

# ANALIZA STANJA NAPREZANJA U TIJELU ARMIRANOBETONSKE BRANE PRI DJELOVANJU OSNOVNIH OPTEREĆENJA I POTRESA

## STRESS ANALYSIS OF REINFORCED CONCRETE DAM UNDER BASIC LOADS AND EARTHQUAKES

Filip Grgić, Katja Grgić, Željko Šreng\*, Ivan Kraus\*, Ana Perić\*

### Sažetak

*U ovom radu izvršeno je dimenzioniranje visoke masivne armiranobetonske brane prema uvjetima opće stabilnosti konstrukcije. Analitičkim postupkom su proračunate vrijednosti normalnih naprezanja u tijelu brane. Provedena je usporedba s rezultatima vrijednosti naprezanja dobivenih numeričkom analizom u programu SAP2000. Provjerene su tri kombinacije opterećenja za dva tipa temeljne stijene. Bolje poklapanje rezultata analitičkog i numeričkog proračuna uočeno je u slučaju temeljenja brane na krućoj stijeni.*

**Ključne riječi:** brana, analitički model, numerički model, stijena, potres.

### Abstract

*In this paper, the dimensioning of a high massive reinforced concrete dam according to the conditions of general structural stability was performed. The values of normal stresses in the dam body were calculated by an analytical procedure. A comparison was performed with the results of stress values obtained by numerical analysis in the SAP2000 software. Three load combinations for two foundation rock types were tested. A stronger correlation of numerical and analytical results was observed in the case of the foundation on harder rock.*

**Key words:** dam, analytical model, numerical model, rock, earthquake

---

\* Građevinski i arhitektonski fakultet Osijek, Vladimira Preloga 3, 31000 Osijek  
E-mail: [zsreng@gfos.hr](mailto:zsreng@gfos.hr); [ikraus@gfos.hr](mailto:ikraus@gfos.hr); [aperic@gfos.hr](mailto:aperic@gfos.hr)

## 1. Uvod

Proračun naprezanja u hidrotehničkoj konstrukciji i njenim temeljima sastavni je dio proračuna i provjere opće stabilnosti konstrukcija [1]. Skupa s provjerom hidrotehničke konstrukcije na klizanje, prevrtanje, isplivavanje i pomicanje, naprezanja je potrebno provjeriti u svim fazama izrade projekta. Složenost analize ovisi o razini projekta, a kako se napreduje prema višim faza projekta, tako se i količina pretpostavki i pojednostavljenja smanjuje te se u obzir uzimaju situacije što bliže realnom, stvarnom stanju. Kako bi proračun bio što precizniji, potrebno je poznavati svojstva ugrađenog materijala, sredinu u kojoj se konstrukcija temelji, kao i veličine pojedinih nedovoljno poznatih opterećenja, kao što su pritisak leda, temperaturni utjecaji ili potres. Petrović [2] opterećenja dijeli na osnovna (npr. težina brane, hidrostatski pritisak, uzgon, utjecaj vjetra, valova, leda, nanosa), dopunska (npr. utjecaji temperature, bubrenje i skupljanje betona, deformacije temelja), izvanredna (npr. potres), u tijeku građenja te ona uslijed pregleda i popravaka. Petrović i Radojević [3] navode četiri kombinacije opterećenja koje treba provesti pri provjeri stabilnosti brane (1. kombinacija – neposredno po završetku građenja, djeluje samo težina brane, 2. kombinacija – normalno opterećenje, nivo vode na koti normalnog uspora, drenažni sustav radi ukoliko postoji, 3. kombinacija opterećenja – izvanredno opterećenje od vode, pun pritisak nanosa i valova, drenažni sustav ne radi, 4. kombinacija opterećenja – izvanredno potresno opterećenje, nivo vode na koti normalnog uspora, potresni utjecaji mjerodavnim potresima vjerojatnosti pojave 0,5 % i 0,1 %).

Analiza naprezanja u tijelu hidrotehničke konstrukcije sastoji se od nekoliko dijelova: analiza opterećenja (osnovna, dopunska, izvanredna, u tijeku građenja, u tijeku pregleda i popravaka), određivanje sila u presjeku, naprezanja u horizontalnom presjeku, naprezanja u vertikalnom presjeku, naprezanja u tijelu hidrotehničke konstrukcije. Naprezanja u presjeku su u pravilu tlačna za sva opterećenja osim potresnih. Zbog naizmjeničnog opterećivanja konstrukcije i kratkog trajanja dozvoljava se da potresna opterećenja izazovu vlačna naprezanja [4].

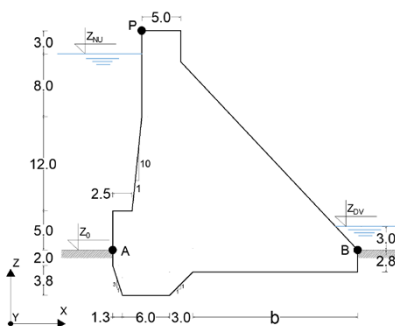
Dimenzije brane treba usvojiti ukoliko su zadovoljeni sljedeći uvjeti: pri 1. i 2. kombinaciji opterećenja ne smiju se javiti vlačna naprezanja na uzvodnom rubu brane, pri 1. kombinaciji opterećenja ne smiju se javiti vlačna naprezanja na nizvodnom rubu brane, pri bilo kojoj kombinaciji opterećenja glavna tlačna naprezanja moraju biti manja od dopuštenih, pri 4. kombinaciji opterećenja vlačna naprezanja moraju biti manja od dopuštenih, posmična naprezanja moraju biti manja od dopuštenih [2].

