

PREGLEDNI ZNANSTVENI RAD

DOPRINOS MATEMATIČKOG MODELIRANJA UPRAVLJANJU PROJEKTIMA

Dražen Pavlič, dipl. ing. mat.

SAŽETAK: U ovom radu obrađen je doprinos matematičkog modeliranja upravljanju projektima kroz pregled najpoznatijih matematičkih modela koji se koriste u postupku planiranja projekata. Također, dan je i osvrt na rezultate tih modela, odnosno njihovu praktičnu primjenjivost u praksi. Rad se osvrće i na doprinos operacijskog istraživanja rješavanju stvarnih, praktičnih problema, kroz razvoj matematičkih modela i korištenje rezultata analize pri donošenju odluka. Temelji na kojima se razvijalo upravljanje projektima od početka njegova razvoja dobro su definirani, kao i problemi pri upravljanju projektima koji se pokušavaju riješiti. U opisivanju ovih problema matematičko modeliranje odigralo je ključnu ulogu te ponudilo rješenja u obliku PERT, alokacije resursa, nivelacije resursa, Monte-Carlo simulacija, kritičke analize i drugih. Tijekom posljednjih pet desetljeća razvoja, dok je upravljanje projektima pokušavalo uspostaviti vlastite procedure i procese zadržavajući svoj vlastiti filozofski stav, matematičko modeliranje nastavilo je razvijati sve složenija rješenja sve složenijih modela, motivirano više matematičkom dojmljivošću a manje potrebom rješavanja problema iz stvarnog svijeta. Međutim, tijekom posljednjeg desetljeća ili nešto više, matematičari su počeli graditi modele projekata koji su sustavni i dinamični i objašnjavaju mnoga ponašanja projekata koja konvencionalni modeli dekompozicije ne čine; u isto vrijeme svijet projektnog menadžmenta počeo je shvaćati ograničenja svog filozofskog stava i graditi novu teoriju za moderne, složene dinamične projekte.

Ključne riječi: *matematičko modeliranje, matematički modeli, operacijsko istraživanje, upravljanje projektima, metode upravljanja projektima*

JEL: C44, C60

1. Uvod

Upravljanje projektima je disciplina planiranja i upravljanja resursima na način da oni isporuče kompletan rad potreban za dovršetak projekta u unaprijed zadanom opsegu, vremenu i trošku. Upravo ova tri ključna čimbenika uspjeha projekta (opseg, vrijeme i trošak) predstavljaju glavna ograničenja koja se postavljaju na projektne aktivnosti, još u početnoj fazi planiranja projekta.

Planiranje vremenskog rasporeda aktivnosti, izrada rasporeda resursa na aktivnostima, optimalno korištenje resursa, motivirali su matematičare na izradu različitih matematičkih modela kojima su pokušali modelirati situacije iz stvarnog svijeta upravljanja projektima. Također, usporedno s razvojem projektnog menadžmenta kao discipline, razvijale su se i matematičke metode koje su trebale pomoći voditeljima projekata u izradi preciznijih projektnih planova. Međutim, pokazalo se da su matematička pitanja o mogućnostima izrade modela, postojanju rješenja, izračunljivosti i odstupanju rezultata modela od očekivanog rezultata funkcije cilja i dalje ostala samo pitanja koja su gicala maštu matematičara i znanstvenika. Također, važno je imati na umu da voditelji projekata dolaze iz različitih struka, s različitim akademskim obrazovanjem, i ne nužno dobrim poznavanjem matematičkih modela, postupaka i metoda. U tom smislu, matematički modeli i metode trebaju biti što jednostavnije za primjenu kako bi pronašle svoju stvarnu primjenu i bile prihvaćene od strane voditelja projekata i ostalih koji su uključeni u procese planiranja.

Budući da je doprinos operacijskog istraživanja upravljanju projektima, koji se također razmatra u ovom radu, u velikoj mjeri temeljen na modelu dekompozicije, razmatranja u ovom radu uglavnom su omeđena na ograničenja u vidu opsega, vremena i troška (trostruko ograničenje opseg-vrijeme-trošak).

2. Matematičko modeliranje

U kontekstu upravljanja projektima, upravljanje vremenom jedan je od najvažnijih čimbenika koji utječe na uspješnost projekta.

