mi je kao svjesno iskustvo, a ne kao njegov prepoznatljiv sastavni dio. Citirajmo Weyla:

*Transcendentalni objekti imaju samo fenomenalno postojanje; oni su pojave koje se predstavljaju na razne načine i u mnogostrukim gradacijama. Jedan te isti list ima tu i takvu veličinu i obojen je na takav i takav način ovisno o njegovom položaju i osvjetljenju. Niti za jedan od ovih načina pojavljivanja ne možemo tvrditi da predstavlja list baš onakav kakav je “sam po sebi”. Nadalje, u svaku percepciju nedvojbeno je uključena teza o stvarnosti predmeta koji se u njoj pojavljuje; potonji je doista čvrst i trajan element opće teze o stvarnosti svijeta [...] Međutim, tu pretpostavku o stvarnosti svijeta sada treba opravdati iz podataka koje nam pruža pozadina naših svjesnih opažanja — zanima nas samo jasno uviđanje da je svjesnost početna točka na koju se moramo postaviti ako želimo razumjeti apsolutno značenje i pravo na pretpostavku stvarnosti.*

Stvari su po svojoj prirodi neiscrpe u sadržaju; uvijek postoji dublji uvid u njihov sadržaj dodavanjem novih iskustava, ponekad i kontradiktornih s već postojećim, koji se harmoniziraju jedni s drugima. U takvoj interpretaciji, stvari u stvarnom svijetu su aproksimativne ideje, a odavde proizlazi i empirijski karakter našeg znanja o realnosti.

## 1.2. Potraga za vremenom

Pitanje

*Je li vrijeme koncept neovisan o događajima?*

je egzistencijalno pitanje koje podjeljuje znanost i filozofiju.

Ako je odgovor ‘da’ onda vrijeme prolazi čak i ako se ništa ne događa. I Aristotel i Leibniz su suprotnog mišljenja. Njihov stav je da je vrijeme samo temporalna<sup>4</sup> relacija

<sup>4</sup> Koristim termin ‘temporalna relacija’ kao čisto tehnički termin jer ne znam za bolji. To je relacija *prethodi*; kažemo da događaj *a* prethodi događaju *b*.

među događajima koja nam dozvoljava da uočavamo uzorak i strukturu koja nam nudi viziju 'sljedećeg/prethodnog stanja'.

Newton je iz suprotnog tabora i on je postulirao postojanje apsolutnog vremena koje 'jednoliko teče' i ta njegova protočnost upućuje da se vrijeme, bar u principu, može mjeriti. Pitanje je kako? Od Galileja pa nadalje svi su tražili 'uniformno gibanje' jer kad bi takvo nešto postojalo onda bi ono omogućavalo i mjerenje vremena. Zašto? Iz jednostavnog razloga jer u jednakim vremenskim intervalima ono prolazi jednake udaljenosti što znači, da segmentiranjem putanje takvog gibanja možemo indirektno odrediti vremensku jedinicu.

Newton je bio vrlo mudar i kaže da se materijalno tijelo na koje ne djeluje sila, giba po pravcu s konstantnom brzinom, što nije ništa drugo nego postulat koji kaže da uniformno gibanje postoji. Time je optika prebačena na postojanje 'slobodnog tijela' na koje ne djeluje sila. Takvo tijelo ne postoji, jer čim ono ima masu, na njega djeluju druga tijela u svemiru. Što sad? Klasična mehanika se ne uzbuđuje previše oko tog iz jednostavnog razloga što Newtonove jednadžbe gibanja s vrlo dobrom aproksimacijom opisuju sve što se giba oko nas i što je sumjerljivo s gibanjem nas samih.

Osim uniformnog gibanja po pravcu postoji i uniformno gibanje po kružnici koje je jednako teško pronaći kao i ono po pravcu. Među njima postoji uska veza jer svako kružno gibanje, ili gibanje koje se ponavlja, možemo pretvoriti u pravocrtno uz pomoć kotača. Civilizacije koje su to znale mjerile su i vrijeme na neki svoj način. Kružno, ili približno kružno gibanje, nalazimo u gibanju Zemlje oko Sunca, Mjeseca oko Zemlje i u rotaciji Zemlje oko svoje osi. Ta gibanja ljudi su od pamtivijeka koristili u izradi svojih kalendara, a najprecizniji je bio onaj perzijski. Greška u računanju po tom kalendaru je 1 dan na 110000 godina.

Današnju civilizaciju ne zadovoljava takav kalendar iz jednostavnog razloga jer se javlja potreba za vrlo malim vremenskim jedinicama koje se mogu mjeriti. Takav instrument, nazivamo ga satom, postoji, ali je pitanje što on mjeri? Već sam pogled u svemir i gibanje planeta otvara potrebu za takvim instrumentom. Tamo sile nisu zanemarive, brzine su velike i bez preciznog instrumenta za mjerenje vremena teško je bilo što predvidjeti.

Početak 20. stoljeća Einstein postulira da je brzina svjetlosti<sup>5</sup> konstanta ovog univerzuma čime je 'ozakonio' postojanje uniformnog gibanja. Napravio je isto što i Newton, samo nešto više od 200 godina kasnije. Time je zapečaćena mjerna jedinica vremena i možemo ju, bar u principu, mjeriti metrom. Drugim riječima brzina je ekvivalent vremena, a postojanje vremena pretpostavlja prostor.

