Zaboravio sam broj telefona stana u kojem živim

Petar Labura, Antun Tunjić, Dario Bojanjac[1]

Uvod i opis problema

U knjizi *Information Theory, Inference, and Learning Algorithms* [1] pojavljuje se problem koji otprilike glasi ovako. Unajmili ste stan i u njemu se nalazi telefon. Vlasnik stana rekao vam je da je broj telefona u stanu 6545328. U međuvremenu su vam se malo pomiješale znamenke i više niste potpuno sigurni je li 6545328 broj telefona stana kojega ste unajmili. Nalazite se u stanu, uzimate telefon u ruke, nazovete 6545328 i dobijete da je taj broj zauzet. Pitanje je koliko ste sada sigurni da je 6545328 broj telefona stana kojega ste unajmili.

Matematičko modeliranje problema iz svijeta oko nas nije jednoznačno i ne postoji samo jedan put kojim bismo mogli krenuti u rješavanje problema. Ovaj problem modelirat ćemo korištenjem Bayesove formule i procjenom potrebnih parametara modela [2]. U slučaju u kojemu cijeli skup elementarnih događaja možemo podijeliti na konačno mnogo različitih hipoteza $H_1, H_2, \ldots, H_n$, vjerojatnost da se dogodila neka od hipoteza H_i uz to da smo primijetili da se dogodio događaj A, izražavamo Bayesovom formulom

$$P(H_i \mid A) = \frac{P(A \mid H_i)P(H_i)}{P(A)}. \tag{1}$$

Pri tome koristimo formulu potpune vjerojatnosti

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(A \mid H_i)P(H_i), \tag{2}$$

za izračun vjerojatnosti da se dogodi događaj A.

Hipoteze koje ćemo postaviti pri modeliranju opisanog problema su:

- $H_1 =$ 6545328 je broj telefona stana u kojemu se nalazimo,
- $H_2 =$ 6545328 nije broj telefona stana u kojemu se nalazimo,

a događaj koji se dogodio je

$$A = \text{ nazvali smo 6545328 i dobili smo da je linija zauzeta.} \tag{3}$$

U nastavku rada ćemo dati model koji opisuje ovaj problem i daje odgovor na pitanje koliko smo sigurni da je 6545328 broj telefona stana kojega smo unajmili ako smo nazvali taj broj i dobili da je linija zauzeta. Jednostavnije, tražimo

$$P(H_1 \mid A) = \frac{P(A \mid H_1)P(H_1)}{P(A)}. \tag{4}$$

Kako bismo izračunali traženu vjerojatnost trebamo određene ulazne parametre. Korištenjem formule potpune vjerojatnosti vidimo da se vjerojatnost da je broj 6545328 zauzet, ako smo ga nazvali, može izračunati kao

$$P(A) = P(A \mid H_1)P(H_1) + P(A \mid H_2)P(H_2). \tag{5}$$

U prethodnoj formuli trebamo dvije uvjetne vjerojatnosti. Uvjetna vjerojatnost $P(A \mid H_1)$ opisuje vjerojatnost da je linija 6545328 zauzeta ako je nazovemo uz to da je 6545328

---

[1] Autori su s Fakulteta elektrotehnike i računarstva Sveučilišta u Zagrebu.

naš broj telefona. Ta vjerojatnost jednaka je 1 jer ako nazovemo sami sebe dobit ćemo zauzetu liniju. Vjerojatnost $P(A \mid H_2)$ opisuje mogućnost da je broj 6545328 zauzet ako smo ga nazvali, ali da to nije naš broj telefona. U opisu ove vjerojatnosti modelirat ćemo mogućnosti po kojima su brojevi zauzeti korištenjem dostupnih podataka za grad Zagreb. Taj model opisan je u trećem poglavlju. Osim uvjetnih vjerojatnosti, u prethodnoj formuli javlja se i početna razdioba kojom su dane vjerojatnosti hipoteza H_1 i H_2. Te vjerojatnosti opisuju kako smo zapravo zaboravili broj telefona koji nam je vlasnik stana rekao. Iz postojećih istraživanja o tome kako ljudi zaboravljaju brojeve telefona procijenit ćemo početnu razdiobu po hipotezama. Model koji opisuje početnu razdiobu dan je u drugom poglavlju. Osnova Bayesove formule je procjena neke početne razdiobe koju onda korigiramo nakon što dobijemo nove podatke. Ti novi podaci su upravo eksperiment koji smo proveli. U početku smo bili relativno nesigurni u to koji je broj telefona stana koji smo unajmili, ali nakon što smo nazvali taj broj i dobili da je zauzeto naše uvjerenje mora porasti jer smo došli od podatka kojega prije nismo imali. Taj porast našeg uvjerenja opisan je ovim modelom.

