

*Doc. dr. sc. Marko Kolaković*

*Mr. sc. Ilko Vrankić*

## TEORIJA KAOSA

## THEORY OF CHAOS

---

**SAŽETAK:** Uz radu su iznesene temeljne hipoteze o fenomenologiji kaosa i temeljne postavke teorije kaosa ili kaosologije koja predstavlja novo konceptualno i metodološko oruđe za razumijevanje iznenađujuće kompleksnog ponašanja naoko jednostavnih struktura. Nakon sustavnog prikaza povijesnog razvoja te nove teorije opisane su mogućnosti njezine primjene u društvenim znanostima: politologiji, sociologiji, socijalnom radu, demografiji i sl. Posebna pažnja posvećena je mogućnosti primjene teorije kaosa u ekonomiji gdje su do njezine pojave različite nepravilnosti varijabli, kao što su BDP, zapošljavanje, kamate, devizni tečajevi ili burzovni indeksi općenito bile pripisivane nasumičnim šokovima. Mogućnost objašnjenja takvih događanja i determiniranja, makar jednostavnih determinističkih kaotičnih modela kako bi se mogle predvidjeti takve pojave, predstavlja značajne mogućnosti primjene teorije kaosa u mikroekonomskoj i makroekonomskoj analizi.

**KLJUČNE RIJEČI:** deterministički kaos; teorija kaosa; nelinearna dinamika; efekt leptirovih krila; fraktali.

**SUMMARY:** In this paper authors give basic hypothesis about the phenomenology of chaos and basic assumptions of the new Theory of chaos or the Chaosology which represents new conceptual and methodological tools for the understanding of surprisingly complex behavior of apparently simple structures. After the systematic description of historical development of this new theory the possibility of her usage in social sciences like: political science, sociology, social work, demography etc. are described. The special attention has been dedicated to the possibility of usage of the Theory of chaos in the economy where till its appearance many different irregularities to the variable like: GDP, employing, interests, currency exchange rates or stock-exchange indexes generally have been attributed to random shocks. The possibility of explanations of such developments and determining despite the simple deterministic chaotic models in order to predict such phenomenon represents significant possibilities of usage of Theory of chaos in micro- and macroeconomic analysis.

**KEY WORDS:** The deterministic chaos; Theory of chaos; The nonlinear dynamics; Butterfly effect; Fractals

---

## 1. UVOD - FENOMENOLOGIJA KAOSA

U posljednjem stoljeću znanstvena istraživanja zakonitosti prirode urodila su brojnim velikim otkrićima i uspjesima na mnogim područjima. Međutim unatoč tome mnogi znanstveni problemi, pa čak i neki razmjerno jednostavni, ostajali su gotovo potpuno nerazjašnjeni. Općenito se može reći da se znanstvenici, otkada se bave proučavanjem zakona prirode, suočavaju s njezinom nepravilnom, nepredvidljivom i nestalnom stranom. Međutim njihova pažnja bila je fokusirana isključivo na linearnost. Dinamične sustave opisivali su kao slučajne i nepredvidljive. Jedine sustave koje su znanstvenici tijekom prošlosti spoznali i definirali bili su linearni, tj. sustavi koji su slijedili predvidljive obrasce i šablone. Linearne jednadžbe, linearne funkcije, linearna algebra i linearno programiranje područja su koja je ljudska vrsta uspješno savladala. No problem nastaje u odnosu na činjenicu što svijet u kojem živimo nije niti približno linearan već se slobodno može tvrditi da je nelinearan.

Usljed toga su brojne pojave koje se nisu uklapale u linearne zakone ostajale zanemarene. Osobito se to odnosi na neke aspekte nepravilnih gibanja, kakve su na primjer klimatske promjene, turbulentne pojave u atmosferi, varijacije brojnosti pojedinih biljnih i životinjskih vrsta, nelinearna epidemiologija nekih zaraznih bolesti, iznenadne mutacije virusa, oscilacije u radu srca i mozga, demografske promjene, nelinearni socijalni, ekonomski ili politički fenomeni i sl.

Primjer jednoga takvog nelinearnog sustava predstavlja vrijeme, odnosno vremenska prognoza. Da bi se napravila dugoročna vremenska prognoza, bilo bi neophodno uzeti u obzir bezbroj različitih podataka i čimbenika, što međutim nije moguće učiniti. I kada bi to bilo izvedivo, dugoročna vremenska prognoza bila bi nemoguća. Razlog tome leži u činjenici što je atmosfera kaotičan sustav. Sitne vremenske nepravilnosti i nepredviđene promjene u atmosferi ruše mogućnost svake dugoročne prognoze te ometaju i točnost kratkoročne prognoze.

Sljedeći sustav unutar kojega je očita ovisnost o početnim uvjetima jest bacanje novčića. Kod bacanja novčića postoje dvije varijable: koliko je vremena potrebno da kovanica padne na tlo te koliko je brzo okretanje same kovanice. Teoretski bi trebalo biti moguće kontrolirati navedene varijable te predvidjeti na koju će se stranu kovanica okrenuti. No u praksi je nemoguće točno kontrolirati kako brzo i koliko visoko će se novčić okretati. Moguće je smjestiti varijable unutar određenog raspona, ali nemoguće ih je kontrolirati u tolikoj mjeri da sa sigurnošću možemo predvidjeti konačan rezultat bacanja novčića.

Sličan se problem javlja u ekologiji u predviđanju biološke populacije. Jednadžba bi bila jednostavna kad bi populacija rasla linearno, ali utjecaj grabežljivaca i ograničeni izvori hrane utječu na netočnost same jednadžbe.