Svemirska prostranstva postala su dostupna mjerenju računajući 'vrijeme putovanja' elektromagnetskog vala od jednog mjesta do drugog. Za takva mjerenja potrebna je sofisticirana tehnika i domišljatost. Godine 1915. Einstein objavljuje i opću teoriju relativnosti čiji je glavni doprinos nova geometrija prostora u kojoj se svjetlost giba po tzv. geodetskim linijama, a ne po pravcu. Einstein uočava da je gravitacijsko polje ekvivalent prostora, značenje toga bit će jasnije iz principa ekvivalencija o kojem će još biti riječi, a posljedica toga je da u matematičkoj strukturi koja opisuje gravitacijsko polje klasični prostor i vrijeme gube smisao.

---

<sup>5</sup> To je zapravo brzina širenja elektromagnetskih valova.

### 1.3. Što je sat?

Na sat gledamo kao na napravu koja mjeri vrijeme. Da bi nešto bilo mjerni instrument u pozadini mjerenja trebala bi stajati neka kvaliteta koju mjerimo. Primjer je mjerenje duljine štapa, mjerenje mase pomoću vage i sl. U osnovi takvih mjerenja stoji uspoređivanje objekata u parovima. Kod duljine uspoređujemo dva štapa i jednog od njih proglašavamo “duljim” ili “jednako dugim”. Jednako tako i za masu. Dakle, prije mjerenja uočavamo kvalitativnu relaciju među objektima koje želimo mjeriti — zvat ćemo ju preferencija u oznaci  $\succeq$ . Znači:

$a \succeq b$  ako je štap  $a$  dulji ako ne i jednako dug kao štap  $b$ ,

$m_1 \succeq m_2$  ako je masa  $m_1$  teža<sup>6</sup> ako ne i jednako teška kao masa  $m_2$ .

Priroda je objekte koje mjerimo obdarila još jednom vrlinom ako to tako možemo nazvati, a to je algebra slaganja ili konkatencija, u oznaci  $\circ$ . Pišemo

$a \circ b$  za nadovezivanje jednog štapa na drugi,

$m_1 \circ m_2$  za sjedinjenje dviju masa u jednu cjelinu.

Konkatencija paru  $(a, b)$  objekata pridružuje treći objekt  $a \circ b$  koji je rezultat konkatencije.

Mjerni instrument, odnosno mjera  $a \mapsto \phi(a)$  kao funkcija, objektu pridružuje broj i ta procedura ima, odnosno zahtijevamo da ima, određena svojstva bez kojih ne bismo bili u stanju donositi zaključke niti formulirati fizikalne zakone. Ti zahtjevi se zapisuju u niže navedenoj formi i mjeru koja udovoljava tim zahtjevima nazivamo ekstenzivna mjera.

$$\forall a, b, a \succeq b \iff \phi(a) \geq \phi(b), \quad (1)$$

$$\forall a, b, \phi(a \circ b) = \phi(a) + \phi(b). \quad (2)$$

Osnovno pitanje koje se postavlja je kakvi su dodatni zahtjevi na preferenciju i konkatenciju da bi bili zadovoljeni zahtjevi (1) i (2).

Kod mjerenja vremena javlja se poteškoća jer je vrijeme mentalni konstrukt i kao takav ne posjeduje prirodno danu kvalitetu niti operaciju konkatenciranja. Dodatna poteškoća je da u vremenu ne postoje jasno odvojene forme, kao što je to slučaj kod prostora, a koje je moguće konkatencirati. Što se prioriteta tiče, imamo osjećaj za ranije i kasnije, ali to povezujemo s uzročnošću koja se cirkularno dovodi u odnos s vremenom.

Možemo zažmiriti na jedno oko i reći da se vrijeme manifestira u promjeni stanja sustava i zatim mjeriti tu promjenu. Međutim, stanje nekog sustava je model opisan određenim brojem parametara, a model je također mentalni konstrukt. Ako bi vrijeme bilo zajednička potka svim modelima onda ispada da je vrijeme zajednička potka naših principa mišljenja i umovanja. Danas to nazivamo svjesnost.

Za Weyla je vrijeme primitivni oblik toka svijesti.

*Činjenica je, koliko god bila zbunjujuća za naše umove, da se sadržaji svijesti ne predstavljaju kao bivanje (kao što su pojmovi, brojevi), već kao bivanje sada ispunjavajući time oblik trajne sadašnjosti s različitim sadržajima, tako da netko ne kaže “ovo jest” nego “ovo je sada” i ništa više od tog. Ako činimo projekcije sebe van toka svijesti i predstavljamo njihove sadržaje kao objekte, to postaju događaji u vremenu čije odvojene forme stoje jedna uz drugu u odnosu ranije ili kasnije.*

<sup>6</sup>Na vazi s krakovima u polju sile teže uspoređujemo težine, a indirektno i mase.

Weyl drugim riječima govori da vrijeme ne posjeduje prošlost, sadašnjost i budućnost. Sadašnjost je trajni sadržaj toka svijesti, prošlost i budućnost su krovni nazivi za formu projiciranih sadržaja tokova svijesti.

### 1.3.1. Cikličko gibanje. Njihalo

Vraćam se na pitanje što je sat? Sat može biti matematičko njihalo u polju sile teže ili bilo koja *ciklička promjena*. Jedino treba precizirati što je to *cikličnost* — alternativni naziv je *periodičnost*. U današnjim udžbenicima se cikličnost sustava uglavnom definira preko invarijantnosti stanja sustava na translaciju u vremenu za neku fiksnu promjenu  $T$ , tj.  $f(t + T) = f(t)$ ,  $\forall t \in \mathbf{R}$ , gdje je  $f$  funkcija stanja. Takva definicija je cirkularna definicija jer vrijeme još nije definirano.