Kako zaboravljamo brojeve telefona?

Prilikom modeliranja ljudskog pamćenja broja telefona lako je pasti u napast te pamćenje telefonskog broja modelirati diskretnom binomnom slučajnom varijablom. Takav model pretpostavlja da prosječan ljudski um broj 6545328 pamti znamenku po znamenku te da su vjerojatnosti pamćenja prve, druge, treće pa sve do zadnje znamenke međusobno neovisne, jednake i iznose p, dok su vjerojatnosti zaboravljanja pojedine znamenke jednake $1-p$. U ovome modelu, broj je zapamćen ako su dobro zapamćene sve njegove znamenke.

$$P\begin{pmatrix}\text{zapamtili smo}\\ i\text{-tu znamenku}\end{pmatrix} = P(x_i) = p,$$

$$P\begin{pmatrix}\text{zapamtili smo}\\ \text{cijeli broj}\end{pmatrix} = P(x_1x_2x_3x_4x_5x_6x_7) = p\cdot p\cdot p\cdot p\cdot p\cdot p\cdot p\cdot = p^7.$$

Teži dio ovog modela je odrediti vjerojatnost da je znamenka dobro zapamćena. Iz iskustva znamo da ta vjerojatnost ovisi o broju znamenki koje moramo zapamtiti. Primjerice, ako prosječnoj osobi damo da zapamti broj 7 gotovo je sigurno da će ona zapamtiti taj broj pa možemo procijeniti da je $p \approx 0.95$. No, tu vjerojatnost ne možemo direktno ekstrapolirati na sedmeroznamenkasti broj. Primijenimo li vjerojatnost pamćenja jedne znamenke od 0.95 na sedmeroznamenkasti broj, dobijemo da je vjerojatnost da smo zapamtili broj 6545328 jednaka

$$P\begin{pmatrix}\text{zapamtili smo}\\ \text{cijeli broj}\end{pmatrix} = (0.95)^7 \approx 0.698 \tag{6}$$

za što iz iskustva znamo da je prevelika vrijednost. Ljudski um ne pamti nove informacije poput stroja, nego pamćenje olakšava najčešće nesvjesnim povezivanjem informacija u nešto smisleno — mnemotehnikom. Naprimjer, zada li se prosječnoj osobi broj 123365, može zapamtiti da su prve tri znamenke prva tri prirodna broja, a zadnje tri su jednake broju dana u godini. Rezultat toga je da je brojeve s jednom, dvije i tri znamenke vrlo lagano zapamtiti, dok je kod većih brojeva mnogo teže pronaći logičnosti i cijeli broj povezati u pamtljivu cjelinu.