Takve i slične promjene bile su uzimane kao slučajne i nepredvidive sve dok 1970-ih godina prošloga stoljeća neki američki i europski znanstvenici nisu počeli istraživati te prirodne fenomene. Brojni stručnjaci iz fizike, biologije, kemije, matematike, psihologije, ekonomije i drugih znanstvenih disciplina počeli su proučavati vezu između različitih vrsta nepravilnosti. U prirodnim znanostima počele su se otkrivati dotad neslućene zakonitosti nelinearnih procesa koje su mogle dati znanstveno utemeljene odgovore na mnoga nerije-

šena pitanja, kakva su na primjer meteorološke i klimatske pojave, epidemiološke pojave, makroekonomski procesi, burzovni slomovi i sl.

Analizom nelinearnih dinamičkih jednadžbi matematičari su uspjeli dublje prodrijeti u složenu matematičku strukturu kaotičnih pojava. Fiziolozi su pronašli začuđujući red u nepravilnim otkucajima ljudskog srca, ekolozi su prepoznali zakonitosti iznenadnih povećanja i smanjenja raznih bioloških populacija, ekonomisti su uvidjeli da su se velike ekonomske krize i depresije ipak javljale u nekim logičnim vremenskim razmacima, politolozi su otkrili velike nepravilnosti i nezakonitosti u klasičnim anketama javnog mnijenja itd.

Novi način rezoniranja otvorio je nove vidike u dotad nepoznati svijet prirode i društva. Znanstvenici su shvatili da je taj danas široko rasprostranjeni kaos ipak nešto što se na neki način može determinirati<sup>1</sup>. Deterministički kaos postao je odgovor na brojna pitanja i razloge zbog kojih nije moguće izraditi dugoročna predviđanja oko toga kako će se neki sustav u budućnosti ponašati. Tako se u znanstvenom smislu termin kaos počeo koristiti za opis statističkih događaja u kojima se ipak može predvidjeti određeni stupanj vjerojatnosti ishoda.

## 2. TEORIJA KAOSA

U posljednjih dvadeset godina fenomen kaosa i nelinearne dinamike prerastao je u pravu znanstvenu disciplinu, *teoriju kaosa* ili *kaosologiju* koja predstavlja novo konceptualno i metodološko oruđe za razumijevanje iznenađujuće kompleksnog ponašanja naoko jednostavnih struktura i služi za opisivanje fizikalnih sustava s velikim brojem stupnjeva slobode.

Teorija kaosa ili *teorija determinističkog<sup>2</sup> kaosa*, kako glasi njezin puni naziv, koji preciznije naglašava da se tu ne radi o nekakvoj totalnoj anarhiji već o složenom sustavu isprepletenosti pravilnosti i nepravilnosti, postala je tako nova brzorazvijajuća znanstvena disciplina. Ona se temelji na proučavanju područja nelinearne dinamike. Teorija kaosa povezana je s uporabom brojnih specijalno razrađenih stohastičkih i matematičkih metoda visokog stupnja formalizacije i sofisticiranih kompjutorskih programa za analizu nelinearnih pojava. Upravo je razvoj informacijske i komunikacijske tehnologije doveo do toga da se teorija kaosa iz opskurnih početaka sedamdesetih godina danas vinula do možda najizazovnijeg područja znanstvenog istraživanja. Širenje spoznaja i razmjena informacija o teoriji kaosa bez sumnje je intenzivirano pojavom Interneta.

Bitna područja na koja kaosolozi u sklopu proučavanja teorije kaosa pokušavaju iznaći odgovore, odnose se i na ova pitanja:

1. Zašto se neko regularno, determinističko ponašanje odjednom pretvara u kaotično?
2. Koji su to kvalitativni i kvantitativni čimbenici koji izazivaju tu transformaciju?

<sup>1</sup> Riječ kaos dolazi od grčke riječi *chaos* i povezuje različite pojmove kao što su nered, zbrka, gungula, metež, nemir, previranje, nepredvidljivost, uzburkanost, turbulencija i sl.

<sup>2</sup> *Determinizam* je filozofsko uvjerenje da je svaki događaj ili akcija neizbježan rezultat prethodnih događaja i akcija, stoga se, barem načelno, svaki događaj ili akcija može predvidjeti unaprijed ili rekonstruirati unatrag. Prema determinističkom promišljanju razvoj svemira možemo usporediti s radom savršenog stroja, isključujući i djelić slučajnosti ili odstupanja od unaprijed određenih zakona.

3. Kako se mijenja ponašanje nelinearnih sustava ako dođe do promjene nekog dinamičkog čimbenika?
4. Kako možemo utvrditi da je neki sustav kaotičan te kako determinirati parametre koji pokazuju obujam promjene?
5. Kako predvidjeti buduća kretanja takvih kaotičnih sustava?

U svojem izvornom obliku teorija kaosa bila je utemeljena je na zakonitostima fundamentalne fizike, ali teorija kaosa pokazuje neka univerzalna svojstva, tako da se, uz izvjesne modifikacije, može primijeniti i na široko područje društvenih znanosti i na mnoga druga disciplinarna područja.

### 3. POIMANJE KAOSA I NELINEARNE DINAMIKE

Nazočnost kaotičnih sustava u prirodi ograničava ljudske sposobnosti primjene determinističkih fizičkih zakona za predviđanje budućih kretanja s nekim značajnijim stupnjem sigurnosti. Kad se promatra uzročno-posljedično, kaotično se ponašanje zbiva iznenadno i slučajno, i to najčešće pod utjecajem složenih čimbenika. Tako složeni oblici ponašanja svojstveni su kompleksnim sustavima s mnogo stupnjeva slobode. Međutim kaotično ponašanje javlja se i kod jednostavnih sustava s malim brojem stupnjeva slobode koji su po prirodi deterministički. Ključni element za razumijevanje novih trendova u znanosti svakako je pojam nelinearnosti, dok se disciplina koja se bavi proučavanjem nelinearnog ponašanja naziva nelinearna dinamika. To specifično disciplinarno područje istražuje dinamična ponašanja (ponašanja koja se zbivaju u vremenskim nizovima) nelinearnih sustava.