Prije razvijanja bilo kakve teorije vremena promatramo njihanje njihala u polju sile teže. Ono oscilira od jednog maksimalnog otklona od položaja ravnoteže do drugog i natrag i svaki puni njihaj je nastavak na prethodni njihaj (osim prvog). Međusobno su 'slični' ako se maksimalni otklon njihala ne smanjuje. Mi ćemo, za potrebe ovog razmatranja pretpostaviti da je to tako.

Procedura koju ćemo sada opisati polazi od pretpostavke da svako gibanje  $\gamma$  ima svoj početak ( $\gamma_A$ ) i kraj ( $\gamma_B$ ) u sukcesiji koja definira te promjene. Ključni korak u toj proceduri je identifikacija početka promjene  $\gamma_A$  kao položaj  $\alpha_A$  njihala (kut otklona), a isto učinimo i s krajem  $\gamma_B$ . Umjesto da pratimo tijek sukcesija u gibanju  $\gamma$  mi promatramo gibanje njihala od položaja  $\gamma_A$  do položaja  $\gamma_B$  i brojimo koliko maksimalnih otklona (punih njihanja) je njihalo opisalo dok nije došlo do  $\gamma_B$ . Dobiveni broj je 'aproksimativno vrijeme' gibanja  $\gamma$ . Napomenimo odmah da ovakvo 'mjerjenje' nije mjerjenje u smislu uspoređivanja mjerene entiteta s 'jedinničnim' entitetom kao što je to mjerjenje duljine štapa ili mjerjenje mase na vagi.

Opisano njihalo ima ulogu sata, a njegova mjerna jedinica je 1 *njihaj*. Njihalo nije baš precizan sat jer svaka dva događaja unutar jednog njihaja ne može razlikovati. Kažemo da ima slabu *razlučivost*. Postoje oscilacije kao što su oscilacije unutar kvarcnog kristala ili kvantnog sata koje imaju daleko bolju razlučivost. Bez obzira kakve cikličke promjene uzeli kao sat on mjeri svoj vlastiti ritam i ništa više.

Procedura identifikacije  $A \mapsto \gamma_A$  koje položaju  $A$  pridružuje otklon njihala nazivamo *sinkronizacija* i on je praktički neizvediv zbog slabe razlučivosti njihala. Suptilniji argument koji ne govori u prilog mjerljivosti vremena je taj što gibanja (odnosno promjene) nisu konkatibilna.

**Kvaliteta trajanja.** Analizirajmo kvalitativni smisao preferencije i konkatencije za *promjene, trajanje* odnosno *proces*. Gibanje je samo jedan oblik trajanja. Preferencija u tom slučaju, treba odražavati kvalitativni odnos između dva trajanja, npr. između ljutnje na supruga koji je razbio šalicu ili očaja što vam je pred nosom pobjegao vlak. Drugo je pitanje kakvog smisla ima konkatencija dva trajanja? Ako se kojim slučajem dva trajanja nadovezuju jedno na drugo, npr. očaj prelazi u smijeh, je li rezultat konkatencije također trajanje?

Gore spomenuti problemi možda su umanjeni ako umjesto trajanja u najopćenitijem smislu promatramo gibanja materijalnih točaka. Tada bi pojam 'nadvijanje' možda i imao smisla, a nastavljanje jednog gibanja na drugo bi imalo možda smisla samo za neka specijalna gibanja. Kad bi uvjeti za postojanje ekstenzivne mjere i bili zadovoljeni za gibanja, pitanje je je li takvu mjeru možemo i smijemo proširivati na druge entitete koji nisu gibanja.

Na kraju ove male rasprave navedimo samo jedan od uvjeta koji osigurava egzistenciju ekstenzivne mjere, a to je zahtjev na nepromjenjivost maksimalnog otklona njihala u terminima preferencijalno-algebarske strukture.

Arhimedov aksiom:

Za svaka dva elementa  $a, b \in S$

$$2a \succ a \implies \text{postoji broj } n \text{ tako da } na \succ b,$$

gdje se  $na$  definira induktivno;  $1a = a$  i  $na = (n - 1)a \circ a$ .

Arhimedov aksiom je definicija cikličnosti u terminima preferencije i konkatencije. Gibanje njihala definitivno nije arhimedovsko zbog ujecaja Sunca i ostalih planeta kao i zbog rotacije Zemlje. Postoje načini da se to kompenzira dodavanjem utega i zupčanika što može biti vrlo složeno. Sat njihalica je ovdje samo primjer kvazi-periodičkog gibanja i sve što smo rekli za sat-njhalicu vrijedi i za kvarcni sat i sve ostale satove. Za potpuni iskaz Hölderovog teorema koji osigurava zahtjeve (1) i (2), za periodičku preferencijalnu strukturu vidi [7].

Ponovimo još jednom:

Sat otkucava vlastiti ritam i ništa više od toga.