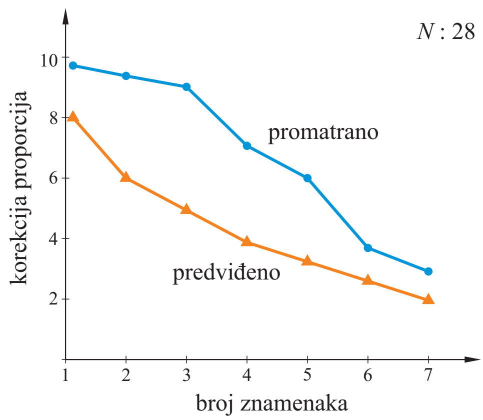
Pristupimo problemu s druge strane i zamislimo kako izgleda prvo prisjećanje telefonskog broja kojeg nam je netko rekao. Najčešće se sjećamo prvih četiri ili pet znamenki, a nismo sigurni kako broj završava. Bez anketiranja velikog broja ljudi nije moguće odrediti točan broj zapamćenih znamenki, niti vjerojatnost dobrog pamćenja onih oko kojih nismo sigurni. U nekom trenutku ipak treba pretpostaviti i voditi se vlastitom intuicijom. Pretpostavili smo da kada prosječna osoba pamti sedmeroznamenkasti broj, da točno pamti prvih pet znamenki, dok zadnje dvije opisuje diskretna binomna slučajna varijabla β $(n = 2, p = 0.5)$. To jest, da je za svaku od dvije zadnje znamenke vjerojatnost dobrog pamćenja $p = 0.5$. Taj model možemo opisati funkcijom

$$P(x_i) = \begin{cases} 1, & \text{za } 1 \leq i \leq 5 \\ 0.5 & \text{za } i = 6, 7 \end{cases} \tag{7}$$

Ovim modelom vjerojatnost pamćenja cijelog broja jednaka je

$$\begin{aligned} P\begin{pmatrix} \text{zapamtili smo} \\ \text{cijeli broj} \end{pmatrix} &= P(x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 x_6 x_7) \\ &= \prod_{i=1}^{7} P(x_i) \\ &= 1^5 \cdot 0.5^2 = 0.25 \end{aligned} \tag{8}$$

što je bliže našem osjećaju o tome kako ljudi pamte brojeve telefona. Poznato je psihološko istraživanje sa Sveučilišta Indiana u kojemu je 28 studenata psihologije sudjelovalo u istraživanju pamćenja telefonskih brojeva [3]. Studenti su pamtili niz znamenki dok su ih vršitelji eksperimenata ometali postavljajući im nekoliko pitanja, kako bi simulirali smetnje u pamćenju nekog broja. Vjerojatnost pamćenja broja ovisna o broju znamenki dobivena njihovim istraživanjem nalazi prikazana je na slici 1.



Slika 1. Vjerojatnost pamćenja cijelog broja u ovisnosti o broju znamenki od kojih se broj sastoji.

Na slici možemo vidjeti da u prosjek u pamćenju sedmeroznamenkastog broja populacije ispitanih studenata psihologije iznosi

$$P\begin{pmatrix} \text{zapamtili smo} \\ \text{cijeli broj} \end{pmatrix} \approx 0.23 \tag{9}$$

što je vrlo blizu procjene našeg jednostavnog modela u kojemu se ispravno pamti prvih 5 znamenki dok se zadnje dvije mogu pomiješati ili zaboraviti.

Koliko često je neki broj zauzet?

Kada smo ustanovili kolika je vjerojatnost da je broj telefona pogrešno upamćen, moguće je formulom potpune vjerojatnosti provjeriti kolika je vjerojatnost da linija pri pozivu na taj broj bude zauzeta. Formula potpune vjerojatnosti daje mogućnost razlaganja vjerojatnosti nekog događaja B, za koji bi možda bilo teško odrediti vjerojatnost, na niz hipotetskih događaja. Vjerojatnost događaja B tada se može interpretirati kao: umnožak vjerojatnosti pojavljivanja događaja B, ako je poznato da se ostvario neki hipotetski događaj i vjerojatnosti da se taj hipotetski događaj uopće pojavi.

U ovom primjeru vjerojatnost da je telefonska linija zauzeta u trenutku pozivanja rastavljena je na dva slučaja:

- Vjerojatnost da je linija zauzeta ako pozivamo ispravan telefonski broj što iskazujemo vjerojatnošću $P(A \mid H_1)$;
- Vjerojatnost da je linija zauzeta ako pozivamo pogrešan broj, tj. bilo koji drugi preostali sedmeroznamenkasti broj, što iskazujemo vjerojatnošću $P(A \mid H_2)$.