Nelinearni sustavi su takvi sustavi čije su vremenske evolucijske jednadžbe nelinearne, što znači da se dinamičke varijable koje opisuju osnovna svojstva takva sustava (poziciju, akceleraciju, diseminaciju i sl.) pojavljuju u jednadžbama koje imaju nelinearni oblik.

Ako se parametar koji opisuje linearni sustav mijenja, mijenja se i frekvencija i amplituda rezultirajućih oscilacija, ali kvantitativna priroda ponašanja sustava u biti ostaje ista. Međutim u nelinearnim sustavima i neznatne promjene parametara vode iznenadnim i dramatičnim promjenama i u kvalitativnom i kvantitativnom smislu. Postavlja se logičko pitanje: Zašto je nelinearnost toliko bitno svojstvo prirodnih i društvenih sustava? U sklopu toga valja napomenuti da je većina realnih sustava nelinearna u većem ili manjem opsegu te da klasični linearni odnosno deterministički sustavi u stvarnosti rijetko egzistiraju.

Prilikom proučavanja dinamičkih sustava jako je važan pojam stabilnosti sustava s obzirom na male promjene ili perturbacije. Ideja strukturalne stabilnosti iznimno je važna i u ekonomskim primjenama. Uzmimo da sustav diferencijalnih jednadžbi opisuje ekonomska zbivanja. U pravilu sam je sustav samo model stvarnosti, određene ograničavajuće pretpostavke, aproksimacije i eksperimentalne pogreške svakako su nazočne. Zapravo model je samo osakaćeni prikaz zbilje, a njegovo ponašanje tek je gruba aproksimacija realnosti. Ako dinamički sustav o kojem govorimo nije strukturalno stabilan, i najmanje će zamislive pogreške i aproksimacije načinjene u modelu s velikom vjerojatnošću dramatično izmijeniti njegovo ponašanje. Drugim riječima, rješenje sustava diferencijalnih jednadžbi bit će nestabilno. S druge strane, ako dinamički sustav koji je u pitanju jeste strukturalno stabilan, male pogreške aproksimacija i eksperimenta neće gotovo uopće utjecati na

njegovo ponašanje. To nipošto ne znači da su samo strukturalno stabilni sustavi zanimljivi, naprotiv većina je problema koji se u ekonomiji pojavljuju strukturalno nestabilne naravi.

Za predodžbu kaosa sasvim je dovoljno tek poznavanje temeljnih matematičkih pojmova, barem u slučaju jednodimenzionalnih dinamičkih sustava. Budući da bismo bez tih pojmova ipak ostali samo na mutnim priviđenjima, dat ćemo njihov pregled.

Neka je  $V$  podskup skupa realnih brojeva,  $V \subset \mathbb{R}$ . Za podskup  $S$  skupa  $V$ ,  $S \subset V$ , kažemo da je gust u  $V$  ako je  $V$  njegov zatvarač. Primjerice, skup je racionalnih brojeva gust u skupu realnih brojeva.

Nadalje, za preslikavanje  $f: V \rightarrow V$  i točku  $x \in V$  označimo sa  $f^n(x)$   $n$ -terostruku kompoziciju funkcije  $f$  u točki  $x$ . Dakle,  $f^0(x) = x$  i  $f^n(x) = f[f^{n-1}(x)]$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

Skup točaka  $O^+(x) = \{f^n(x) : n \in \mathbb{N}_0\}$  zvat ćemo orbitom točke  $x$ . Točka  $x$  periodička je točka perioda  $n$ , ukoliko je  $f^n(x) = x$  za neko  $n \in \mathbb{N}$ .

Preslikavanje  $f: V \rightarrow V$  topološki je tranzitivno ako za bilo koji par otvorenih podskupova  $O, P \subset V$  postoji  $k > 0$  takvo da vrijedi  $f^k(O) \cap P \neq \emptyset$ . Intuitivno, topološki tranzitivno preslikavanje ima točke koje iteracijama prelaze iz jedne proizvoljno male okoline u drugu, stoga se dinamički sustav ne može rastaviti na dva disjunktna otvorena podskupa invarijantna s obzirom na preslikavanje  $f$ . Primijetimo da je preslikavanje koje ima gustu orbitu svakako topološki tranzitivno.

Za preslikavanje  $f: V \rightarrow V$  kažemo da je osjetljivo na početne uvjete ako postoji  $\delta > 0$  takav da za bilo koji  $x \in V$  i proizvoljnu okolinu  $N$  točke  $x$  postoji točka  $y \in N$  i  $n \geq 0$  takvi da vrijedi  $|f^n(x) - f^n(y)| \geq \delta$ . Intuitivno, preslikavanje je osjetljivo na početne uvjete ako postoji točka  $y$  proizvoljno blizu točke  $x$  koja će se iteracijama udaljiti od  $x$  barem za  $\delta$ . Naglasimo da se za preslikavanje osjetljivo na početne uvjete neće nužno sve točke blizu  $x$  iteracijama od nje udaljiti, već barem po jedna iz svake okoline točke  $x$ .

Dinamika takvih preslikavanja razlog je nevjerodostojnosti numeričkih proračuna za bilo kakve praktične svrhe. Male pogreške u računanju, nastale zbog mjerne netočnosti, mogu se enormno povećati. Rezultati numeričkog proračuna orbite, bez obzira na moć računala, ne moraju imati nikakav stupanj slaganja sa stvarnom orbitom.

Mnoge su moguće definicije kaosa u dinamičkim sustavima. Navest ćemo jednu, primjenjivu u velikom broju važnih primjera.

Preslikavanje  $f: V \rightarrow V$  kaotično je na  $V$  ako je:

1. osjetljivo na početne uvjete
2. topološki tranzitivno i
3. skup periodičkih točaka gust u  $V$ .