Evo jedan karikirani primjer. Na putu od Rijeke do Zagreba, automobil bi mogao mjeriti proteklo vrijeme na način da broji koliko puta se njegov kotač okrenuo oko svoje osi. Intuitivno prihvaćamo da je to korektna metoda ako je gibanje automobila takvo da nema ubrzanja i kočenja. Koliko ima smisla takav mjerni instrument koristiti za mjerenje promjene i trajanja koja nisu mehanička? Mi ga svejedno koristimo i pristajemo na to da je naš svijet takav kakvim ga opisuje, pjesnički rečeno, kotač automobila.

Bez obzira na izrečene sumnje u mjerljivost vremena u smislu postojanja ekstenzivne mjere, klasična mehanika uzima kao vrijeme ono što pokazuje pouzdan sat. To je *mehaničko* ili *fizikalno vrijeme* za razliku od subjektivnog vremena — manifestacije svjesnosti — koje nije mjerljivo u tom smislu. Francuski filozof Bergson<sup>7</sup> [1] detaljno raspravlja o prirodi prostora i vremena i proširuje Leibnizove misli.

## 1.4. Prostor-vrijeme u predrelativističkoj mehanici

*Znanost je brod koji se popravlja na otvorenom moru.*

Otto Neurath, logički pozitivist

Struktura četverodimenzionalnog prostora-vremena u Newtonovoj mehanici posjeduje specifičnost da jedan sat određuje vrijeme u cijelom univerzumu. To je drugačiji iskaz za apsolutnost vremena. Apsolutnost prostora znači da neovisno o vremenu, događaj zauzima dio prostora opisan fiksnim koordinatnim sustavom. To znači da vrijeme možemo uzeti kao jednu koordinatnu os referentnog sustava, a za svaki odabrani vremenski trenutak, svi događaji u tom trenutku karakterizirani su svojim položajem u trodimenzionalnom euklidskom prostoru.

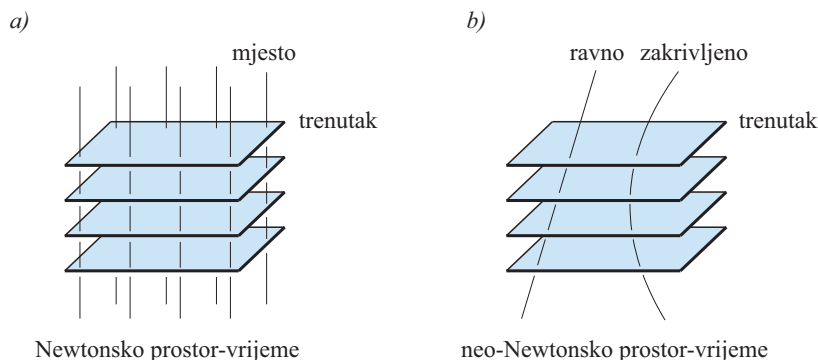
<sup>7</sup> Henri Bergson (1859. – 1941.) francuski filozof. Najpoznatija djela: *Materija i memorija* i *Vrijeme i slobodna volja*.



Drugim riječima, događaj  $(x_1, x_2, x_3, t)$  predstavljamo s tri prostorne koordinate  $x_i$ ,  $i = 1, 2, 3$  i četvrtom vremenskom  $t$ . Događaji s istom vremenskom koordinatom su *simultani* i vremenska os je okomita na simultane događaje koji čine familiju paralelnih trodimenzionalnih hiperravnina okomitih na vremensku os. Linija koja povezuje sve događaje prostora-vremena s istim prostornim koordinatama čine tzv. *svjetsku liniju*. Takva linija predstavlja *stalnost prostornog položaja* u vremenu. Na slici 1 a) svjetske linije su prikazane kao vertikalni pravci.

Opisani prostor-vrijeme je čisto geometrijska konstrukcija koja dozvoljava prikaz događaja u nekom odabranom referentnom sustavu. Ona omogućava računanje udaljenosti između dva neistovremena događaja kao euklidsku udaljenost u četverodimenzionalnom prostoru, a omogućava i pojam *apsolutne brzine* između dva neistovremena događaja kao omjer njihove prostorne i vremenske udaljenosti.

Mnogo kasnije od Newtona, tek u dvadesetom stoljeću, Sklar [8] sugerira ideju o nešto drugačijem prostoru-vremenu koji uvažava sve moguće inercijalne referentne sustave, a time utjelovljuje i Galilejeve transformacije, zvat ćemo ga *neoklasičnim* prostorom. Neoklasični prostor ima četverodimenzionalnu afinu strukturu, a samo istovremeni događaji imaju euklidsku strukturu dok je vrijeme i dalje neovisno od prostora. Svjetske linije više nisu samo pravci paralelni s vremenskom osi već bilo koji pravac koji siječe sve paralelne simultane prostore (slika 1 b)).



Slika 1. Struktura prostora-vremena: a) Newtonova i b) neoklasična. Prostor je uskraćen za jednu dimenziju radi boljeg prikaza.

Afina struktura nema mogućnost mjerenja udaljenosti između neistovremenih događaja, to je moguće samo ako su oni istovremeni. Kosa svjetska linija predstavlja gibanje promatrača konstantnom brzinom i promatrač miruje u tom sustavu koji se giba. Pojam apsolutne brzine ovdje ne postoji, ali postoji pojam *apsolutne akceleracije* jer druga derivacija anulira relativno gibanje inercijalnih sustava.

Osim prostornih rotacija i translacija i dodavanja konstante vremenu postoji još jedna simetrija neoklasičnog prostora-vremena, a to je transformacija koja jednu familiju svjetskih linija prevodi u drugu, a to je upravo Galilejeva transformacija jer cijelom svemiru dodaje konstantnu brzinu.