U ovom radu izvršeno je dimenzioniranje visoke masivne armiranobetonske brane. Nakon usvojene konačne geometrije, a za

zadane uvjete gornje i donje vode te širine krune, analitičkim postupkom su proračunate vrijednosti normalnih naprezanja u tijelu brane. U proračunu je pretpostavljeno ravninsko stanje deformacija, a primijenjena je metoda horizontalnih presjeka. Provedena je usporedba s vrijednostima naprezanja dobivenim primjenom metode konačnih elemenata, koristeći program SAP2000 [5].

## 2. Analizirana gravitacijska armiranobetonska brana

Analizirana je masivna, gravitacijska armiranobetonska brana (Slika 1). Ukupna visina od najniže kote temelja do vrha brane iznosi 33,8 m te je prema tome brana klasificirana kao visoka brana [6]. Relativna kota preljeva  $Z_{NU}$ , mjereno od kote terena, iznosi 25 m. Preljevna visina (transformacija vodnog vala) i ostali faktori koji utječu na ukupnu visinu brane (visina valova, sigurnosna visina) nisu predmet ovog rada. Usvojena konstrukcija uzvodnog dijela brane omogućava dodatnu stabilizirajuću silu (vertikalna sila hidrostatskog tlaka), koja djeluje povoljno na zahtjeve opće stabilnosti brane (stabilnost na klizanje, prevrtanje, isplivavanje). Karakteristični poprečni presjek brane određen je prema oblikovnim prijedlozima i primjerima masivne brane [4]. Dimenzioniranje slapišta i određivanje visine donje vode nije bio predmet ovog rada. U proračunu su usvojene sljedeće vrijednosti specifičnih težina: armirani beton  $\gamma_{AB} = 25$  kN/m<sup>3</sup>, voda  $\gamma_V = 10$  kN/m<sup>3</sup>, stijena u prirodno vlažnom stanju  $\gamma_S = 24$  kN/m<sup>3</sup>, stijena u zasićenom stanju  $\gamma_{S,Z} = 26$  kN/m<sup>3</sup>.



*Slika 1. Poprečni presjek analizirane masivne armiranobetonske brane (u m)*

## 3. Dimenzioniranje i analiza AB brane

Analitički i numerički proračun vertikalnih normalnih naprezanja i analiza potresnog djelovanja napravljena je za dvije proračunske situacije, tj. dvije kombinacije opterećenja:

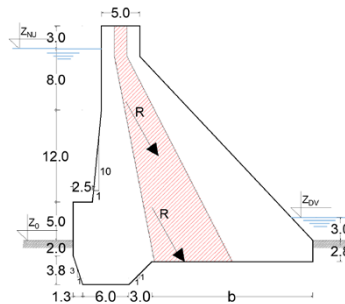
1. kombinacija opterećenja – akumulacija je potpuno prazna, uzima se u obzir djelovanje težine brane i težine stijene iznad promatranog presjeka (u slučaju kose plohe)
2. kombinacija opterećenja – akumulacija je napunjena do kote normalnog uspora  $Z_{NU}$ , djelovanje hidrostatskih sila s uzvodne i nizvodne strane brane, uzgona, težine brane i stijene.

### 3.1. Određivanje dužine temeljne stope brane i sila na branu

Prilikom određivanja ukupne dužine temeljne stope brane potrebno je slijediti Rankinovu teoriju koja ne dozvoljava pojavu vlačnih naprezanja u tijelu i temelju brane [1]. Navedenu teoriju nužno je slijediti zbog moguće pojave pukotina po temelju brane, što bi narušilo stabilnost brane zbog prodora podzemne vode kroz pukotine, povećanja sile uzgona te daljnjeg, progresivnog širenja pukotina. Budući da su brane najčešće trokutastog oblika, Rankinova teorija se zasniva na tome da rezultanta svih sila koje djeluju na analizirani presjek ne smije prolaziti izvan jezgre presjeka, kao što je prikazano na Slici 2 [1]. Iz toga proizlazi sljedeći izraz:

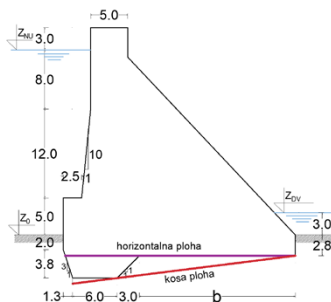
$$-\frac{b}{6} < e < \frac{b}{6} \quad (1)$$

gdje je  $e = \frac{b}{2} - \bar{x}$  udaljenost od težišta brane do rezultante svih sila,  $\bar{x} = \frac{\sum M}{\sum N}$  udaljenost napadne točke rezultante svih sila do nizvodnog ruba brane,  $b$  ukupna dužina brane.