Već je i tako jednostavno definirano preslikavanje  $f: S^1 \rightarrow S^1$ ,  $f(\theta) = 2\theta \bmod 2\pi$ , gdje je  $S^1 = ]0, 2\pi]$ , koje opisuje udvostručenje kuta, kaotično. Kaotično preslikavanje posjeduje dakle tri svojstva: nepredvidljivost, nerazložnost i element regularnosti. Kaotični je sustav nepredvidljiv zbog osjetljivosti na početne uvjete. Ne da ga se razbiti na dva podsustava koja nisu u međudjelovanju zbog topološke tranzitivnosti. Pa ipak, usred ovakva ponašanja nailazimo i na element regularnosti, naime periodičke točke koje su guste.

## 4. EMPIRIJSKA ISTRAŽIVANJA DETERMINISTIČKOG KAOSA

Isaac Newton, koji je živio prije tri stotine godina u Engleskoj, najtješnje se povezuje s utemeljenjem determinizma kao jezgre moderne znanosti. Newton je otkrio kratak i jasan skup zakona za koje je dokazao kako mogu s velikim stupnjem točnosti predvidjeti gibanje u zapanjujuće širokom spektru sustava. Vrijednosti mjerenja u zadanom početnom vremenu nazivaju se početnim uvjetima toga sustava. Isti početni uvjeti uvijek proizvode identičan rezultat. Jedan je od osnovnih zakona eksperimentalne znanosti da niti jedno stvarno mjerenje nije točno već nužno uključuje stupanj mjerne netočnosti. Prisuće mjerne netočnosti u dinamici znači da prilikom proučavanja bilo kojeg sustava ne možemo točno odrediti početne uvjete. Netočnost prisutna u početnim uvjetima sustava dovodi do odgovarajuće netočnosti, ma kako male, u čitavom spektru predviđanja budućnosti ili rekonstrukcije prošlosti. Netočnost dinamičkih rezultata ne proizlazi iz kakve slučajnosti u jednadžbama gibanja jer su one potpuno determinističke već iz odsuća točnosti početnih uvjeta.

Povijesno gledajući, teorija kaosa počiva na pionirskom proučavanju nelinearne dinamike koja započinje istraživanjima francuskog matematičara i fizičara Julesa Henria Poincaréa na prijelazu iz 19. u 20. stoljeće. Za određene je astronomske sustave Poincaré primijetio da narušavaju pravilo kako povećanje točnosti početnih uvjeta uvijek na odgovarajući način povećava točnost konačnih predviđanja. Poincaré je za tri ili više svemirskih tijela u međudjelovanju pokazao da vrlo mala netočnost početnih uvjeta može u vremenu narasti do golemih razmjera. Dokazao je da ovo "napuhavanje" malih netočnosti početnih uvjeta do enormnih netočnosti konačnih predviđanja ostaje i kada se početne netočnosti svedu na najmanju moguću veličinu.

Srž Poincaréove matematičke analize leži u dokazu tvrdnje da za složene sustave jedini način donošenja predviđanja bilo kojeg stupnja točnosti uključuje navođenje početnih uvjeta potpune točnosti. Krajnju osjetljivost na početne uvjete prisutnu u sustavima koje je proučavao Poincaré nazivamo dinamičkom nestabilnošću ili jednostavno kaosom.

Prvi pravi istraživač teorije kaosa bio je meteorolog Edward Lorenz, koji je 1960-ih godina na Tehnološkom institutu u Massachusettsu radio na problemu prognoze vremena. Lorenz je kreirao računalni program sa setom od 12 jednadžbi kako bi modelirao promjene vremena. Međutim umjesto dugoročno točne vremenske prognoze otkrio je uznemirujuću činjenicu da gomilanje podataka i varijabli, poput brzine vjetera, tlaka zraka, vlage, temperature i atmosferskih promjena, neće povećati točnost dugoročne vremenske prognoze. Shvatio je da će, koliko god on podataka prikupio, dugoročnija vremenska prognoza gotovo uvijek biti netočna. Razlog je, zaključio je, u tome što su dinamički sustavi poput vremena sastavljeni od previše međusobno povezanih varijabli ili međudjelujućih elemenata koji su krajnje osjetljivi na inicijalne uvjete.

Jednoga dana 1961. godine želio je provjeriti određenu vremensku prognozu ponovno te, kako bi uštedio vrijeme, započeo je u sredini simulacije umjesto otpočetka. Nakon obrade podataka prognoza vremena izgledala je drugačije! Umjesto jednakog rezultata kao i otprije, sekvenca je značajno divergirala. Na kraju je shvatio što se dogodilo. Pri prvoj simulaciji u računalu je pohranio brojeve do šest decimala, a pri ponovnom pokušaju utipkao je samo prve tri decimale. Prema svim konvencionalnim idejama toga vremena trebao je dobiti prognozu izrazito blisku prvobitnoj. Međutim na kraju je prognoza izgle-

dala izrazito drugačije od originala. Time je Lorenz pokazao kako nije točna pretpostavka da daljnje decimalne nemaju značajan utjecaj na ishod te kako ih se može zanemariti. Otkrio je dakle kako pokretanje računalne simulacije s inputima samo malo drugačijima od prvobitnih uzrokuje vremensku prognozu izrazito drukčijom od početne, što znači da u složenim, nelinearnim sustavima, mala promjena u vrijednosti inputa može uzrokovati velike promjene u vrijednosti outputa.

S obzirom na složenost sila i procesa koji utječu na oblikovanje vremena, i danas je nemoguće predvidjeti vrijeme dalje od kratkog vremenskog razdoblja. Najsnažnije računalo za prognoziranje vremena na svijetu procesira 400 milijuna operacija svake sekunde. Ako se u njega svakoga dana unese 100 milijuna različitih vremenskih mjera iz raznih krajeva svijeta, i takvo snažno računalo može izvesti prognozu samo za deset dana. Pa ipak nakon dva do tri dana te prognoze postaju upitne, a nakon šest ili sedam dana postaju potpuno neodgovarajuće.