Tehnike upravljanja projektima temelje se na pretpostavi da se projekt može dekomponirati na njegove sastavne dijelove raščlambom strukture rada (WBS), te potom pojedinačno pratiti svaki od tih sastavnih dijelova. Različite metode, dakle, temelje se na upravljanju pojedinačnim dijelovima trostrukog kriterija opseg-vrijeme-trošak, kako slijedi:

1. Opseg projekta. Glavna “tehnika” ovdje je, naravno, raščlamba strukture rada (WBS).
2. Vremenski okvir projekta. Temelj analize vremenskog okvira projekta su naravno projektne mreže, bilo u obliku AON (aktivnost na čvoru) ili AOA (aktivnost na luku); ove su tehnike bile preteča razvoja PERT metode u programu US Polaris.
3. Trošak projekta. Kada se izrađuju procjene troškova, često se koristi raščlamba strukture troškova (CBS). Kako se organizacijska struktura projekta često raščlanjuje koristeći raščlambu strukture organizacije (OBS), ovo nam daje trodimenzionalnu matricu ($WBS \times OBS \times CBS$) poznatu kao kocka za kontrolu troškova. Pored početne procjene troškova projekta, raščlamba troškova se također može koristiti za praćenje napretka potrošnje u odnosu na vrijeme i napredak projekta, pod pretpostavkom da su aktivnosti zakazane u osnovnom vremenskom planu,

koristeći ideje analize ostvarenih vrijednosti koja promatra ukupni planirani trošak ukupno planiranog rada (BCW), ukupni stvarni trošak stvarno izvedenog rada (ACWP) i ukupni planirani trošak planiranog rada (BCWS) kako bi se odredila odstupanja u troškovima i rasporedu.

Doprinos matematičkog modeliranja u prvim danima upravljanja projektima bio je usmjeren na vremenske okvire projekta, temeljene na mrežnim metodama planiranja. Međutim, iako procjena ukupnog trajanja jednostavne mreže zahtjeva jednostavne aritmetičke operacije zbrajanja, kada dodamo ograničenja resursa, uzmemo u obzir nesigurnost, dodamo zahtjeve prepoznavanja najvažnijih (ili "kritičnih") aktivnosti, postoji dovoljno razloga za primjenu matematičkog modeliranja koje bi nam trebalo omogućiti bolje razumijevanje mrežnog plana aktivnosti.

Projekti, neovisno o industriji kojoj pripadaju, imaju neka zajednička svojstva, koja obično uključuju (1) nesigurnost u definiranju aktivnosti, (2) nejasne ili nedovoljno poznate rezultate aktivnosti, (3) nesigurnost u trajanju i trošku aktivnosti, (4) neiterativne aktivnosti, (5) petlje i iteracije s prethodnim aktivnostima i (6) paralelne puteve. Zbog takvih svojstava, da bi se moglo učinkovito planirati, potrebno je primjenjivati tehnike planiranja koje uzimaju u obzir unaprijed zadana vremenska i troškovna ograničenja. S druge strane, pretjerane iteracije i dugotrajno planiranje doveli bi do dugotrajnog i skupog planiranja, te odgađanja početka projekta što za brojne organizacije može imati izrazito negativne posljedice. Prema mnogim definicijama projekti se odvijaju u neizvjesnoj i nepredvidivoj okolini pa se u tom smislu neizvjesnost može smatrati svojstvom sustava. U stvarnom svijetu javljaju se razne vrste neizvjesnosti koje nastaju u nejasnim okolinama a dodatno potpomognute sa slučajnosti dovode do temeljne vrste subjektivne nesigurnosti.

Neizvjesnost je dvojba, neznanje osobe da procjeni koji će se mogući ishodi dogoditi. Nedostatak znanja izravno povećava stupanj neizvjesnosti i subjektivnosti u prosudbi. Suprotno tome, informacije i znanje smanjuju neizvjesnost povećavajući objektivnost stavova i kvalitetu odlučivanja.

Početak 20. stoljeća, Henry Gant i Fraderick Taylor predstavili su Gantov dijagram (Gantogram) koji je prikazivao početak i završetak projekata. Međutim, ukupni vremenski raspored projekata koji se temelje na povezanosti projekata s prethodnim projektima (slijedno ili linearno povezanim) i njihova analiza nisu bili mogući ovom tehnikom. Stoga su 1950. godine od strane skupine znanstvenika za operacijska istraživanja razvijene mrežne metode CPM (Critical Path Method) i PERT (Program Evaluation and Review) koje su otklonile navedene probleme i omogućile sveobuhvatnije tehnike za kontrolu i dizajn projekata (Kuznetsov, 2015)¹.

Ograničene mogućnosti CPM i PERT metoda za modeliranje složenih mreža u kojima je prisutan visok stupanj neizvjesnosti dovele su do toga da veliki znanstvenici poput

¹ Kuznetsov, N.: *Managing the company in the setting of implementing large-scale development programs,* Asian Social Science, str. 193. – 2003, 2015.