Uz svaku od prethodne dvije uvjetne vjerojatnosti idu i vjerojatnosti ostvarivanja pojedinih hipoteza. To su upravo vjerojatnosti da je broj ispravno upamćen (prvi slučaj) i vjerojatnost da broj nije ispravno upamćen (drugi slučaj). Ukupno to iskazujemo formulom

$$P(A) = P(A \mid H_1)P(H_1) + P(A \mid H_2)P(H_2). \tag{10}$$

Te dvije vjerojatnosti dobivene su procjenom na temelju znanstvenih istraživanja o načinu ljudskog pamćenja i objašnjene su u prethodnom poglavlju.

Uvjetna vjerojatnost u prvom slučaju je jednostavna. Ako je naš broj bio ispravno upamćen, telefonska linija će pri pozivu na taj broj sigurno biti zauzeta. Stoga je vjerojatnost zauzeća jednaka 1 ili

$$P(A \mid H_1) = 1. \tag{11}$$

Drugi slučaj opisuje vjerojatnost da je telefonska linija zauzeta ako pozivamo krivi broj telefona. U procjeni te vjerojatnosti potrebno je procijeniti sljedeće dvije vjerojatnosti. Kolika je vjerojatnost da je nasumičnom sedmeroznamenkastom broju pridružena telefonska linija, tj. da postoji taj broj telefona? Pod uvjetom da određeni broj postoji, kolika je vjerojatnost da je linija zauzeta u trenutku kada joj upućujemo poziv? Prethodne dvije vjerojatnosti su nezavisne, možemo modelirati jednu po jednu i uzeti njihov umnožak kao ukupnu vjerojatnost $P(A \mid H_2)$. Napominjemo, da u slučaju pozivanja nepostojećeg broja čujemo poruku “Birali ste broj koji se ne koristi!”.

Je li nasumičnom broju pridružena telefonska linija?

Kada upućujemo poziv na fiksnu telefonsku liniju unutar iste države najprije moramo upisati pozivni broj grada u koji upućujemo poziv, a nakon toga 7 znamenaka telefonskog broja koji želimo nazvati. Primjerice pozivni broj za područje Zagreba je 01, Splita 021, Šibenika 022 i slično. Za primjer ovog modela upisani broj bio bi (01) 6545328, jer se nalazimo na području grada Zagreba. Primjena modela na ostale gradove je direktna, uz procjene koje se tiču grada unutar kojega se primjenjuje model. Da bismo odredili vjerojatnost da je nasumično odabranom sedmeroznamenkastom broju pridružen postojeći telefonski broj, potrebno je procijeniti koliko fiksnih linija postoji u tom gradu s obzirom na broj stanovnika te koliko je varijacija sedmeroznamenkastih brojeva moguće imati kao telefonski broj s obzirom na pravila prema kojima se određuju telefonski brojevi. Pri tome koristimo formulu

$$P(\text{postoji linija}) = \frac{\text{ukupan broj korištenih telefonskih brojeva}}{\text{svi sedmeroznamenkasti brojevi}}. \tag{12}$$