Lorenz je dokazao da su dinamički sustavi doista određeni svojim uzrocima. Kad bismo uistinu bili u mogućnosti znati apsolutno točno sve uzroke, mogli bismo predvidjeti budućnost tih sustava. No broj utjecaja koji utječu na neki dinamičan sustav, i koje je otkrio Lorenz, zapravo je beskonačan, tj. takvi su sustavi osjetljivi toliko da na njih može utjecati i nešto naoko sasvim beznačajno.

Tu finu ovisnost o početnim uvjetima istraživači kaosa nazvali su *Efekt leptirovih krila* (eng. *butterfly effect*). Razlika među početnim točkama dviju krivulja toliko je malena da se može usporediti mahanjem leptirovih krila. Slikovitim primjerom taj se efekt može prikazati kao kad leptir u Brazilu zamahne krilima i pritom proizvede malene turbulencije zraka koje će nakon određenog vremena uzrokovati tornado na Floridi ili spoznajom da će leptir koji je danas uznemirio zrak u sjevernoj Africi sljedeći mjesec izazvati olujne oblake i "pješčanu" kišu iznad Zagreba.

Nakon Lorenzova otkrića brojni istraživači spremno su prionuli pre/ispitivanju svakovrsnih naoko poznatih dinamičkih sustava u prirodnim znanostima. Taj ih je rad doveo do promijenjenog pogleda na prirodu i stvarnost. Iznenađujuće velikom brzinom pomaknuli su se od svojega tradicionalnog determinističkog modela proučavanja prirode kao reda prema proučavanju prirode kao kaotičnog sustava, iako se nisu odmah složili kako taj kaos definirati.

Matematička pozadina Lorenzovog modela atmosferskih zbivanja intenzivno se proučavala sedamdesetih godina prošloga stoljeća. Pokazalo se da taj jednostavni model vremenskih prilika opisuje jedan kaotičan sustav. Čini se kako prisuće kaotičnih sustava u prirodi ograničava našu sposobnost da determinističke zakone primijenimo za predviđanje gibanja bilo kojeg stupnja točnosti. Otkriće kaosa po svoj prilici ukazuje da se slučajni procesi kriju u jezgri svakoga determinističkog modela svijeta.

Jedno je od najzanimljivijih pitanja u proučavanju kaotičnih sustava: može li prisuće kaosa zapravo proizvesti pravilne strukture i uzorke u dužem razdoblju. U zadnje su vrijeme neki znanstvenici počeli vjerovati kako je upravo prisuće kaosa ono što svemiru podaruje putokaz kroz vrijeme, nepovratan tijek iz prošlog ka budućem. Kako je izučavanje kaosa ušlo u svoje drugo stoljeće, pitanje je li svemir uistinu deterministički određen još je uvijek otvoreno i nesumnjivo će takvo i ostati bez obzira na sve veće razumijevanje dinamike kaotičnih sustava.

## 5. PRIMJENA TEORIJE KAOSA U DRUŠTVENIM ZNANOSTIMA

Teorija determinističkog kaosa u društvenim znanostima isprva se počela primjenjivati u politologiji i to u sklopu ispitivanja senzibiliteta javnog mnijenja u tijeku predizbornih kampanja u SAD-u. Iako su počeci takvih istraživanja javnog mnijenja zabilježeni još u 19. stoljeću, pravi zamah znanstvenog istraživanja javnog mnijenja datira od početka šezdesetih godina 20-og stoljeća kad se ta vrsta empirijskih nalaza počela ekstenzivno primjenjivati u predizbornim kampanjama. Danas su izbori izvrstan primjer kaosa odnosno efekta leptirovih krila gdje su razlozi zbog kojih birač glasuje za neku stranku ili pojedinca vrlo osjetljivi i promjenjivi.

Teorijom kaosa bave se i sociolozi koji proučavaju anomalije koje izazivaju znanstvene revolucije. Teoretičari kaosa tvrde da se te anomalije mogu protumačiti kao deterministički kaotični transferi koje dovode u fokus novu paradigmu. Takva nova razmišljanja sociologa bila su u oštroj suprotnosti tradicionalnom shvaćanju da znanost napreduje nadograđivanjem znanja odnosno dodavanjem svakog novog otkrića prethodnome. Naglasak je dan na kontrastu između onoga što znanstvenici rade, obrađujući priznate, razumljive probleme unutar svojih disciplina, i iznimnog, neortodoksnog rada potrebnog za znanstvene revolucije. Stvarnost je pokazala da su znanstvenici danas prestali biti savršeni racionalisti. Na raspolaganju imaju širok arsenal različitih metoda i tehnika istraživanja i zahvaćanja kompleksnih društvenih pojava i procesa što im omogućuje razvitak novih eksperimentalnih znanstvenih disciplina.

Teorija determinističkog kaosa sve se više rabi i u mnogim drugim aplikativnim sociološkim znanostima. Npr. u socijalnom radu gdje su istraživači na temelju longitudinalnih praćenja vremenskih nizova primijetili neobične promjene u ponašanju pacijenata tijekom terapijskog procesa (npr. kod PTST-sindroma). Primjenom specijalnih analitičkih postupaka za mjerenje kaosa istraživači su dokazali prisutnost kaotičnih režima i u okviru obiteljskog sustavnog pristupa u tijeku liječenja alkoholizma pojedinih članova obitelji.