Pritskera i Whitehousea i Pritskera i Happa uvedu vjerojatnosni GERT (Graphical Evaluation and Review Technique), funkcije generiranja momenta i PERT za rješavanje problema s aktivnostima kojima su pridodane vjerojatnosti. Pritsker je razvio GERT metodu i koristio je za različite čvorove te uveo uporabu simulacije u toj metodi.

3. Uloga operacijskog istraživanja u matematičkom modeliranju

Modeli operacijskih istraživanja izgrađuju se kako bi se razumjelo što se dogodilo, što se događa ili procijenilo što će se dogoditi sa projektom, analizom različitih stanja i njihovih učinaka na ishode projekta. Osnovni je zahtjev svakog projekta da njegovi ciljevi moraju biti dobro definirani, a projekt usmjeren ostvarenju tih ciljeva.

Operacijsko istraživanje je analitička metoda rješavanja problema i donošenja odluka koja je korisna u upravljanju organizacijama. U operacijskom istraživanju, problemi se raščlanjuju na osnovne komponente, a zatim se rješavaju matematičkom analizom prema definiranim koracima (Lewis, 2019)².

Proces operacijskog istraživanja može se u grubo podijeliti na sljedeće korake:

1. Identifikacija problema koji je potrebno riješiti
2. Izgradnja modela oko problema koji oslikava stvarni svijet i varijable
3. Primjena modela za pronalaženje rješenja problema
4. Testiranje svakog rješenja na modelu i analiza njegova uspjeha
5. Primjena rješenja na stvarnom (polaznom) problemu

Discipline koje su slične, ili se preklapaju s operacijskim istraživanjem uključuju statističku analizu, teoriju igara, teoriju optimizacije, umjetnu inteligenciju i mrežnu analizu. Sve ove tehnike imaju za cilj rješavanje složenih problema i poboljšanje kvantitativnih odluka.

4. Značajke operacijskih istraživanja

Tri su primarne značajke svih operacijskih istraživanja:

1. Optimizacija – svrha operacijskih istraživanja jest postići najbolje performanse u datim okolnostima. Optimizacija također uključuje usporedbu i sužavanje potencijalno mogućih rješenja.
2. Simulacija – uključuje izgradnju modela ili replikacija s ciljem testiranja rješenja prije njihove primjene.

² Operations research (OR), <https://whatis.techtarget.com/definition/operations-research-OR>, pristup 01.07.2021.

3. Vjerojatnost i statistika – uključuje primjenu matematičkih algoritama i podataka za otkrivanje korisnih spoznaja i rizika te pouzdano predviđanje i testiranje mogućih rješenja.

5. Važnost operacijskih istraživanja

Područje operacijskih istraživanja pruža snažniji pristup donošenju odluka od uobičajenog softvera i alata za analizu podataka. Znanstvenici koji se bave operacijskim istraživanjima mogu izraditi cjelovitiji skup podataka, razmotriti sve dostupne mogućnosti, predvidjeti sve moguće ishode i procijeniti rizike. Pored navedenog, operacijska istraživanja mogu se prilagoditi određenim poslovnim procesima ili slučajevima kako bi se odredilo koje tehnike su najprikladnije za rješavanje problema.

6. Primjena operacijskih istraživanja

Operacijska istraživanja mogu se primijeniti na mnoštvo slučajeva, uključujući:

- Izradu rasporeda i upravljanje vremenom
- Urbanističko i poljoprivredno planiranje
- Planiranje resursa poduzeća³ i upravljanje lancem opskrbe⁴
- Upravljanje zalihama
- Mrežna optimizacija i inženjering
- Optimizacija usmjeravanja paketa
- Upravljanje rizicima

U području upravljanja projektima uvelike su zastupljena, čak prema PMBOK i prepoznata kao zasebna područja znanja, izrada rasporeda i upravljanje vremenom, planiranje resursa i upravljanje rizicima.

7. Mrežni modeli

Metode mrežnog planiranja zasnivaju se na primjeni teorije grafova, moderne algebre i matematičke statistike. Metode mrežnog planiranja zasnivaju se na grafičkom prikazu međusobnih ovisnosti aktivnosti kojeg nazivamo mrežni dijagram. Metode mrežnog planiranja uklanjaju nedostatke metoda linijskog planiranja time što se definira struktura projekta i to neovisno o vremenskoj analizi. Ove metode omogućavaju izvođenje vremen-

³ eng. *Enterprise resource planning* (ERP)

⁴ eng. *Supply chain management* (SCM)

skih proračuna mrežnog dijagrama, optimalnu raspodjelu resursa, traženje najboljeg ekonomskog rješenja (primjenom vremenskih rezervi), te određivanje vjerojatnosti dovršetka projekta unutar zadanih ograničenja.