Galilejeva grupa transformacija neoklasičnog prostora čuva strukturu tog prostora, što znači da svaki pojam koji definiramo vezano uz tu strukturu također treba biti invarijantan na grupu transformacija. Udaljenost neistovremenih događaja u neoklasičnoj slici nije moguće definirati jer Galilejeva transformacija ne čuva udaljenost neistovremenih događaja<sup>8</sup> Drugim riječima, udaljenost neistovremenih događaja nije *definabilna*.

<sup>8</sup> Može se dokazati da grupa simetrija jednoznačno određuje afinu i metričku strukturu prostora-vremena.

Postoji još jedan zahtjev na konstrukciju sata, mjerača vremena. Bez obzira na brzinu i akceleraciju kojom se giba, sat ne bi smio raditi distorziju vremena u smislu da mora mjeriti apsolutni vremenski interval između dva događaja bez obzira na svoje kretanje. Einstein je to izrazio postulatom da fizikalni zakoni imaju istu formu u svim referentnim sustavima.

---

## 2. Specijalna teorija relativnosti (STR)

---

*Dokle god se matematička pravila odnose na realnost, ona nisu pozdana, a ako su pouzdana onda se ne odnose na realnost.*

Albert Einstein

Važan aspekt prerelativističkog vremena je taj da je ono *apsolutno* i *globalno jedinstveno*. Apsolutno je u smislu da vremenski interval između dva događaja ne ovisi o procesu koji ih povezuje niti o referentnom sustavu u kojem se promatraju. Ono je globalno jer bez obzira na prostornu udaljenost događaja njihova vremenska udaljenost je samo pitanje mjernog instrumenta i njegove mjerne jedinice. To omogućava pojam istovremenosti događaja u cijelom svemiru. Klasična simultanost je relacija među događajima definirana na svim događajima u prostoru-vremenu. Na slici 1 a) prikazane su klase ekvivalencije simultanih događaja kao paralelni prostori okomiti na vremensku os.

U većini klasičnih tekstova koji govore o specijalnoj teoriji relativnosti (STR) obično se započinje opisom Michelson-Morleyevog eksperimenta kao motivacijom, Lorentzovim transformacijama i obrazlaže se kontrakcija prostora i dilatacija vremena. U tome nema ništa netočnog niti nekorektnog. Međutim, po riječima fizičara Seana Carrolla, u takvom pristupu STR, prostor i vrijeme se još uvijek doživljavaju odijeljeni jedno od drugog što otežava ili umanjuje naše intuitivne sposobnosti viđenja realnosti. Poslušat ćemo njegove riječi i pozabaviti se geometrijom prostora-vremena prije ostalog.

Relativistički prostor-vrijeme  $W$  je doslovce familija svih mogućih uniformnih (inercijalnih) gibanja. Takva unija pravaca ima afinu strukturu, što znači da razlike svih elemenata te strukture čine vektorski prostor. Elemente te strukture nazivamo *događajima*. Kasnije ćemo uvesti globalni koordinatni sustav u tu afinu strukturu, ali metrika neće biti globalno definirana, a tamo, gdje će to biti slučaj, ona neće biti niti euklidska niti definitna<sup>9</sup>.

Razlici između relativističkog prostora-vremena i neoklasičnog prostora-vremena bitno doprinosi i relacija simultanosti među događajima. U relativističkom slučaju ne postoji više jedan sat koji mjeri vrijeme u cijelom prostoru. Netko ili nešto treba reći kad su događaji simultani, a nositelj te informacije je

*brzina svjetlosti  
koja se giba konstantnom brzinom  $c$  u svim inercijalnim sustavima.*

Taj zaključak je posljedica Einsteinovog postulata (1905) [3].

---

<sup>9</sup> Definitnost metrike znači da za objekte čija je udaljenost jednaka nuli ima za posljedicu da su oni jednaki ili identični.

Osnovni postulat STR.

*Isti zakoni elektrodinamike i optike vrijede u svim inercijalnim referentnim sustavima u kojima vrijede i zakoni mehanike.*

Osnovni postulat STR postulira da Maxwellove jednadžbe vrijede ne samo u privilegiranom nego u svakom inercijalnom sustavu.

Hertz [4] je 1887. proveo niz eksperimenata u kojima je želio ispitati valjanost Maxwellove teorije koja u to vrijeme nije imala eksperimentalno pokriće, a posebno njegovu izjavu da bi svjetlost mogla biti elektromagnetski val. Prvotni njegov stav bio je da tvrdnja nema pokrića. Njegovi eksperimenti su pokazali da elektromagnetski valovi, bez obzira na valnu duljinu, pokazuju "svjetlosno" ponašanje: refleksiju, refrakciju (lom), difrakciju (ogib) i polarizaciju. Također je izmjerio i njihovu brzinu 320 000 km/s koja je bila usporediva s brzinom svjetlosti.

Ova otkrića mnogima su bila potvrda da je i svjetlost elektromagnetski val, a sâm Maxwell (1865) je to i postulirao. Evo njegovih riječi. . .