Vjerojatnost da će sedmeroznamenkasti telefonski broj postojati određen je omjerom broja sedmeroznamenkastih brojeva koji se koriste kao telefonski i ukupnog broja sedmeroznamenkastih brojeva koji uopće mogu biti telefonski. Telefonski brojevi po pravilu ne smiju počinjati znamenkama 0, 1 i 9, jer su one rezervirane za posebne svrhe kao što su vojska, policija i slično. Osim tog ograničenja, koje se odnosi samo na prvu znamenku, sve ostale varijacije su dopuštene. To znači da na mjestu prve znamenke može biti 7 različitih znamenaka (2, 3, 4, 5, 6, 7, 8), a na mjestima ostalih 6 znamenka može biti bilo koja od 10 dekadskih znamenaka (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9). Prvu znamenku tada biramo na 7 načina, a ostalih 6 na 10 načina. Ukupni broj sedmeroznamenkastih brojeva koji se mogu koristiti kao telefonski je prema tome 7 000 000 kombinacija. Pozivni broj 01 koriste Grad Zagreb, Velika Gorica, Samobor, Zaprešić, Jastrebarsko, Vrbovec, Novska, Sveti Ivan Zelina, Sveta Nedelja, Ivanić Grad, Dugo Selo i općine Zagrebačke županije. Prema podacima Državnog zavoda za statistiku [4] nakon popisa stanovništva provedenog 2021. godine, na tim područjima nalazi se ukupno 1 071 150 stanovnika. Prema istraživanju objavljenom u članku za meanIT [5], fiksni telefonski priključak u Hrvatskoj koristi 1 326 702 korisnika. Hrvatska ima otprilike 1 640 000 kućanstava, ali ne koristi svako od njih fiksnu telefonsku liniju. Broju kućanstava koja koriste fiksnu liniju potrebno je također pridodati poduzeća, firme, obrte ili obiteljska gospodarstva koja koriste posebnu liniju za svoje poslovne usluge. Skalirajući ovaj broj fiksnih linija u cijeloj državi s brojem stanovnika u geografskom području u kojem se koristi pozivni broj 01, može se procijeniti da u tom području postoji 355 274 fiksne telefonske linije. Iz toga možemo procijeniti vjerojatnost da će krivi broj uopće postojati. Ta vjerojatnost jednaka je

$$P(\text{postoji linija}) = \frac{355\,274}{7\,000\,000} = 0.0507534, \tag{13}$$

što je otprilike jednako 5 % ukupnog broja linija od svih mogućih linija.

Ona odgovara omjeru korištenih fiksnih linija i ukupnog broja sedmeroznamenkastih brojeva koji se mogu koristiti kao telefonski.

Koliko često je telefonska linija zauzeta?

Sljedeći podatak koji je potrebno odrediti jest kolika je vjerojatnost da će prilikom poziva na postojeći telefonski broj linija biti zauzeta. Ovome problemu najlakše je pristupiti tako da se vjerojatnost zauzetosti broja protumači kao udio u danu, mjesecu ili godini koji prosječna osoba provede telefonirajući

$$P(\text{broj telefona je zauzet}) = \frac{t_{\text{prosječno minuta dnevno}}}{t_{\text{minuta u danu}}}. \tag{14}$$

Naravno, vrijeme u koje se poziva broj 6545328 ovdje igra veliku ulogu, jer nije jednaka vjerojatnost da će osoba razgovarati na telefon u 5 sati poslije podne ili u 5 sati u jutro. Ipak, pretpostavlja se da pozivatelju nije u cilju nekoga probuditi, pa zove broj 6545328 u razumno vrijeme. Stoga pretpostavljamo da se svi pozivi odvijaju u vremenu

$$t_{\text{minuta u danu}} = 20\text{ h} - 8\text{ h} = 12\text{ h} = 720\text{ min}. \tag{15}$$

Kako informaciju o prosječnom broja minuta u danu koje prosječni vlasnik telefonske linije provede telefonirajući imaju samo teleoperateri, ovu brojku potrebno je procijeniti.

Prilikom procjene moramo uzeti u obzir da su danas mobilni telefoni preuzeli ulogu fiksnih telefona pa se telefonima najviše koriste poduzeća, udruge i slične pravne osobe te starije osobe. Uzimajući u obzir da telefoni bolnica, obrtnika kod kojih se potrebno naručiti, javnih usluga i službi za korisnike rade gotovo bez prestanka, dok se kućanski telefoni koriste desetak minuta u danu, procjenjujemo da je

$$P(\text{broj telefona je zauzet}) = \frac{t_{\text{prosječno minuta dnevno}}}{t_{\text{minuta u danu}}} = \frac{20 \text{ min}}{720 \text{ min}} \approx 0.028. \tag{16}$$

Koliko mi je poziv na 6545328 pomogao?