**Slika 2.** Grafički prikaz Rankinove teorije, šrafirana je jezgra presjeka

Petrović [4] navodi da je kod brana s uzvodnim „klinom“ potrebno provjeriti pojavu vlačnih naprezanja na kosoj i horizontalnoj plohi (Slika 3). Prilikom određivanja dužine brane i proračuna naprezanja na kosoj plohi, potrebno je uzeti u obzir utjecaj težine stijene iznad kose ravnine. Određivanje dužine brane provedeno je parametarskom analizom u programskom paketu Matlab.



**Slika 3.** Prikaz horizontalne i kose plohe korištene u proračunu

Hidrostatske sile donje i gornje vode, sila uzgona (filtracijskog i baznog) kao i sile težine brane određene su izrazom (2):

$$F = A \cdot \gamma \quad (2)$$

gdje je  $F$  ukupna sila,  $A$  površina promatranog dijagrama hidrostatskog tlaka, odnosno površina promatranog lika brane,  $\gamma$  težina vode, odnosno materijala brane i stijene.

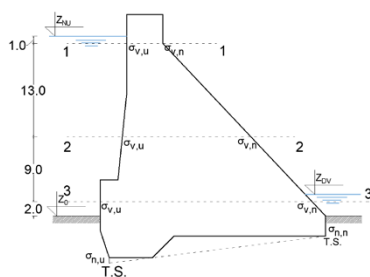
Filtracijski pritisak određen je metodom kontaktne linije. Korištena metoda prihvatljiva je za proračun filtracijskog dijela uzgona u ranijim fazama projektiranja brana, prilikom izrade studije i idejnog rješenja [2]. U kasnijim fazama projektiranja, u glavnom, a posebno izvedbenom projektu, nužna je primjena sofisticiranije metode u određivanju filtracijskog uzgona, kao što je, npr. metoda konačnih elemenata. Kontaktna linija u ovom slučaju predstavlja granicu između temeljne stope brane i stijene na kojoj je brana temeljena. Pretpostavljeno je da se filtracijski pritisak ( $\Delta h = Z_{\text{NU}} - Z_{\text{DV}}$ ) linearno smanjuje od najuzvodnije točke temelja (točka A) do najnižvodnije točke temelja (točka B, Slika 1).

### 3.2. Proračun normalnih naprezanja po tijelu brane

Proračun normalnih naprezanja proveden je, osim na temeljnoj stopi i na presjecima prikazanim na Slici 4. Za poznate rezne sile u presjeku hidrotehničke konstrukcije, naprezanja u betonu računaju se primjenom raznih metoda. Jedna od tih metoda je Metoda horizontalnih presjeka koja se primjenjuje kada za vertikalni presjek vrijedi proračun kao za ravninsko stanje deformacija [4]. Vrijednosti vertikalnih normalnih naprezanja na horizontalnim presjecima brane dobivene su primjenom sljedeće jednakosti:

$$\sigma_{u,n} = \frac{\sum N}{B} \pm \frac{6 \cdot \sum M}{B^2} \quad (3)$$

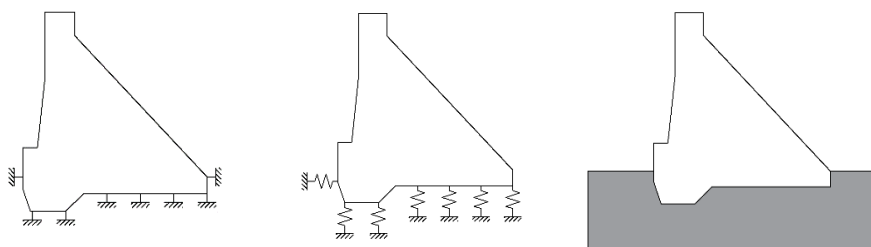
gdje je  $\sigma_{u,n}$  normalno naprezanje na uzvodnoj ili nizvodnoj konturi presjeka brane,  $\sum N$  zbroj svih normalnih sila iznad promatranog presjeka,  $\sum M$  zbroj svih momenata savijanja na težište presjeka,  $B$  dužina presjeka.



**Slika 4.** Presjeci korišteni u proračunu normalnih naprezanja po tijelu brane

### 3.3. Numeričko modeliranje armiranobetonske brane u programu SAP2000

Budući da je u analitičkom proračunu brana analizirana prema ravninskom stanju deformacija, numerički model brane također je izrađen kao ravninski (2D) model. Sukladno tome, brana je modelirana pomoću plošnih konačnih elemenata, konkretno *shell-thick* elemenata [5] debljine jedan metar, a dopušteni su translacijski stupnjevi slobode u horizontalnom (UX) i vertikalnom (UZ) smjeru u ravnini modela te rotacijski stupanj slobode (RY) oko osi normalne na ravninu modela (Slika 1). Model je linearno-elastičan. Pretpostavljena je izvedba brane koristeći beton razreda C30/37. Stijena je modelirana za dvije vrste materijala: (i) dijabaz ( $E = 110$  GPa,  $G = 4,23 \cdot 10^7$  kPa,  $\nu = 0,3$ ) i (ii) pješčenjak ( $E = 5$  GPa,  $G = 1,92 \cdot 10^6$  kPa,  $\nu = 0,3$ ). Modeliranje temeljnog tla provedeno je na tri načina (Slika 5): (i) upetim ležajevima, (ii) oprugama i (iii) plošnim shell-thick konačnim elementima (kao ravninski poluprostor). Za potrebe dinamičkog proračuna korišteno je konstantno 5 %-tno prigušenje.