Metode mrežnog planiranja međusobno se razlikuju po (1) načinu prikazivanja aktivnosti u mrežnom dijagramu (ADM⁵, PDM⁶, AOA⁷, AON⁸), (2) metodi vremenske analize (orijentirani na događaje ili orijentirani na aktivnosti), (3) načinu određivanja trajanja aktivnosti (stohastički ili deterministički), (4) statističkim metodama za određivanje vjerojatnosti realizacije, (5) algoritmima za optimizaciju troškova i raspodjele resursa, te nekim drugim specifičnim zahtjevima.

8. Deterministički mrežni modeli

Prvi radovi na temu Metode Kritičnog Puta (engl. *Critical Path Method* – CPM) i PERT (engl. *Programme Evaluation and Review Technique*) pojavili su se 1959. godine. Međutim, iako je rješenje osnovnog CPM modela (determinističko, bez ograničenja resursa) prilično trivijalno, dodavanje ograničenja ovaj problem čini ne samo matematički zanimljivim nego ga približava stvarnim situacijama iz prakse.

Prije daljnjih razmatranja, potrebno je definirati tri elementa najjednostavnijih mrežnih modela⁹: (Kolisch & Padman, 2001):

1. Projekt se sastoji od niza aktivnosti, od kojih se svaka može izvesti u jednom od nekoliko mogućih načina (koji predstavljaju različite načine izvođenja aktivnosti); trajanje svake aktivnosti ovisi o načinu izvođenja.
2. Neke aktivnosti moraju završiti prije nego druge mogu započeti, pa se projekt obično prikazuje kao usmjereni graf, gdje je aktivnost predstavljena čvorom a odnos između dvije aktivnosti kao usmjereni luk.
3. Aktivnosti zahtjevaju resurse, koji mogu biti obnovljivi (tj. dostupnost resursa određena je za svako razdoblje) ili neobnovljivi (tj. postoji ograničenje ukupne potrošnje tijekom cijelog projekta).

⁵ Arrow Diagramming Method

⁶ Precedence Diagramming Method

⁷ Activity on Arrow

⁸ Activity on Node

⁹ Kolisch R.; Padman R., *An integrated survey of deterministic project scheduling*, 2001., str. 249-272, Elsevier, Omega

9. Problem izrade vremenskog rasporeda s ograničenim resursima

Ključni problem koji se rješava je problem izrade vremenskog rasporeda aktivnosti na kojima se koriste ograničeni resursi. Definicija ovog problema dana je u radu (De Reyck, Herroelen, & Demeulemeester, 1998) uz pretpostavke konačnog broja aktivnosti projekta, s definiranim trajanjem, početkom i završetkom svake aktivnosti. Bez smanjenja općenitosti možemo pretpostaviti da su ove veličine cjelobrojne. Za svaku aktivnost poznati su zahtjevi na resurse koji su stalno dostupni. Također, poznati su i odnosi o međusobnoj povezanosti aktivnosti. O ovom tipu problema postoji brojna literatura koja navodi postupke o pronalasku optimalnog rješenja, te ograničenja optimalnih i heurističkih metoda.

- (a) Optimalna rješenja. Ova se metoda temelji na matematičkom programiranju, dinamičkom programiranju i tehnikama grananja i veza. U radovima (Icmeli-Tukel & Rom, 1997), (Elmaghraby, Baxter, & Vouk, 1995) i (Herroelen, De Reyck, & Demeulemeester, 1998) pokazalo se da su posebno učinkovite tehnike grananja i veza.
- (b) Heurističke metode razvijene su kako bi razvile praktične tehnike za probleme većeg opsega. Većina njih su metode raspoređivanja zasnovane na pravilima prioriteta, s nekim metodama za prekidanje veza među aktivnostima. Kolisch je sumirao metode serijskog i paralelnog jednostrukog i višestrukog prolaza a dodatne prilagodbe tih metoda dao je (Pollack-Johnson, 1995) s kombiniranom heuristikom grananja i veza, a (Kolisch & Drexl, 1996) koriste adaptivnu heuristiku. Međutim, Brucker i suradnici tvrde da ove metode nisu osobito dobre ako se mjere prosječnim odstupanjem od optimalne vrijednosti funkcije cilja. Stoga su razvijene složenije metode poput algoritama za planiranje naprijed-nazad, ili čak i složenije metode temeljene na uzorku "žaljenja".