Preostalo je još objediniti i interpretirati prethodno dobivene rezultate. Na temelju dobivenih rezultata iz psiholoških istraživanja u trećem poglavlju objašnjene su vjerojatnosti ispravnog pamćenja telefonskog broja i opisana je vjerojatnost da nasumično odabrani broj telefona postoji i da je zauzet. Razdioba koja opisuje vjerojatnosti da je 6545328 naš broj telefona jednaka je

$$P(H_1) \approx 0.23,$$
$$P(H_2) \approx 0.77,$$

a vjerojatnosti koje opisuju postojanje nasumično odabranog broja telefona te vjerojatnost da je isti zauzet jednake su

$$P(\text{postoji linija}) \approx 0.0507534,$$
$$P(\text{broj telefona je zauzet}) \approx 0.028.$$

Vjerojatnost da je nasumično odabran telefonski broj zauzet jednaka je umnošku vjerojatnosti da taj broj telefona postoji te da je u tom trenutku zauzet. Ovdje koristimo nezavisnost ta dva događaja. Ta vjerojatnost iznosi

$$P(A \mid H_2) \approx 0.0507534 \cdot 0.028 \approx 0.0014211, \tag{17}$$

Ukoliko smo ispravno zapamtili broj telefona i nazvali sami sebe, tada je vjerojatnost da je taj broj zauzet jednaka 1, tj.

$$P(A \mid H_1) = 1. \tag{18}$$

Procjena vjerojatnosti da je telefonska linija zauzeta u nasumičnom trenutku inicijalno se činilo kao težak problem. Međutim, razlaganjem problema na hipoteze i korištenjem uvjeta međusobne nezavisnosti pojedinih događaja, ta procjena postaje jednostavnija. Kao što je opisano u uvodnom poglavlju, koristeći formulu potpune vjerojatnosti, možemo izračunati vjerojatnost da će telefonska linija biti zauzeta prema sljedećem izrazu

$$P(A) = P(A \mid H_1)P(H_1) + P(A \mid H_2)P(H_2). \tag{19}$$

Uvrštavanjem prethodno izračunatih brojeva ta vjerojatnost jednaka je

$$P(A) = 1 \cdot 0.23 + 0.0014211 \cdot 0.77 \approx 0.2311. \tag{20}$$

Sada konačno možemo izračunati koliko možemo biti sigurni da je broj 6545328 uistinu broj telefona stana u kojem se nalazimo, nakon što smo pozvali broj i dobili glasovnu poruku da je naša linija zauzeta. Ta vjerojatnost iznosi

$$P(H_1 \mid A) = \frac{P(A \mid H_1)P(H_1)}{P(A)} = \frac{0.23 \cdot 1}{0.2311} \approx 0.9953. \tag{21}$$

Ovaj rezultat ukazuje na to koliko se vjerojatnost može promijeniti izvođenjem nekog eksperimenta. Vjerojatnost da smo ispravno upamtili sedmeroznamenkasti broj bila je otprilike 23 %, tj. bilo je višestruko izglednije da nismo zapamtili broj telefona nego da jesmo. Međutim, nakon što smo pozvali broj koji mislimo da je ispravan i dobili poruku da je linija zauzeta ta vjerojatnost postaje 99.53 %, tj. skoro pa smo stopostotno sigurni da smo ispravno zapamtili broj telefona. Razlog ovoj drastičnoj promjeni vjerojatnosti je upravo količina informacije koju smo saznali provođenjem eksperimenta te vrlo niskoj vjerojatnosti da nasumično odabrani broj postoji i da je zauzet u baš onda kada ga zovemo. Količina informacije pojedinačnog ishoda obrnuto je proporcionalna njegovoj vjerojatnosti, tj. što je vjerojatnost nekog ishoda manja, to je u njemu sadržana veća količina informacije koju saznajemo njegovom realizacijom. Nakon što smo dobili poruku da je pozvana telefonska linija zauzeta i dalje postoje dvije mogućnosti – da je linija zauzeta zato što smo pozvali vlastiti broj – (s vjerojatnošću 0.9953) i da je linija zauzeta zato što smo pozvali neki drugi postojeći telefonski broj koji je zauzet u tom trenutku (s vjerojatnošću 0.0047). Vjerojatnost da smo ispravno upamtili broj na početku (prije provođenja eksperimenta) bila je relativno malena, ali zbog činjenice da je iznimno malo vjerojatno da slučajno pozovemo broj koji postoji i zauzet je baš u tom trenutku, možemo zaključiti da broj gotovo sigurno nije zauzet zbog slučajno odabranog trenutka kada smo pozvali krivi broj, već da je zauzet zato što se stvarno radi o dobro zapamćenom broju telefona.