**Slika 5.** Skica modela s prikazom rubnih uvjeta: upeti ležajevi (lijevo), opruge (sredina), poluprostor (desno)

#### 3.3.1. Modeliranje temeljne stijene pomoću upetih ležajeva

Temeljno tlo (tj. stijena) modelirano je tako da su vanjskim (rubnim) čvorovima plošnih konačnih elemenata pridruženi oslonci kojima su spriječene sve rotacije i translacije.

### 3.3.2. Modeliranje temeljnog tla/stijene pomoću opruga

Vanjskim (rubnim) čvorovima modela brane pridružene su opruge. Krutost vertikalnih i horizontalnih opruga proračunata je, redom, koristeći izraze prema Gazetas i Mylonakis [7]:

$$K_z = \frac{2 \cdot G \cdot L}{1 - \nu} \left[ 0,73 + 1,54 \left( \frac{B}{L} \right)^{0,75} \right] \quad (4)$$

$$K_y = \frac{2 \cdot G \cdot L}{2 - \nu} \left[ 2 + 2,50 \left( \frac{B}{L} \right)^{0,85} \right] \quad (5)$$

gdje je:  $G$  modul posmika, koji iznosi 12,92 GPa za pješčenjak, odnosno 42,3 GPa za dijabaz,  $L$  polovina dužine brane (11,50 m),  $B$  polovina dužine brane (0,50 m), a  $\nu$  Poissonov koeficijent (0,30).

Ukupna krutost vertikalne opruge izračunata je prema izrazu (4). S obzirom na to da je u modelu predviđeno 27 jednoliko raspoređenih vertikalnih opruga, vrijednost  $K_z$  bilo je potrebno podijeliti s 27. Prema tome, vrijednost krutosti jedne vertikalne opruge za dijabaz iznosi 45,13 GN/m', dok za pješčenjak iznosi 2,05 GN/m'.

Krutost horizontalne opruge izračunata je prema izrazu (5). Vrijednost horizontalne krutosti za dijabaz iznosi 1244,37 GN/m', a za pješčenjak 56,56 GN/m'.

### 3.3.3. Modeliranje temeljne stijene kao poluprostor

Poluprostor je modeliran plošnim konačnim elementima prema sljedećim preporukama [8]: (i) dužina od sredine konstrukcije do kraja poluprostora:  $4 \div 6 B$ , (ii) visina poluprostora:  $10 \div 12 B$  (gdje je  $B$  dužina temelja konstrukcije). Usvojene dimenzije poluprostora za dužinu temelja od 22,30 m iznose 90 m x 223 m.

Specifična težina poluprostora je zanemarena kako ne bi utjecala na vrijednosti naprezanja na kontaktu brane i stijene te kako bi se dobivene reakcije u osloncima mogle usporediti sa silama dobivenim analitičkim proračunom. Na donjoj strani polupostora postavljeni su nepomični ležajevi koji sprječavaju translaciju u vertikalnom i horizontalnom smjeru, dok se na bočnim stranama sprječava samo horizontalni pomak.

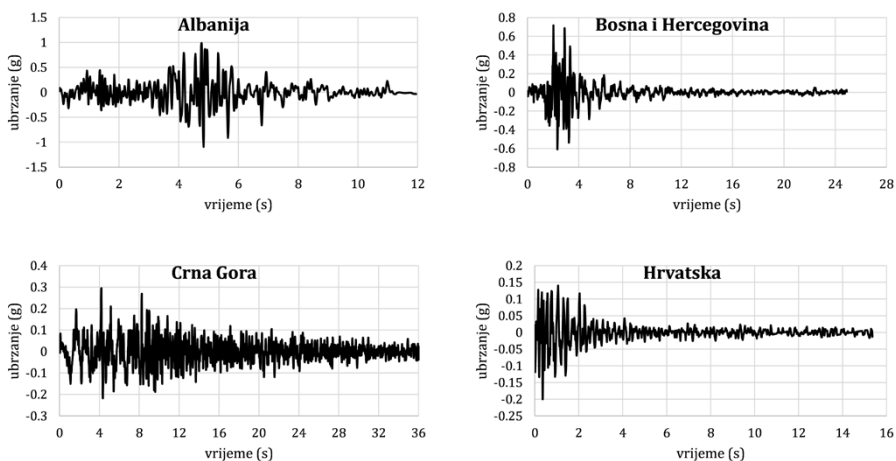
## 3.4. Analiza djelovanja potresa

Za simulaciju djelovanja potresa korišteni su zapisi potresa koji su tijekom posljednjih 100 godina pogodili područje Europe. Žarišta korištenih zapisa potresa bila su u Albaniji, Bosni i Hercegovini, Crnoj Gori, Hrvatskoj, Makedoniji, Rumunjskoj i Sloveniji. Zapisi potresa preuzeti su iz Europske baze snažnih gibanja [9]. Svaki od navedenih zapisa ima različito vršno ubrzanje, trajanje i frekvencijski sastav (Tablica 2). Djelovanje potresa