U posljednje vrijeme brojna se istraživanja vrše i u primjeni teorije determinističkog kaosa u kompleksnom metodskom pristupu u proučavanju ponašanja neke zajednice u tijeku kriznih ili katastrofičnih događaja koji mogu pokrenuti kaotičnu dinamiku (npr. poznata zbivanja 11. rujna 2001. u New Yorku). Cilj znanstvenika je bolje pružanje stručne pomoći zajednici kako cijeli sustav te zajednice ne bi došao do stanja potpune reorganizacije i anarhije. Posebnim tehnikama osnaživanja i pokretanja socijalnih akcija u zajednici i za zajednicu sociolozi su pospjeli procese njezina organiziranja i ojačali socijalnu mrežu kontakata uvođenjem različitih tzv. suzaštitnih i samozaštitnih skupina.

Vidljivo je dakle da znanost o determinističkom kaosu sve više utječe na brojne poznate sociološke i psihološke teorije. Mnogi teoretičari iz društvenih i politoloških znanosti drže da je teorija kaosa pogodna za istraživanje i evaluaciju prakse u tim disciplinama jer nudi brojne mogućnosti dubljeg razumijevanja načina na koji se socijalni i politički sustavi mijenjaju i razvijaju u skladu s kaotičnim okruženjem. Teorija kaosa također ima veliku vrijednost za istraživače i praktičare, jer se pomoću specifičnih metoda i tehnika kvantifikacije kaosa u društvenim i politološkim znanostima te u mnogim aplikativnim disciplinama, mogu s većom točnošću predvidjeti kretanja sustava te ublažiti njegove negativne učinke.



## 6. PRIMJENA TEORIJE KAOSA U EKONOMIJI

Istraživanja nelinearne dinamike, osobito ponašanja kaotičnih sustava u društvenim znanostima otvorila su mogućnost primjene teorije kaosa i u ekonomiji. Do sada su različite nepravilnosti varijabli, kao što su BDP, zapošljavanje, kamate, devizni tečajevi ili burzovni indeksi općenito bile pripisivane nasumičnim šokovima. Mogućnost objašnjenja takvih događanja i determiniranja, makar jednostavnih determinističkih kaotičnih modela, kako bi se mogle predvidjeti takve pojave, privukla je pažnju brojnih ekonomskih teoretičara, posebno onih koji su se bavili teorijom igara. Od tada se i u ekonomiji razvija nova disciplina. U dosadašnjoj ekonomskoj literaturi postoji dosad relativno malo radova koji proučavaju kaos. Tako je moguće pronaći nekoliko korisnih uvodnih rasprava i teoretskih primjena teorije kaosa u područjima kao što su modeli rasta (Stutzer, 1980., Day 1982., 1983.), poslovni ciklusi (Grandmont, 1985; H. W. Lorenz 1987b), međunarodna trgovina (H. W. Lorenz (1987a), burzovno poslovanje (Shaffer, 1990.).

### 6.1. Teorija kaosa u mikroekonomiji

Postoji razmjerno mali broj znanstvenika koji se bave proučavanjem kaosa u mikroekonomskom kontekstu. Benhabib i Dan (1981.) razmatrali su problem nemogućnosti predviđanja izbora potrošača u nepromjenjivom okruženju. U svojim istraživanjima autori razmatraju mogućnost formuliranja nekih zakonitosti donošenja potrošačkih odluka. Prema njihovom mišljenju za to je potrebno kreiranje bezvremenskog modela koji predstavlja spoj efekta bogatstva, rada i dokolice te navika, običaja i brojnih drugih čimbenika koji doprinose donošenju odluke. Ubacivanjem takvih efekata i čimbenika u model, periodičke oscilacije u izboru potrošača ne opovrgavaju klasična pravila izbora potrošača temeljena na korisnosti. Međutim i takvim modelom nije niti na koji način moguće u potpunosti predvidjeti buduća kretanja izbora potrošača već samo umanjiti efekt iznenađenja.

Kao što je i moguće očekivati, ekonomska istraživanja teorije kaosa usko su povezana s teorijom igara. Teoretičari koji se bave ekonomskim modelima teorije igara i proučavanjem ponašanja dinamičkih oligopola (Dana i Montrucchio, 1986.; Maskin i Tirole, 1986. i dr.) iskazali su popriličan interes za postojanje mnogostruke ravnoteže koja zadovoljava igrače. U teoriji kaosa čak i u slučaju postojanja samo jedne jedinstvene ravnoteže, ekvilibrij ne treba posjedovati bilo kakvu jednostavnu zakonitost.

Prije njih efekte kaosa u teoriji igara pokušao je analizirati Rand (1978.) koji je u svojem radu, koristeći sofisticirane matematičke tehnike simboličke dinamike predlagao ekonomski model koji pokušava definirati nepredviđene pokrete igrača. Randov matematički pristup analizi kaosa zanimljiv je primjer, prvenstveno stoga što predstavlja istraživanje dotad vrlo malo spominjanog fenomena u ekonomskoj literaturi. Međutim ovakav pristup teži više isključivanju kaosa nego njegovu razumijevanju i razotkrivanju njegovih svojstava.

U posljednje vrijeme javljaju se i brojna istraživanja i analize pojave kaotičnog ponašanja poduzeća u okruženju. I u okviru teorije poduzeća došlo je do značajnih promjena. Ukoliko se na poduzeća gleda kao na žive organizme koji su podložni utjecaju okruženja, klasične ekonomske zakonitosti više ne vrijede ili vrijede u znatno umanjenom obujmu. Istraživači utvrđuju razloge koji su doveli do iznenadnih propasti dotad vrlo uspješnih poduzeća. Teoretičari poduzeća razvijaju nove modele kako bi mogli predvidjeti kretanja poduzeća u budućnosti.