*[. . .] teško možemo izbjeći zaključak da je svjetlost transverzalni val istog medija (eter<sup>10</sup>) koji je uzrok električnih i magnetskih pojava.*

Nekoliko je posljedica osnovnog postulata STR:

- Konstantnost brzine svjetlosti ima za posljedicu da ne vrijedi klasična formula za slaganje brzina jer bi rezultat mogao biti veći od  $c$ . Iz tog proizlazi da nužno mora dolaziti do dilatacije vremena i kontrakcije duljine gledano iz relativnog sustava, jer kontrahirani put svjetlost prolazi u duljem vremenskom intervalu kako bi zadržala svoju brzinu. Zanimljiva je informacija da Einstein, po njegovim vlastitim riječima, kad je pisao svoj članak 1905. nije znao za Michelson–Morleyev eksperiment.
- Druga posljedica je ta da je Einstein svojim postulatom onemogućio utvrđivanje inercijalnosti sustava pomoću elektromagnetskih pojava.
- Konstantnost brzine svjetlosti nudi mogućnost mjerenja vremena uz pomoć idealiziranog sata s dva paralelna ogledala na udaljenosti  $L$  za koji je jedan otkucaj  $dt = 2L/c$ .

Umjesto "uniformno gibanje" mi ćemo govoriti o promatraču  $O$ . On ima svoj sat kojim mjeri vrijeme i gledajući samo na sat neće moći ustanoviti giba li se ili ne bez pomoći sa strane. Treba mu još neki događaj različit od njegovog položaja i vremena.

Ako već imamo pojavu koja se širi konstantnom brzinom onda bi ju mogli iskoristiti za računanje udaljenosti od jednog događaja do drugog ili od jednog mjesta u prostoru do nekog drugog. Razmišljanja poput niže navedenog, slobodno možemo svrstati pod zajednički naziv *naivna teorija relativnosti* jer još nisu strukturirana u smislu strukture koju je postavio Minkowski. Einsteinova STR također spada u tu kategoriju, a o tome svjedoče i Einsteinovi komentari na predavanje Minkowskog 1908. g. na godišnjoj skupštini njemačkog udruženja znanstvenika i fizičara. Einstein umanjuje vrijednost strukture koju, po vlastitim riječima, ne razumije.

Brzina svjetlosti bila je poznata i prije Maxwellovih jednadžbi. Među prvima koji ju je pokušao mjeriti bio je Galileo Galilei. On nije imao dovoljno precizne instrumente

---

<sup>10</sup> op. autora

i ustanovio je da je ili beskonačna ili jako velika. Evo nekih rezultata mjerenja brzine svjetlosti iz povijesti koje ne odstupaju mnogo od danas uvažene:

$$\begin{aligned} \text{Rgveda} &\approx 3.022245 \cdot 10^8 \text{ m/s} \\ \text{Römer (1670)} &\approx 2 \cdot 10^8 \text{ m/s} \\ \text{Bradley (1728)} &\approx 3.01 \cdot 10^8 \text{ m/s} \\ \text{Fizeau (1849)} &\approx 3.153 \cdot 10^8 \text{ m/s} \\ \text{Foucault (1862)} &\approx 2.98 \cdot 10^8 \text{ m/s} \\ \text{Hertz (1887)} &\approx 3.20 \cdot 10^8 \text{ m/s} \\ \text{Michelson (1879)} &\approx 2.99944 \cdot 10^8 \text{ m/s} \\ \text{Michelson (1926)} &\approx 2.99796 \cdot 10^8 \text{ m/s} \\ \text{GCWM}^{11} \text{ (1983)} &\approx 2.99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s.} \end{aligned}$$

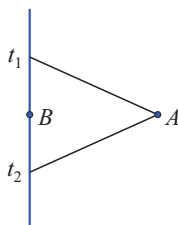
## 2.1. Uloga sata u STR

**Određivanje metrike na pravcu.** Strukturna jedinica relativističkog prostora-vremena je dakle pravac i stoga se postavlja pitanje kako odrediti udaljenost događaja na pravcu po kojem se giba promatrač  $O$ . To znači da treba odrediti vremensku i prostornu udaljenost među događajima na tom pravcu.

U određivanju procedure mjerenja udaljenosti teško je osloniti se na našu intuiciju jer je STR izazov za intuiciju i dan-danas. Ono što je osnovno, a naglašeno je na samom početku, to je sat i svjetlosni signal koji se u svim smjerovima i referentnim sustavima giba konstantnom brzinom  $c$ . Evo načina kako se uz pomoć jednog i drugog određuje simultanost (sinkroniziranost) događaja, a ujedno i koordinatni sustav na pravcu gibanja promatrača (Milne, 1935). Dakle, radi se o jednodimenzionalnom gibanju.

Na slici 2 prikazana je vertikalna linija koja predstavlja vremensku os promatrača okomitu na pravac gibanja. Točke  $A$  i  $B$  na tom pravcu odredit ćemo na niže opisani način. Po pravcu, u smjeru gibanja, promatrač u nekom trenutku  $t_1$  na njegovom satu odašilje svjetlosni signal koji se zrcali na zrcalu, događaj  $A$ , i vraća se natrag u trenutku  $t_2$  na njegovom satu. Promatrač određuje događaj  $B$ , a to je njegov položaj u trenutku  $t_0 = \frac{1}{2}(t_2 + t_1)$ , kao događaj koji je sinkroniziran s događajem zrcaljenja  $A$ . Za sinkronizirane događaje, i samo za njih, definirana je euklidska udaljenost i za događaje  $A$  i  $B$  ona iznosi  $d = \frac{1}{2}c(t_2 - t_1)$ . Takvu proceduru sinkronizacije nazivamo *radarskom sinkronizacijom*. Kao ishodište koordinatnog sustava promatrača  $O$  može se uzeti događaj  $B$ , a udaljenost  $d$  kao jedinična mjera na  $x$ -osi  $BA$ .