Kao što je prethodno spomenuto, problem izrade vremenskog rasporeda s ograničenim resursima nudi odskočnu dasku za mnoštvo primjena naoko motiviranih primjerima iz stvarnog svijeta, koji u stvarnosti nikada nisu primjenjeni u praksi. Primjeri takvih situacija posebno uključuju slučajeve:

- (c) moguće je da se izvođenje aktivnosti prekine i nastavi kasnije. Tamo gdje postoje značajna ograničenja resursa, dopuštanje takvog prekida u trajanju aktivnosti može skratiti trajanje projekta. Naravno, ovo je u potpunosti teoretska definicija i zanemaruje mnoga praktična razmatranja u prekidu i ponovnom nastavku aktivnosti (poput učinaka koje mogu imati zaustavljanje/pokretanje aktivnosti; ponovno uvođenje radnika u posao; tehnologije izvođenja rada na aktivnostima...)
- (d) generalizaciju problema izrade vremenskog rasporeda s ograničenim resursima koji pored Finish-Start veze među aktivnostima dopušta i druge oblike povezanosti (Start-Start, Start-Finish, Finish-Finish), te minimalne i maksimalne vremenske odgode. Navedeni odnosi među aktivnostima zaista se koriste u praksi, te je ograničenje da su aktivnosti povezane isključivo Finish-Start vezom nerealno; međutim, čak je i problem ispitivanja ima li ovaj model rješenje NP-potpun. Na ovom je teškom problemu malo učinjeno, glavni radovi su oni Reyck i Herroelen; algoritam grananja i ograničenja i procedure temeljene na lokalnom pretraživanju.

10. Problem izrade vremenskog rasporeda s više načina izvođenja aktivnosti i ograničenim resursima

Jedna varijacija problema izrade vremenskog rasporeda s ograničenim resursima opisana je u točki 2.2.4. Mogućnost korištenja zamjenskih resursa mogli bismo promatrati u kontekstu problema kompromisa vrijeme-trošak u varijanti kompromisa resursi-resursi. Općenito, uobičajena generalizacija izrade vremenskog rasporeda s ograničenim resursima je vremenski raspored s više načina izvođenja aktivnosti i ograničenim resursima, u kojem se svaka aktivnost može izvesti na više različitih načina. Jedino ograničenje ovog modela je u tome da se aktivnost mora dovršiti onim načinom izvođenja kojim je započela. I u ovom modelu također, minimiziramo ukupno trajanje projekta.

Problem je očito složeniji od problema minimizacije trajanja u ograničenjima obnovljivih resursa, koji je sam po sebi bio zahtjevan za rješavanje; i kao što Kolisch i Padman (2001) ističu, ako se uzmu u obzir više od dva neobnovljiva resursa, čak i problem pronalaska izvedivog rješenja postaje težak. Točna rješenja, proširenja problema izrade vremenskog rasporeda s ograničenim resursima, postoje: Sprecher proširuje Demeulemeester i Herrolen-ovu metodu na problem izrade vremenskog rasporeda s više načina izvođenja aktivnosti i ograničenim resursima u više čvorova. Ali opet, za realistične modele potrebno je proučavati heurističke metode. Hartmannov genetički algoritam¹⁰ Brucker je opisao kao “najučinkovitiji heuristički algoritam za rješavanje općeg oblika ovog problema”.

11. Kompromis vrijeme-trošak

U odjeljku 2.2.2 pretpostavili smo da aktivnosti imaju nepromijenjivo trajanje. No, često je slučaj da se trajanje aktivnosti može skratiti uz viši trošak upotrebe resursa, bilo obnovljivih resursa (npr. ljudi ili strojevi) ili neobnovljivih (npr. novac). To dovodi do pojave dva moguća problema koje je potrebno modelirati:

- pronaći rješenje koje minimizira ukupne troškove, ili
- pronaći rješenje koje minimizira vremensko trajanje tako da zbroj ukupnih troškova ne prelazi neko zadano ograničenje.

Na ovu temu, ponovno, postoje mnogi radovi zbog praktične važnosti problema, iako je malo dokumentiranih dokaza implementacije ovih metoda. Najbolja konkretna rješenja primjenjuju dinamičko programiranje koje iskorištava strukturu mreže i metode lokalnog pretraživanja.