## 6.2. Teorija kaosa u makroekonomiji

Primjenu teorije kaosa u makroekonomiji nalazimo u različitim primjerima. Prve korijene proučavanja kaotičnih učinaka nalazimo kad Gatea (1973.) koji je analizirao oscilacije u savršenosti poslovnih ciklusa. Benhabib i Day (1982.) analizirali su utjecaj kaosa na promjene tekuće potrošnje. Grandmont (1985.) je dao analizu utjecaja kaosa na efekt dohotka i efekt supstitucije povezane s promjenama kamatnih stopa. Istraživač Brian Berry (1991.) proučavajući longitudinalne cikluse od 1790.-1990., otkrio je da su uz naizmjenična (periodična ili ciklička) makroekonomska kretanja, i granični kaotični obrasci koje uvjetuju nepoznati rezidualni faktori. Posebna pažnja stručnjaka usmjerena je analizi kaotične dinamike u poznatim Kondratovljevim ciklusima. Uz makroekonomske varijable koje u svakom slučaju imaju velik utjecaj na prelazak iz jedne faze ciklusa u drugu, Berry ukazuje na utjecaje mnogih drugih promjena u društvenoj evoluciji vezanih uz paradigmatičke transformacije koje dovode do restrukturiranja i transformacije cijelog sustava, ali i do burnih promjena i u ekonomskoj sferi. Pomoću spoznaja iz teorije kaosa pokušava interpretirati dinamiku te evolucije.

Posebno veliku primjenu teorija kaosa ima i na tržištu vrijednosnih papira. Tržišta vrijednosnih papira također se mogu opisati kao nelinearni, dinamički sustavi. Efekt leptirovih krila snažno i brzo djeluje i na globalnom tržištu vrijednosnih papira. Internet je omogućio da svaka i mala promjena burzovnih indeksa na tokijskoj burzi gotovo istodobno izaziva promjene na burzi u New Yorku.

Razumijevanje teorije kaosa omogućuje bolje razumijevanje ponašanja tih indeksa. Međutim naivno bi bilo i pomisliti da će primjena teorije kaosa investitorima omogućiti predviđanja fluktuacija na burzi i na taj način osigurati brz financijski uspjeh. Ono što ekonomski istraživači teorije kaosa mogu utvrditi i što su utvrdili je da su tržišne cijene vrijednosnica slučajne varijable, ali i da postoji određeni trend njihove promjene. Tržište vrijednosnica je poput fraktala<sup>3</sup>, sebi sličan sustav, u smislu da su pojedinačni dijelovi povezani s cjelinom. Strukture dnevnih, mjesečnih i godišnjih grafova cijena izgledaju slično, ali poput fraktala tržišta vrijednosnica imaju izraženu ovisnost o inicijalnim uvjetima. Upravo ta ovisnost o inicijalnim uvjetima čini tržište vrijednosnih papira teško predvidljivim. Mi ne možemo precizno i detaljno opisati trenutno stanje, pa zato ne možemo niti precizirati stanje sustava u budućnosti. Kratkoročne investicije, poput dnevne kupoprodaje, sa stajališta teorije kaosa gubitak su vremena i na njima se tijekom vremena ne može zaraditi. Međutim dugoročne promjene cijena nisu slučajne. Burzovni mešetari mogu lakše ostvariti uspjeh ako prate trendove dnevnih ili tjednih grafova. Zbog toga se može reći da je sustav tržišta vrijednosnih papira slučajan u kratkom roku, ali i determinističan u dugom roku.

---

<sup>3</sup> Fraktali su strukture koje sadrže dijelove slične cjelini. Takve strukture nalaze se posvuda oko nas. Bilo da je riječ o krvožilnom sustavu, gibanju fluida, raspodjeli zvijezda u galaksijama, obliku snježne pahuljice, morskoj obali ili kretanju indeksa na burzi. Sve takve strukture imaju svojstvo samosličnosti. Naime, usporedimo li način na koji su raspoređene žile koje izlaze iz aorte i način na koji su raspoređene kapilare koje izlaze iz sitnih žilica - primijetit ćemo sličnost bez obzira na promjenu veličine. Jednako vrijedi uzmemo li kretanje burzovnih indeksa kroz godinu ili kroz mjesec dana.

## 7. ZAKLJUČAK

Kaos se rabi u opisivanju prividno kompleksnog ponašanja sustava za koje pretpostavljamo da su jednostavni. Kaos se javlja kada je neki sustav vrlo osjetljiv na početna stanja. Početna stanja predstavljaju determinirane vrijednosti mjera pri nekom zadanom početnom vremenu.

Teorija kaosa, koja se pojavila potkraj dvadesetog stoljeća danas predstavlja naziv iza kojeg se krije brzo rastući pokret koji iz srži mijenja tkivo čitave znanosti. Izvorno se ta teorija pojavila u fizici ali je vrlo brzo postala važan faktor i u brojnim drugim znanostima (kemija, biologija, medicina, sociologija, ekonomija, politologija, informatika, pomorstvo...). Posebno značenje teorije kaosa je u njezinoj interdisciplinarnosti. Ona danas povezuje različite znanstvene discipline u trenutku kad su se one ozbiljno počele udaljavati jedna od druge. Budući da teorija kaosa predstavlja znanost o ukupnoj prirodi sustava, ona sinergijski povezuje istraživače s različitih znanstvenih područja, nekoć posve razdvojenih. Često naoko nevažne činjenice iz jednog područja predstavljaju ključ rješenja u nekom drugom području.

Teorija kaosa otkriva nove zakonitosti kojih dosad nismo bili svjesni. Ona rješava probleme koje nije moguće riješiti tradicionalno prihvaćenim znanstvenim metodama. Teorija kaosa postavlja nove hipoteze o složenosti i općem ponašanju društva koje isključuju svaki oblik ultimativne linearnosti i uzročno-posljedične povezanosti. Ona je više znanost o procesu, a ne o stanju; o kretanju više nego o bivanju.