Procjena vjerojatnosti pamćenja broja napravljena je za najizgledniji scenarij, u skladu s rezultatima psiholoških istraživanja. Međutim, različiti pojedinci imaju različite načine pamćenja i postoje ljudi koji brojeve pamte bolje i lošije od drugih. U nastavku je prikazano kako za široki raspon vjerojatnosti da je broj ispravno upamćen, konačna vjerojatnost da se radi o našem broju ostaje otprilike ista i uvijek se radi o vjerojatnosti koja je bliska 1, tj. čak i uz jako malu vjerojatnost da smo ispravno zapamtili broj telefona, eksperiment koji provodimo je toliko informativan da smo nakon njega poprilično sigurni da smo ispravno zapamtili broj telefona. U tablici 1 možete vidjeti koliko se vjerojatnost da je 6545328 naš broj telefona nakon poziva mijenja u odnosu na vjerojatnost da je to naš broj telefona prije nego smo ga nazvali i vidjeli da je zauzet.

$P(H_1)$	$P(H_1 \mid A)$
0.05	0.9737
0.10	0.9874
0.15	0.9920
0.20	0.9943
0.23	0.9953
0.25	0.9958
0.30	0.9967
0.35	0.9974
0.40	0.9979
0.45	0.9983
0.50	0.9986

Tablica 1. Vjerojatnost da je 6545328 naš broj telefona nakon što smo nazvali sami 6545328 i vidjeli da je linija zauzeta u ovisnosti o vjerojatnosti da smo ispravno zapamtili broj telefona.

Zaključak

Cilj ovog primjera je pokazati koliko izražene posljedice ishod eksperimenta može imati na interpretaciju vjerojatnosti, tj. koliko su apriorna i aposteriorna interpretacija različite. Iako je vjerojatnost da smo upamtili broj prije poziva bila procijenjena na relativno malenu vrijednost, nakon provedbe eksperimenta pozivanja tog broja, za koji mislimo da je ispravan, ali nismo ni izbliza potpuno sigurni, dobili smo poruku da je broj koji smo nazvali trenutačno zauzet. Ta poruka u sebi nosi veliku količinu informacije, toliko veliku da se vjerojatnost da smo ispravno zapamtili broj u trenutku iz malo vjerojatne pretvara u gotovo sigurnu. Razlog velikoj količini informacija poruke da je broj zauzet je to što je vjerojatnost da nasumično odabrani broj telefona postoji mala, a vjerojatnost da u slučajno odabranom trenutku dan on zauzet zauzet još manja. Predlažemo vam da ovaj model primijenite na mobilnu mrežu u Hrvatskoj. Do određenih podataka o količini postojećih pretplatnika na određenoj mreži i vremena provedenog u razgovorima možete doći na internetu.

Literatura

[1] David J. C. MacKay, *Information Theory, Inference, and Learning Algorithms*, Cambridge University Press 2003.

[2] Neven Elezović, *Vjerojatnost i statistika*, Element 2018.

[3] John W. P. Ost, *A Laboratory Introduction to Psychology*, Academic Press 1969.

[4] *Državni zavod za statistiku, prvi rezultati popisa stanovništva* 2021, https://popis2021.hr/

[5] *Zastupljenost fiksnih telefonskih linija u Republici Hrvatskoj*, meanIT: https://www.meanit.hr/blog/clanak/koliko-se-u-hrvatskoj-koriste-usluge-fiksne-telefonije/