¹⁰ Hartmann, Sönke, *A competitive genetic algorithm for resource-constrained project scheduling*, Naval Research Logistics, 1998, str.733-750

12. Stohastički modeli troškova

Zbrajanje stohastičkih troškova u raščlambi strukture troškova (CBS) očito je relativno jednostavno pitanje raspodjele troškova, a složenije modeliranje potrebno je samo ondje gdje su ti troškovi povezani s vremenskim profilom. Dakle, ovdje se izravne metode mogu koristiti za raspodjelu troškova cijelog projekta. Sve više u praksi, s porastom brzine računala, Monte-Carlo simulacija obično se koristi u praksi za pronalaženje dobrih aproksimacija distribucije troškova, umjesto analitičkih metoda.

13. Stohastički modeli vremenske mreže

U poglavlju 2.2.1 spominje se da je rješenje osnovnog CPM modela (determinističkog, bez ograničenja resursa) prilično trivijalno. Jedan aspekt osnovnog modela jest njegova nerealna pretpostavka o neograničenim resursima, a vidjeli smo kako dodavanjem ograničenja resursa problem postaje matematički zanimljiviji. Drugi aspekt osnovnog modela koji je također nerealan jest pretpostavka o determinističkom trajanju aktivnosti, a izostavljanje ove pretpostavke također čini problem matematički zanimljivim. Naravno, izvorni PERT pokušao je uključiti nesigurnost u trajanje aktivnosti, koristeći pravilo koje je sada diskreditirano. Ovdje ćemo najprije razmotriti modele koji su razvijeni za probleme koji nisu ograničeni resursima, a zatim ćemo dodati ograničenja resursa.

14. Stohastički modeli vremenske mreže bez ograničenja resursa

Ključni problem kao i uvijek u mrežnim analizama je procjena trajanja projekta. Ovdje, međutim, distribuciju trajanja projekta treba procijeniti na temelju pretpostavke da su trajanja aktivnosti stohastička, štoviše, inicijalna pretpostavka je da pojedinačne aktivnosti imaju nezavisne distribucije.

Ne postoji jednostavno analitičko rješenje trajanja stohastičke mreže, osim za specifične slučajeve, primjerice eksponencijalno distribuirane mreže (Kulkarni, 2006). Neki su autori ponudili numeričke metode izračuna, dok su drugi pokušali izvesti točne granice unutar kojih bi se trebalo kretati rješenje. Luidwig je intenzivno proučavao ove granice i pronašao jednu heuristiku neovisnu o distribuciji koja se temelji na Teoremu o srednjoj vrijednosti. Konačno, drugi autori analitički izvode približna rješenja, koristeći stohastički dominirajuće staze. Međutim, iako je za ove metode pokazano da su primjenjive na malim ili specijalno konstruiranim mrežama, ne postoje opće naznake njihove točnosti, kao niti pojašnjenje o primjeni u stvarnim situacijama. Drugi autori su skloniji korištenju fuzzy metoda za rješavanje ovog problema, iako niti za njih nije pokazano da se koriste u praksi.

15. Stohastički modeli vremenske mreže s ograničenjima resursa

U poglavlju 2.2.1 vidjeli smo da je deterministički mrežni model s ograničenim resursima NP-težak. (Brucker & Drexler, 1999) iznose neka djela koristeći stohastičko dinamičko programiranje, ali rad nije imao praktičnog utjecaja. (Golenko-Ginzburg & Gonik, 1997) konstruirali su sličan problem koji dozvoljava dinamičko odlučivanje o pokreatnju aktivnosti, koristeći 0-1 programiranje, ali opet, iako je ovo pametan model, nije korišten u praksi. Nadalje, trajanje aktivnosti je samo jedan element koji se može učiniti stohastičkim, a počinju se sagledavati i problemi u kojima se dopušta da se i dostupnost resursa učini stohastičkim. Ovo počinje voditi ka realističnijim modelima, ali još uvijek postoji mnogo elemenata koji se trebaju modelirati, a koji nadilaze bilo koje analitičko rješenje.