<sup>11</sup> General Conference of Weights And Measures (1983). *The British National Physical Laboratory* je izmjerio brzinu svjetlosti  $299792.4590 \pm 0.0008$  km/s, a *US National Bureau of Standards*  $299792.4574 \pm 0.0011$  km/s.



Slika 2. Simultanost događaja. Radarska definicija.

Opisana sinkronizacija je misaoni eksperiment u kojem je promatraču zadan pravac i smjer gibanja kao i mogućnost postavljanja zrcala na neko mjesto na tom pravcu. Pitanje koje se nameće samo po sebi je zašto bi trenutak  $t_0$  bio baš na polovici vremenskog intervala  $[t_1, t_2]$ . Takav odabir počiva na pretpostavci da svjetlost ima istu brzinu  $c$  nakon odašiljanja i pri povratku, tj. bez obzira na smjer gibanja promatrača. Ako to nije tako onda bi  $t_0$  mogao u principu biti bilo koji trenutak iz spomenutog vremenskog intervala. Trenutak  $t_0 = \frac{1}{2}(t_2 + t_1)$  je stvar dogovora.

Za gornju raspravu nije ključno da događaj  $A$  bude na pravcu gibanja promatrača. Razmišljanje u novoj situaciji ostaje bez izmjene, ali takva situacija pojačava sumnju da trenutak  $t_0 = \frac{1}{2}(t_2 + t_1)$  mora nužno biti odabran takav kakav je sada.

## 2.2. Prostor Minkowskog

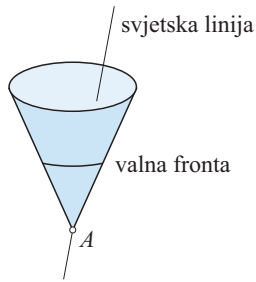
Promatrač koji se giba po pravcu s konstantnom brzinom u stanju je odrediti koordinate  $t, x$  događaja duž pravaca gibanja pomoću radarske metode sinkronizacije događaja. U namjeri da utvrdi koordinate događaja bilo gdje u svemiru, potrebno je, uz sat, imati i uređaj koji utvrđuje smjer svjetlosne zrake koju on registrira. Uz pomoć prostornih polarnih koordinata i veze s kartezijevim koordinatama moguće je rekonstruirati kartezijeve prostorne koordinate događaja  $x, y, z$ . Međutim, tu postoji zahtjev na njegovo gibanje koje ne smije uključivati rotaciju.

**Parametrizacija prostora Minkowskog.** Parametrizacija prostora Minkowskog provodi se na sljedeći način. Neka je  $O$  neki početni položaj i  $t$  vrijeme koje pokazuje idealizirani sat, zvano *globalni vremenski parametar*. Promatrajmo frontu širenja svjetlosnog signala iz točke  $O$ . To je kružnica radijusa  $ct$  i ima jednadžbu

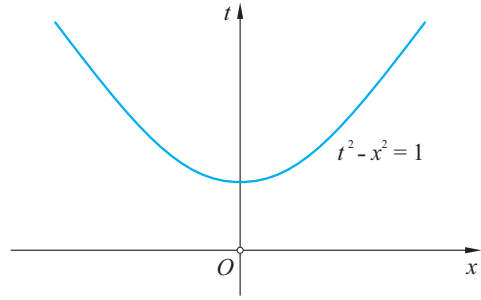
$$(ct)^2 = \mathbf{x}^2 = (dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2, \quad (3)$$

gdje je  $\mathbf{x}$  radijus vektor položaja na kružnici s koordinatama  $(x, y, z)$  u trenutku  $t$ . Ta kružnica predstavlja doseg širenja informacija brzinama ispod brzine svjetlosti.

Svi događaji prostora Minkowskog koji zadovoljavaju gornju jednadžbu u četvero-dimenzionalnom prostoru  $(t, x, y, z)$  predstavljaju konus poznat pod nazivom *svjetlosni konus*. Svaki događaj  $P$  u prostoru Minkowskog ima vlastiti konus i on, za  $t > 0$ , predstavlja područje koje je moguće posjetiti iz događaja  $P$  brzinom gibanja manjom ili jednakom  $c$ .



Slika 3. Svjetlosni konus budućnosti događaja A. Prostor je reduciran na dvije dimenzije radi jednostavnosti prikaza.



Slika 4. Događaji koji kasne nakon O za jednu vremensku jedinicu. Ovdje je  $c = 1$ , a prostor je reduciran na jednu dimenziju.

U kartezijevom koordinatnom sustavu udaljenost bliskih točaka je dana kvadratnom formom (izrazom)  $ds^2 = (dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2$  i ona ne ovisi o transformacijama kao što su rotacije, zrcaljenja i translacije i te transformacije predstavljaju grupu transformacija koje čuvaju tu kvadratnu formu. Po uzoru na to svojstvo euklidske metrike, Minkowski definira metriku u prostoru  $W$  preko kvadratne forme

$$ds^2 = (ct)^2 - (dx)^2 - (dy)^2 - (dz)^2. \quad (4)$$

Ta metrika, za razliku od euklidske, nije definitna jer postoje različiti događaji čija je udaljenost jednaka nuli — simultani događaji.