aplicirano je kao ubrzanje baze modela i to samo u smjeru osi  $x$  (Slika 1), budući da se radi o ravninskom (2D) modelu. Model brane pobuđen je sa sedam različitih zapisa potresa. Korištena potresna kombinacija jest „ $1 \cdot G + 1 \cdot A + 1 \cdot Q$ “, gdje je  $G$  stalno opterećenje,  $A$  potresno opterećenje, a  $Q$  promjenjivo opterećenje. Zapis promjene ubrzanja u vremenu i spektri odziva za sedam analiziranih potresa prikazani su na Slikama 6 i 7.

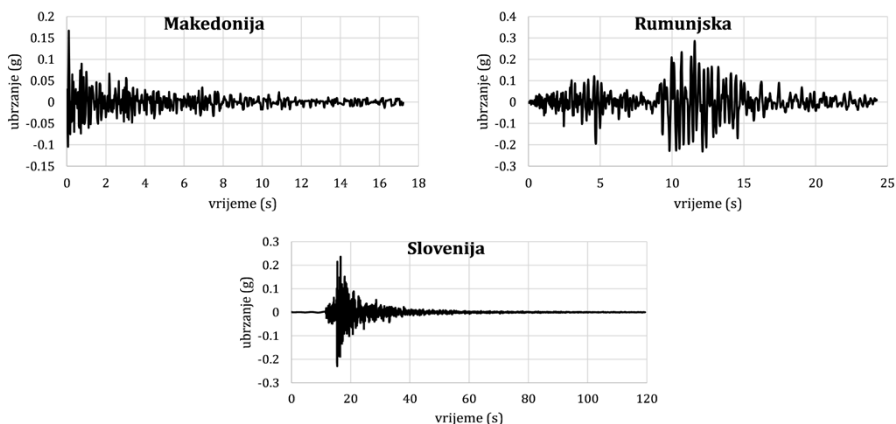
*Tablica 2. Osnovni podatci o korištenim zapisima potresa*

| Redni broj | Oznaka potresa | Država     | Vršno ubrzanje zapisa (m/s <sup>2</sup> ) | Trajanje potresa (s) |
|------------|----------------|------------|---|----------------------|
| 1.         | 003802XA       | Albanija   | 1,11320                                   | 11,96                |
| 2.         | 005655XA       | BiH        | 0,73016                                   | 24,92                |
| 3.         | 000195XA       | Crna Gora  | 0,30092                                   | 36,48                |
| 4.         | 005688XA       | Hrvatska   | 0,20419                                   | 15,38                |
| 5.         | 005664XA       | Makedonija | 0,16992                                   | 17,24                |
| 6.         | 000471XA       | Rumunjska  | 0,29188                                   | 24,26                |
| 7.         | 004557XA       | Slovenija  | 0,24059                                   | 119,42               |



*Slika 6. Vremenski zapisi ubrzanja potresa u Albaniji, BiH, Crnoj Gori i Hrvatskoj*





Slika 7. Vremenski zapisi ubrzanja potresa u Makedoniji, Rumunjskoj i Sloveniji

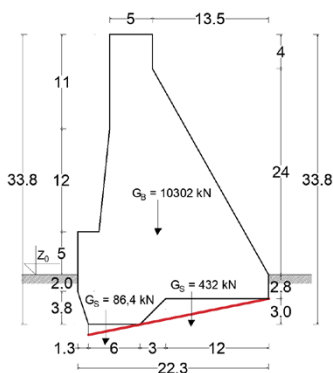
## 4. Rezultati i diskusija

### 4.1. Određivanje dužine temeljne stope brane

Provedena je analiza opterećenja s obzirom na kosu plohu (Slika 3). Proračunom je usvojena vrijednost dimenzije  $b$ , kako bi se zadovoljio Rankinov uvjet. Kada se dokaže nepostojanje vlačnih naprezanja u presjeku, provjeravaju se normalna vertikalna naprezanja i na horizontalnoj plohi. Ukoliko je Rankinov uvjet zadovoljen za obje plohe, usvaja se dobivena vrijednost dimenzije  $b$  (Slika 1).

#### 4.1.1. Prva kombinacija opterećenja – prazna akumulacija

Određivanje dimenzije  $b$  temeljne stope izvršeno je u programskom paketu Matlab. Odabrana dužina  $b$  iznosi 12 m, a ukupna dužina temeljne stope iznosi 22,3 m. Na Slici 8 prikazane su korištene sile u proračunu.