16. Praktična primjena

Izračun trajanja stohastičkih mreža je vrlo težak čak i u vrlo ograničenim uvjetima. Glavni problem analitičkog pristupa su restriktivne pretpostavke koje svi modeli zahtijevaju, što ih čini neupotrebljivima u bilo kojoj praktičnoj situaciji. Prije svega, postoje vrlo specifična i ponekad nerealna ograničenja na distribuciju trajanja, uz zahtjev da sve aktivnosti koriste istu distribuciju. Štoviše, postoje i brojne druge složenosti koje je potrebno uključiti u model i analizirati kako bi rezultati bili relevantni i vjerodostojni (pored ograničenja resursa, što samo po sebi čini analitički model nepraktičnim). Neke od tih složenosti mogu uključivati učinke koji djeluju na niz aktivnosti ili resursa, poput učinaka treće strane ili pretpostavka da su trajanja aktivnosti neovisne, istovjetno distribuirane slučajne varijable, što nije slučaj u praksi. Spomenimo još i neizvjesnost u strukturi mreže: dok svi klasični mrežni modeli pretpostavljaju da je mreža sama po sebi fiksna, u praksi mogu postojati vjerojatnosno ili uvjetno grananje. Također treba imati na umu da neke analitičke metode daju odgovor na trajanje projekta samo u određenim situacijama. Međutim, neka od glavnih pitanja na koja želimo odgovore su koja je vjerojatnost da će projekt završiti u zadanom roku, ili koje je (recimo) 90% pouzdano trajanje projekta? Stoga, u praksi, za stvarne primjene, gotovo uvijek se koristi Monte-Carlo simulacija.

Mrežna simulacija može se smatrati standardnom praksom, koja je prevladala nad prethodno korištenim PERT-om. US Project Management Institute navodi da bi se "simulacija rasporeda trebala koristiti na bilo kojem velikom ili složenom projektu jer tradicionalne tehnike matematičke analize poput metode kritičnog puta (CPM) i tehnike evaluacije i pregleda programa (PERT) ne uzimaju u obzir konvergenciju puta, pa stoga imaju tendenciju podcijeniti trajanje projekta" (PMBOK citat u Kandaswamy 2001).

Većina mrežnih računalnih alata ima ili ugrađene ili dodatne simulacijske mogućnosti – popularan primjer je @Risk for Project (Palisade Corp. 1997 i novije verzije), koji primjenjuje koncept @Risk (koji je u osnovi proračunska tablica koja dozvoljava da se ćelijama dodjele slučajne varijable) na standardni mrežni paket (Microsoft Project), čime mogu neizvjesnim mrežama dati određeni stupanj općenitosti.

17. Upravljanje opsegom

Iako su strukture troškova i mrežne strukture prilično generičke, upravljanje opsegom (osim jednostavne raščlambe strukture rada) pokazalo se manje pristupačnim za generičke modele. Neki autori (Babu & Suresh, 1996) pokušali su modelirati vrijeme/trošak i neke mjere opsega (npr. kvalitetu), ali to su obično samo zanimljivi modeli s malo praktične motivacije ili primjene. Osim što ih je teško generalizirati, zahtjevi za opsegom često se malo razlikuju od vremena i troškova jer se na njih gleda kao na konstante: projekti mogu kasniti ili prekomjerno trošiti, a ispunjenje zahtjeva na projektu je mjera uspjeha projekta. Malo je poznatih radova koji modeliraju odluke o kompromisu između opseg/trošak ili opseg/vrijeme (tj. odluka da se isporuči projekt niže kvalitete uz manje troškove ili manje kašnjenje). Još jedno pitanje koje čini modeliranje opsega težim jest što su u praksi zahtjevi nedovoljno ili loše definirani na samom početku projekta.

18. Zaključak

Upravljanje projektima, kakvo ga danas poznajemo, razvilo se u dobro definiranu disciplinu, s dobro definiranim pojmovima, procesima, razvojnim fazama, postupcima i alatima. Kako su projekti bivali sve složeniji i specifičniji, pobudili su interes znanstvenika koji su pokušali dati svoj doprinos njenom razvoju kroz razvoj metoda, tehnika i alata za planiranje projektnih aktivnosti i resursa te njihovu optimalnu primjenu. U ovoj fazi rasta izraženu je ulogu imalo matematičko modeliranje čija su rješenja naišla na prihvaćanje struke i njihovu primjenu: PERT, alokacija resursa i postupci niveliranja, Monte-Carlo simulacijski modeli, kritička analiza itd. Doprinos matematičkog modeliranja nastavlja se i dalje kroz njihovu važnu ulogu u planiranju, analizi rizika i praćenju napretka projekta.

Međutim, iako je upravljanje projektima u osnovi ostalo vjerno svojim izvornim filozofskim stavovima koja su opisana raznim metodologijama, matematičko modeliranje je nastavilo iznalaziti sve složenija rješenja za sve složenije modele, više motivirano matematičkom elegancijom i impresivnošću nego stvarnom primjenom. Tijekom posljednja dva desetljeća, pojavila su se dva konvergentna trenda: prvo, operacijski istraživači (koji bi po definiciji trebali pristupati stvarnim, praktičnim problemima) počeli su graditi modele projekata koji su sustavni i dinamični objašnjavaju mnoga ponašanja projekata koje konvencionalni modeli dekompozicije nisu mogli objasniti; istovremeno, dio svijeta upravljanja projektima je počeo shvaćati svoja ograničenja filozofskog stava i počeo težiti izgradnji nove teorije za moderne, složene, dinamične projekte.

