

Rješenje nagradnog natječaja br. 238

Nađi sve trojke pozitivnih cijelih brojeva (x, y, z) takve da je

$$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = p,$$

gdje je p prosti broj veći od 3.

Rješenje. Ovu jednadžbu možemo zapisati u ekvivalentnom obliku

$$(x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx) = p.$$

Kako je $x + y + z > 0$, mora biti $x + y + z = p$ i $x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx = 1$. Druga jednadžba je ekvivalentna s $(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2 = 2$. Bez smanjenja općenitosti možemo pretpostaviti $x \geq y \geq z$.

Ako je $x > y > z$ imamo: $x - y \geq 1$, $y - z \geq 1$ i $x - z \geq 2$ odakle bi bilo $x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx \geq 6 > 2$, što nije moguće.

Dakle, mora biti $x - 1 = y = z$ ili $x = y = z + 1$. Prost broj p je jednog od oblika $3k + 1$ ili $3k - 1$.

U prvom slučaju rješenje je $\left(\frac{p+2}{3}, \frac{p-1}{3}, \frac{p-1}{3}\right)$ i sve njegove permutacije.

U drugom je $\left(\frac{p+1}{3}, \frac{p+1}{3}, \frac{p-2}{3}\right)$ i sve njegove permutacije.

Knjigom Anđelko Marić, *Trokat*, Element, 2007., nagrađeni su rješavatelji:

1. *Marko Dodig* (3), Gimnazija Lucijana Vranjanina, Zagreb;
2. *Filip Krištić* (1), Opća realna gimnazija – KŠC “Sv. Josip”, Sarajevo, BiH;
3. *Zerima Sirću* (4), Gimnazija “Visoko”, Visoko, BiH.

Riješili zadatke iz br. 3/287

a) Iz matematike: *Borna Cesarec* (4), Srednja škola Krapina, Krapina, 3857; *Marko Dodig* (3), Gimnazija Lucijana Vranjanina, Zagreb, 3847–3851, 3853–3860.

b) Iz fizike: *Karla Belec* (8), OŠ Mate Lovraka, Zagreb, 498–501; *Franko Doričić* (8), OŠ Mate Lovraka, Zagreb, 498–501; *David Pongrac* (8), OŠ Mate Lovraka, Zagreb, 498–501; *Maja Unetić* (8), OŠ Mate Lovraka, Zagreb, 498–501; *Borna Cesarec* (4), Srednja škola Krapina, Krapina, 1777, 1782; *Marko Dodig* (3), Gimnazija Lucijana Vranjanina, Zagreb, 1777, 1779, 1781, 1782.

Nagradni natječaj br. 240

Dokaži da ne postoji funkcija $f : \mathbb{Z} \rightarrow \{1, 2, 3\}$ koja zadovoljava uvjet $f(x) \neq f(y)$ za sve $x, y \in \mathbb{Z}$ takve da je $|x - y| \in \{2, 3, 5\}$.

SVIM SURADNICIMA

U Matematičko-fizičkom listu objavljuju se članci iz matematike, fizike i informatike, s malim prilogom iz astronomije, zadatci i rješenja, prikazi natjecanja i ljetnih škola iz matematike i fizike, zanimljivosti u obliku članaka i zadataka od učenika, profesora i ostalih matematičara i fizičara, novosti iz znanosti, prilozi o državnoj maturi i nagradni natječaj.

Prilozi trebaju biti napisani računalom (Word, Tex, Latex) ili pisačim strojem.

Slike trebaju biti jasno nacrtane na posebnom papiru i pogodne za presnimavanje ili pošaljite slike crtane računalom (eps, jpg, png i sl.).

Članci neka ne budu dulji od osam stranica, a ako je to potrebno neka budu napisani u nastavcima.

Pozivaju se učenici da pošalju članak o nekoj zanimljivoj temi, originalne zadatke s rješenjima ili prikaze nekih manifestacija (ljetne škole, susreti učenika, rad školske grupe).

Kako se rukopisi ne vraćaju, sačuvajte original, a pošaljite kopiju na papiru formata A-4.

Svi rukopisi podliježu recenziji redakcije ili neke stručne osobe za određeno područje.

Prilozi se šalju na adresu ovog časopisa koja je na početku lista.

RJEŠAVATELJIMA ZADATAKA

Svako rješenje neka bude napisano na **posebnom** papiru i to samo na **jednoj** strani papira. Uz svako rješenje na vrhu papira treba potpuno ispisati tekst zadatka. Svako rješenje treba čitljivo potpisati (ime i prezime), naznačiti razred, školu i mjesto. **Rješenja se mogu slati i e-poštom na adresu glavnog urednika: zeljko.hanjs@math.hr**

Matematičko-fizički list na Facebooku

Možete pronaći MFL i na Facebooku na stranici

<https://www.facebook.com/MatFizL>

Uz razno-razne podatke o MFL-u moći ćete naći i nove zadatke za rješavanje.