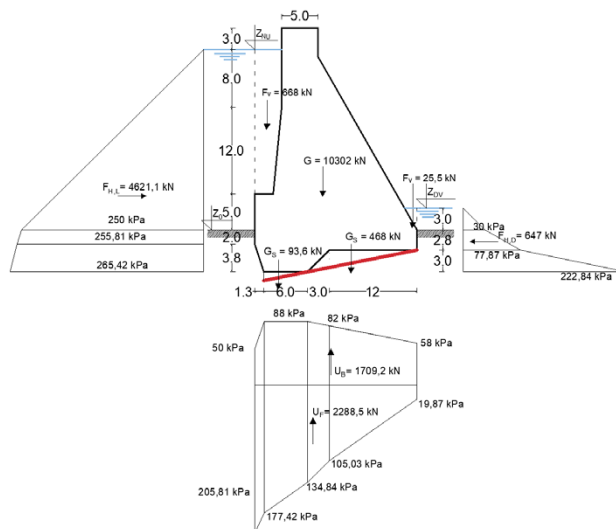


Slika 8. Prikaz opterećenja korištenih u prvoj kombinaciji –  $G_B$  suma težine brane,  $G_S$  težina stijene

Suma normalnih sila na kosu plohu iznosi  $\Sigma N = 10618$  kN, a suma momenta prevrtanja  $\Sigma M = 120410$  kNm. Prema tome udaljenost od napadne točke rezultantne sile do točke prevrtanja iznosi  $\bar{x} = 11,34$  m, a vrijednost ekscentriciteta  $e = \frac{22,30}{2} - 11,34$  m = 0,6321 m < 3,72 m, odnosno zadovoljen je izraz (1).

#### 4.1.2. Druga kombinacija opterećenja – puna akumulacija

Kao i u prethodnoj točki, proračunom je odabrana ukupna dužina brane u iznosu od 22,30 m. Na Slici 9 prikazani su sile i dijagrami opterećenja korišteni u proračunu.



**Slika 9.** Prikaz opterećenja korištenih u prvoj kombinaciji –  $G_B$  suma težine brane,  $G_S$  težina stijene,  $F_V$  vertikalna hidrostatska sila,  $F_{H,L}$  hidrostatska sila s uzvodne strane,  $F_{H,D}$  hidrostatska sila s nizvodne strane,  $U_B$  bazni dio uzgona,  $U_V$  filtracijski dio uzgona

Suma normalnih sila na kosu plohu iznosi  $\Sigma N = 6538,4$  kN, a suma momenta prevrtanja  $\Sigma M = 61626$  kNm. Prema tome, udaljenost od napadne točke do točke prevrtanja iznosi , a vrijednost ekscentriciteta . Izraz (1) je zadovoljen te je moguće usvojiti dužinu brane u iznosu 22,30 m.

U obje kombinacije opterećenja rezultanta sila pada u jezgru presjeka (1/3 dužine) te se može zaključiti da se za ovakvu geometriju brane ne očekuje pojava vlačnih naprezanja na rubovima temeljne spojnice. Vidljivo je da napadna točka rezultante sile u 2. kombinaciji opterećenja pada u nizvodni dio jezgre presjeka, što je u skladu s preporukama za dimenzioniranje masivne brane [4].

## 4.2. Normalna naprezanja po tijelu brane

U Tablicama 3 i 4 prikazane su vrijednosti normalnih naprezanja po horizontalnim presjecima (Slika 4) te vrijednost normalnih naprezanja na temeljnoj stopi brane za obje kombinacije opterećenja.

**Tablica 3.** Normalna naprezanja  $\sigma_v$  po promatranim presjecima, dobivena analitičkim proračunom za slučaj prazne akumulacije (1. kombinacija)

| Presjeci       | Rub presjeka            | $\sigma_v$ (kN/m <sup>2</sup> ) |
|----------------|-------------------------|---------------------------------|
| 1-1            | Uzvodni $\sigma_{v,u}$  | 100,00                          |
|                | Nizvodni $\sigma_{v,n}$ | 100,00                          |
| 2-3            | Uzvodni $\sigma_{v,u}$  | 458,84                          |
|                | Nizvodni $\sigma_{v,n}$ | 60,50                           |
| 3-3            | Uzvodni $\sigma_{v,u}$  | 472,50                          |
|                | Nizvodni $\sigma_{v,n}$ | 200,46                          |
| Temeljna stopa | Uzvodni $\sigma_{n,u}$  | 605,86                          |
|                | Nizvodni $\sigma_{n,n}$ | 264,40                          |

**Tablica 4.** Normalna naprezanja  $\sigma_v$  po promatranim presjecima, dobivena analitičkim proračunom za slučaj pune akumulacije (2. kombinacija)

| Presjeci       | Rub presjeka            | $\sigma_v$ (kN/m <sup>2</sup> ) |
|----------------|-------------------------|---------------------------------|
| 1-1            | Uzvodni $\sigma_{v,u}$  | 143,54                          |
|                | Nizvodni $\sigma_{v,n}$ | 71,57                           |
| 2-2            | Uzvodni $\sigma_{v,u}$  | 346,94                          |
|                | Nizvodni $\sigma_{v,n}$ | 121,08                          |
| 3-3            | Uzvodni $\sigma_{v,u}$  | 26,72                           |
|                | Nizvodni $\sigma_{v,n}$ | 559,54                          |
| Temeljna stopa | Uzvodni $\sigma_{n,u}$  | 160,55                          |
|                | Nizvodni $\sigma_{n,n}$ | 401,19                          |