Sada je neophodno da operacijski istraživači budu na čelu izgradnje ove nove teorije, koja bi u nekom smislu mogla biti najveći skok naprijed koji je upravljanje projektima doživjelo od razvoja PERT-sredinom prošlog stoljeća.

Popis literature

1. Babu, A., & Suresh, N. (1996). Project management with time, cost, and quality considerations. *European Journal of Operational Research*, 320-327.
2. Brucker, P., & Drexel, A. (1999). Resource-constrained project scheduling: Notation, classification, models, and methods. *European Journal of Operational Research*, 3-41.
3. De Reyck, B., Herroelen, W., & Demeulemeester, E. (1998). Resource-constrained project scheduling: A survey of recent developments, *Computers & Operations Research*. *Computers and Operations Research*, 279-302.
4. Elmaghraby, E. S., Baxter, E. I., & Vouk, M. A. (1995). An Approach to the Modeling and Analysis of Software Production Processes. *International Transactions in Operational Research*, 117-135.
5. Goldratt, M. E. (1997). *Critical Chain*. North River Press.
6. Golenko-Ginzburg, D., & Gonik, A. (1997). Stochastic network project scheduling with non-consumable limited resources. *International Journal of Production Economics*, 29-37.
7. Hartmann, S. (1998). A competitive genetic algorithm for resource-constrained project scheduling. *Naval Research Logistics*, 733-750.
8. Herroelen, W., De Reyck, B., & Demeulemeester, E. (1998). Resource-constrained project scheduling: A survey of recent developments. *Computers & Operations Research*, 279-302.
9. Icmeli-Tukel, O., & Rom, O. W. (1997). Ensuring quality in resource constrained project scheduling. *European Journal of Operational Research*, 483-496.
10. Kolisch, R., & Drexel, A. (1996). Adaptive search for solving hard project scheduling problems. *Naval Research Logistics*, 23-40.
11. Kolisch, R., & Padman, R. (2001). U *An integrated survey of deterministic project scheduling* (str. 249-272). Elsevier: Omega.
12. Kulkarni, V. (2006). Shortest paths in networks with exponentially distributed arc lengths. *Networks*, 255-274.
13. Kuznetsov, N. (2015). "Managing the company in the setting of implementing large-scale development programs". U N. Kuznetsov. Asian Social Science.
14. Lewis, S. (September 2019). *Operations research (OR)*. Dohvaćeno iz WhatIs.com: <https://whatis.techtarget.com/definition/operations-research-OR>
15. P. Patanakul, A. J. (2012). How project strategy is used in project management: cases of new product development and software development projects. *Journal of Engineering and Technology Management*, 391-414.

16. Pollack-Johnson, B. (1995). Hybrid structures and improving forecasting and scheduling in project management. *Journal of operations management*, 101-117.
17. Williams, T. (2003). The Contribution of Mathematical Modelling to the Practise of Project Management. *IMA Journal of Management Mathematics*.

Popis kratica

CPM	3, 5, 7, 8
Gantogram	3
GERT	3
PERT	1, 3, 5, 7, 8, 10

CONTRIBUTION OF MATHEMATICAL MODELING TO PROJECT MANAGEMENT

Summary

Project management is the discipline of planning and managing resources in such a way that they deliver the complete work required to complete a project within a pre-determined scope, time, and cost. These three key project success factors (scope, time, and cost) are the main constraints placed on project activities, even in the initial phase of project planning.

Activity scheduling, resource scheduling, planning of optimal use of resources, motivated mathematicians to create various mathematical models by which they tried to model situations from the real project management world. Also, in parallel with the development of project management as a discipline, mathematical methods were developed that were supposed to help project managers in making more precise project plans. However, it turned out that mathematical questions about possibilities of model making, solution existence, computability, and deviation of model results from the expected result of goal function, remained only questions that tickled the imagination of mathematicians and scientists. Also, it is important to keep in mind that project managers come from different professions, with different academic backgrounds, with not necessarily good understanding of mathematical models, procedures, and methods. In this sense, mathematical models and methods should be as simple as possible for use to find their actual application and acceptance by project managers and others involved in planning process.

Since the contribution of operational research to project management, which is also discussed in this paper, is largely based on the decomposition model, considerations in this paper are mainly limited to scope, time, and cost constraints (triple scope-time-cost constraint).

Key words: *mathematical modeling, mathematical models, operational research, project management, project management methods*