Princip konstantnosti brzine svjetlosti utjelovljen je u jednadžbi  $ds^2 = 0$ . To znači da za dva događaja  $A = (ct, \mathbf{x})$  i  $B = (ct', \mathbf{x}')$  čija je udaljenost Minkowskog jednaka nuli vrijedi  $c^2(t - t') = (\mathbf{x} - \mathbf{x}')^2$  što znači da su to simultani događaji i obratno. Slikovito rečeno, jedan događaj je na rubu svjetlosnog konusa drugog događaja.

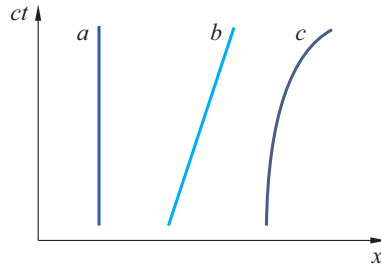
Grupa transformacija koja čuva kvadratnu formu (4) naziva se grupa Lorentzovih transformacija, a Poincaré ju je okarakterizirao kao grupu rotacija u četverodimenzionalnom prostoru. Naziv Lorentzove transformacije dao je sâm Poincaré Lorentzu u čast.

Nakon svega što je dosad rečeno možemo definirati prostor Minkowskog.

Prostor Minkowskog.

Skup svih događaja četvorki  $A = (ct, \mathbf{x})$  s metrikom (4) nazivamo prostorom Minkowskog i označavamo ga s  $W$ .

Gibanja u prostoru-vremenu nemoguće je prikazati na dvodimenzionalnoj slici čak i uz puno mašte. Iz tog razloga, često puta ćemo prostoru uskratiti jednu dimenziju ili ćemo ga svesti na jednodimenzionalni prostor i koordinate događaja označavati s  $A = (ct, x)$ . Na slici 5 prikazana su tri gibanja, tri *svjetske linije*: (1) Linija  $a$  je svjetska linija čestice koja miruje u prostoru. Ona doživljava samo promjenu vremenske komponente i geometrija njenog 'mirovanja' opisana je vertikalnim pravcem. (2) Svjetska linija  $b$  je linija čestice koja se giba konstantnom brzinom, (3) Linija  $c$  je linija ubrzanе čestice. Razlika između neoklasičnog prostora vremena i relativističkog, između ostalih, je ta što ovaj drugi nema slojevitu strukturu istovremenih događaja.



Slika 5. Svjetske linije kako ih vidi Minkowski. Linija *a* predstavlja česticu koja miruje, linija *b* predstavlja česticu u uniformnom gibanju, a linija *c* predstavlja ubrzanu česticu.

Da je vremenska os kojim slučajem izabrana tako da se podudara sa svjetskom linijom *b*, tj. da referentni sustav bude sustav u kojem ta čestica miruje, onda bi svjetska linija čestice *a* bila pod nekim nagibom. To znači da za svaku česticu koja ima pravac za svjetsku liniju možemo odabrati sustav u kojem ona miruje. Inspiriran ovom činjenicom Minkowski je postulirao da se, u općoj teoriji relativnosti, slobodna materijalna točka giba po svjetskoj liniji.

Prostor-vrijeme Minkowskog je struktura koja omogućava slikovitu definiciju simultanosti događaja, izračun dilatacije vremena i kontrakciju duljine. Ti detalji prelaze ambicije ovog teksta i nevažni su za daljnju raspravu. Znatizeljnog čitatelja upućujemo na članak [2].

Možda je dobro naglasiti da je simultanost događaja relativan pojam i da ovisi o promatraču. To znači da za jednog promatrača dva događaja mogu biti simultana, a za drugog koji se giba u odnosu na prvog ta dva događaja nisu simultana. Ta je činjenica potpuno neintuitivna jer narušava koncept kauzalnosti na koji smo navikli.

## Literatura

- [1] HENRI BERGSON, *Essai sur les données immédiates de la conscience*, Alcan, Félix, Paris, 1889. Engleski prijevod: *Time and free will: An Essay on the Immediate Data of Consciousness*, Dover, New York (2001).
- [2] DENNIS DIEKS, Time in Special Relativity, In Abhay Ashtekar and Vesselin Petkov, editors, *Springer Handbook of Spacetime*, pages 91–113. Springer, Dordrecht, 2014.
- [3] A. EINSTEIN, Zur Elektrodynamik bewegter Körper, *Ann. Phys.*, 17: 891–921, 1905.
- [4] E. HERTZ, *Electric Waves Being Researches on the Propagation of Electric Action with Finite Velocity Through Space*, MacMillan, 1893. Prijevod s njemačkog: D. E. Jones, reprint (Dover, 1962).
- [5] ERNST MACH, *The Science of Mechanics: A Critical and Historical Exposition of Its Principles*, Open court publishing Company, Chicago, London, 1983.
- [6] HENRI POINCARÉ, *The Foundations of Science: Science and Hypothesis, The Value of Science, Science and Method*, The Science Press, New York, 2013.
- [7] FRED S. ROBERTS AND R. DUNCAN LUCE, Axiomatic Thermodynamics and Extensive Measurement, *Synthese*, 18 (4): 311–326, 1968.
- [8] LAWRENCE SKLAR, *Space, Time, and Spacetime*, University of California Press, 1974.
- [9] SOSHICHI UCHII, *Leibniz's theory of time*, 2015.
- [10] HERMANN WEYL, *Space–Time–Matter*, Ethuen & Co. LTD., London, 1922. Prijevod s njemačkog: H. L. Brose.