Iz rezultata je vidljivo da za usvojeni poprečni presjek brane neće doći do pojave vlačnih naprezanja po tijelu i u temelju brane. Time je ispunjen osnovni uvjet stabilnosti masivnih brana. Najveća naprezanja javljaju se na temeljnoj stopi brane, a raspodjela naprezanja razlikuje se ovisno o kombinaciji opterećenja. U 1. kombinaciji opterećenja veći pritisci javljaju se na uzvodnoj strani na svim presjecima, dok su u slučaju 2. kombinacije naprezanja u presjeku 3-3 i temeljnoj stopi veća na nizvodnom dijelu presjeka. Pri normalnom opterećenju, kao što su 1. i 2. kombinacija opterećenja, za procjenu dozvoljenog tlačnog naprezanja u betonu može se uzeti 20 % čvrstoće betona na tlak. Ovisno o razredu betona, ono iznosi  $\sigma_{c,doz} \approx 3-6$  MPa [2] te se može zaključiti da dobivena naprezanja ne prekoračuju dozvoljene vrijednosti. Dozvoljena naprezanja za stijenu/tlo obično se uzimaju u vrijednosti 5-10 % čvrstoće monolita na tlak te se ta vrijednost dodatno dijeli s faktorom sigurnosti 1,5-3,5 u zavisnosti od kombinacije opterećenja [10]. Prema Petroviću [4], orijentacijske vrijednosti tlačne čvrstoće za dijabaz iznose  $\sigma_D = 130-300$  MPa, a za pješčenjak  $\sigma_p = 15-320$  MPa. Ukoliko se za čvrstoću stijene usvoje kritične vrijednosti (5 % čvrstoće monolita i faktor sigurnosti od 3,5), može se zaključiti da dobivena tlačna naprezanja (Tablice 3 i 4) ne prekoračuju vrijednost tlačne čvrstoće za dijabaz u cijelom intervalu orijentacijskih vrijednosti ( $\sigma_{D,dozvoljeno} = 130 \cdot 0,05 / 3,5 = 1,857$  MPa). Ukoliko

se usvoje kritični uvjeti čvrstoće za stijenu pješčenjak, problem prekomjernih tlačnih naprezanja se može javiti kod stijena tlačne čvrstoće  $\sigma_p \leq 42$  MPa. U Tablici 3 vidljivo je da najveće tlačno naprezanje iznosi 605,86 kPa te je prema toj vrijednosti izračunata granična vrijednost tlačne čvrstoće monolita pješčenjaka ( $\sigma_p = 605,86 \cdot 3,5/0,05 = 42,4$  MPa). Relativno širok interval orijentacijskih vrijednosti ukazuje na važnost *in-situ* mjerenja, uzimanja uzoraka za daljnju obradu u laboratoriju, ali i važnost praćenja stanja stijene prilikom izgradnje brane.

#### 4.3. Numerički model armiranobetonske brane u programu SAP2000

Provjera ispravnosti numeričkog modela provedena je kroz usporedbu s analitički određenim vrijednostima sila i normalnih naprezanja za 1. i 2. kombinaciju, za obje modelske situacije (dijabaz - Tablica 5, pješčenjak - Tablica 6). Slikom 10 prikazana je raspodjela naprezanja po tijelu brane.

**Tablica 5.** Vrijednosti normalnih naprezanja po presjecima za analitički i numerički model proračuna ( $kN/m^2$ ) za 1. i 2. kombinaciju opterećenja – dijabaz

| Presjeci       | Rub presjeka            | Analitički proračun |        | Numerički - upeti oslonci |        | Numerički - opruge |        | Numerički - poluprostor |        |
|----------------|-------------------------|---------------------|--------|---------------------------|--------|--------------------|--------|-------------------------|--------|
|                |                         | 1.                  | 2.     | 1.                        | 2.     | 1.                 | 2.     | 1.                      | 2.     |
| 1-1            | Uzvodni $\sigma_{v,u}$  | 100,00              | 143,54 | 105,81                    | 114,35 | 103,20             | 113,02 | 101,85                  | 112,43 |
|                | Nizvodni $\sigma_{v,n}$ | 100,00              | 71,57  | 98,11                     | 96,23  | 98,06              | 93,11  | 98,15                   | 87,59  |
| 2-2            | Uzvodni $\sigma_{v,u}$  | 458,84              | 346,94 | 461,49                    | 346,01 | 457,87             | 334,17 | 457,63                  | 341,50 |
|                | Nizvodni $\sigma_{v,n}$ | 60,50               | 121,08 | 70,34                     | 171,98 | 71,25              | 187,22 | 64,98                   | 223,40 |
| 3-3            | Uzvodni $\sigma_{v,u}$  | 472,50              | 26,72  | 466,13                    | 261,47 | 469,89             | 41,51  | 472,34                  | 317,52 |
|                | Nizvodni $\sigma_{v,n}$ | 200,46              | 559,54 | 161,92                    | 413,21 | 153,48             | 354,32 | 191,03                  | 437,15 |
| Temeljna stopa | Uzvodni $\sigma_{n,u}$  | 605,86              | 160,55 | 216,08                    | 156,12 | 300,05             | 121,13 | 605,31                  | 159,61 |
|                | Nizvodni $\sigma_{n,n}$ | 264,40              | 401,19 | 243,50                    | 350,77 | 246,20             | 318,02 | 256,06                  | 393,13 |