Kaos je već dosad ostavio snažan utjecaj na znanost, no ostalo je još mnogo toga neistraženog u pogledu toga fenomena. Kaos će, tvrde njegovi istraživači, postati treća velika znanstvena revolucija stoljeća u prirodnim i u društvenim znanostima. Oni vjeruju kako će dvadeseto stoljeće ostati zapamćeno samo prema trima teorijama: teoriji relativnosti, teoriji kvantne mehanike i teoriji kaosa. Mnogi istraživači koji su dosad mislili da će tradicionalna znanost završiti u slijepoj ulici, sada u kaosu vide spas. Usmjerivši svoju pozornost na deterministički kaos, kaosolozi ga prepoznaju posvuda oko nas: od svemirskih tijela, morskih struja, krošnji drveća pa sve do grafičkih prikaza burzovnih podataka i turbulencije zraka. Proučavajući uzroke i posljedice kaosa, znanstvenici otkrivaju neke nove, dosad nepoznate zakonitosti. Kaos je dakle postao neizostavni dio moderne znanosti. Univerzalnost toga fenomena istodobno je intrigantna i zagonetna.

## LITERATURA

1. Baba, Y. i Nagashima, H.: "Introduction to Chaos", Institute of Physics Publishing, Bristol and Philadelphia, 1992.
2. Benhabib, J. i Day, R. H.: "Rational choice and erratic behavior", Review of Economic Studies XLVIII, 1981, str. 459-471., preuzeto iz: Nusse, H. E. i Hommes, C. H.: "Resolution of chaos with application to a modified Samuelson model", Journal of Economic Dynamics and Control 14, 1990, str. 1-19.
3. Berry, B. "Long-Wave Rhythms in Economic Development and Political Behavior", Johns Hopkins University Press, 1991.
4. Dana, R. A. i Montrucchio, L.: "Dynamic complexity in duopoly games", Journal of Economic Theory 40, 1986, str. 40-56., preuzeto iz: Murray, F. I Stengos, T.: "Chaotic dynamics in economic time-series", Journal of Economic Surveys, Vol. 2, 1988, No. 2.

5. Day, R.: "Irregular growth cycles", *American Economic Review*, br. 72, 1982, str. 406-414.
6. Day, R.: "The emergence of chaos from classical economic growth", *Quarterly Journal of Economic*, br. 54, 1983, str. 201-213.
7. Dechert, W. D. (ur.): "Chaos Theory in Economics: Methods, Models and Evidence", *The International library of Critical Writings in Economics, An Elgar Reference Collection*, Cheltenham, UK, 1996.
8. Devaney, R. L.: "An Introduction to Chaotic Dynamical Systems" Westview Press, 2003.
9. Devaney, R. L.: *A First Course In Chaotic Dynamical Systems – Theory and Experiment*, Perseus Book Publishing, Cambridge, Massachusetts, 1992.
10. Donahue, M. J.: "An Introduction to Mathematical Chaos Theory and Fractal Geometry", Duke University, 1997.
11. Gale, D.: "Pure exchange equilibrium of dynamic economic models", *Journal of Economic Theory* 6, 1973, str. 12-36., preuzeto iz: Murray, F. i Stengos, T.: "Chaotic dynamics in economic time-series", *Journal of Economic Surveys*, Vol. 2, 1988, No. 2.
12. Grandmont, J. M.: "On endogenous competitive business cycles", *Econometrica* 50, 1985, str. 1345-70., preuzeto iz: Murray, F. i Stengos, T.: "Chaotic dynamics in economic time-series", *Journal of Economic Surveys*, Vol. 2, 1988, No. 2.
13. Grandmont, J. M.: "On endogenous competitive business cycles", *Econometrics*, br. 53, 1985, str. 995-1045.
14. Lorenz, H. W.: "International trade and the possible occurrence of chaos", *Economics letters*, br. 23, 1987, str. 135-138.
15. Lorenz, H. W.: "Strange attractors in a multisector business cycle model", *Journal of Economic behavior and Organization*, br. 8, 1987, str 397-411.
16. Maskin, E. i Tirole, J.: "A theory of dynamic oligopoly", Parts I-III, Harvard Institute of Economic Research, Discussion Paper No. 1270., preuzeto iz: Murray, F. i Stengos, T.: "Chaotic dynamics in economic time-series", *Journal of Economic Surveys*, Vol. 2, 1988, No. 2.
17. Rand, D.: "Exotic phenomena in games and duopoly models", *Journal of Mathematical economics* 5, 1978, str. 173-84., preuzeto iz: Murray, F. i Stengos, T.: "Chaotic dynamics in economic time-series", *Journal of Economic Surveys*, Vol. 2, 1988, No. 2.
18. Roberts, M.: "Endogenous Structural Change", University of Cambridge, 2001.
19. Schaffer, S.: "Structural shifts and the volatility of chaotic markets", *Journal of Economic Behavior and Organization*, br. 15, 1990, str. 201-214.
20. Shutzer, M.: "Chaotic dynamics and bifurcations in a macro model", *Journal of Economic Dynamics and Control*, br. 2, 1980, str. 353-376., preuzeto iz: Nusse, H. E. i Hommes, C. H.: "Resolution of chaos with application to a modified Samuelson model", *Journal of Economic Dynamics and Control* 14, 1990, str. 1-19.
21. Williams, G. P.: "Chaos Theory Tamed", Joseph Henry Press, Washington, D. C., 1997.
22. [www.chaos.umd.edu](http://www.chaos.umd.edu)
23. [www.geocities.com/dragoncloak/essay/chaos.html](http://www.geocities.com/dragoncloak/essay/chaos.html)
24. [www.life.csu.edu.au/complexity.html](http://www.life.csu.edu.au/complexity.html)
25. [www.mapnp.org/library/systems/chaos/chaos.html](http://www.mapnp.org/library/systems/chaos/chaos.html)
26. [www.marxist.com/science/chaostheory.html](http://www.marxist.com/science/chaostheory.html)
27. [www.mindconnection.com](http://www.mindconnection.com)
28. [www.pithemovie.com/chaos.html](http://www.pithemovie.com/chaos.html)