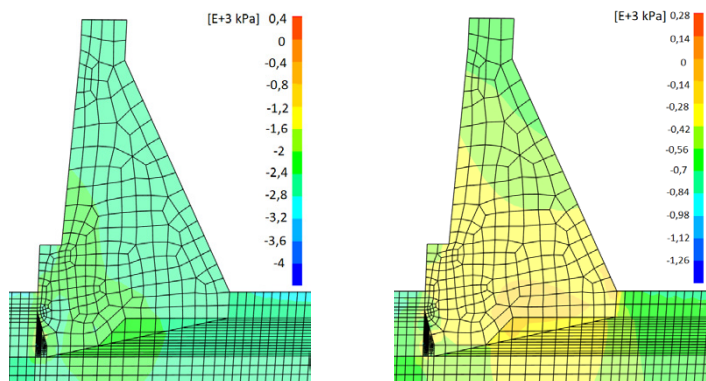
**Tablica 6.** Vrijednosti normalnih naprezanja po presjecima za analitički i numerički model proračuna ( $kN/m^2$ ) za 1. i 2. kombinaciju opterećenja – pješčenjak

| Presjeci       | Rub presjeka            | Analitički proračun |        | Numerički - upeti oslonci |        | Numerički - opruge |        | Numerički - poluprostor |        |
|----------------|-------------------------|---------------------|--------|---------------------------|--------|--------------------|--------|-------------------------|--------|
|                |                         | 1.                  | 2.     | 1.                        | 2.     | 1.                 | 2.     | 1.                      | 2.     |
| 1-1            | Uzvodni $\sigma_{v,u}$  | 100,00              | 143,54 | 108,51                    | 114,01 | 111,92             | 113,52 | 110,14                  | 114,13 |
|                | Nizvodni $\sigma_{v,n}$ | 100,00              | 71,57  | 98,13                     | 96,30  | 97,91              | 92,98  | 98,04                   | 98,43  |
| 2-2            | Uzvodni $\sigma_{v,u}$  | 458,84              | 346,94 | 410,51                    | 329,84 | 421,13             | 346,24 | 407,13                  | 320,79 |
|                | Nizvodni $\sigma_{v,n}$ | 60,50               | 121,08 | 69,01                     | 198,76 | 71,26              | 224,10 | 68,51                   | 193,21 |
| 3-3            | Uzvodni $\sigma_{v,u}$  | 472,50              | 26,72  | 467,09                    | 384,92 | 565,01             | 204,12 | 534,98                  | 408,32 |
|                | Nizvodni $\sigma_{v,n}$ | 200,46              | 559,54 | 277,81                    | 519,96 | 449,45             | 569,65 | 420,12                  | 638,54 |
| Temeljna stopa | Uzvodni $\sigma_{n,u}$  | 605,86              | 160,55 | 103,55                    | 134,21 | 284,56             | 159,41 | 625,13                  | 267,45 |
|                | Nizvodni $\sigma_{n,n}$ | 264,40              | 401,19 | 123,1                     | 317,52 | 297,75             | 371,40 | 400,85                  | 566,12 |

Analizom rezultata za dijabaz (Tablica 5) uočljivo je dobro poklapanje analitičkih vrijednosti normalnih naprezanja s vrijednostima dobivenim

numeričkim modelom oslonjenom na poluprostor. Vrijednosti naprezanja dobivene numeričkim modelima oslonjenim na opruge i upete oslonce odstupaju od vrijednosti dobivenih analitičkim proračunom. To odstupanje najizraženije je u uzvodnom presjeku temeljne stope. Razlog tome je pojava singulariteta na mjestima postavljanja opruge i ležaja. Singularitet ili beskonačno velika (mala) naprezanja i rezne sile javljaju se zbog pojednostavljenja i usvojenih pretpostavki o ponašanju konačnog elementa. Takve pojave se najčešće javljaju na mjestima unosa velikih koncentriranih sila ili zbog postavljanja određenih rubnih uvjeta čvorovima konačnih elemenata. U gornja dva presjeka (1-1, 2-2) rezultati pokazuju približno jednako odstupanje numerički dobivenih rezultata u odnosu na analitičke rezultate. To odstupanje je gotovo nezatno u slučaju 1. kombinacije opterećenja. U trećem presjeku (3-3), na nizvodnoj strani dolazi do značajnijeg odstupanja, što je rezultat utjecaja uzgona u tijelu brane. U analitičkom modelu pretpostavljen je linearan pad uzgona od gornje prema donjoj vodi te je njegova vrijednost u tom presjeku znatno veća u odnosu na numerički model. Numerički model pretpostavlja nagliji pad tlaka vode u tijelu brane od uzvodne prema nizvodnoj strani, a samim time i manju vrijednost uzgona u presjeku 3-3, što rezultira većim tlačnim naprezanjem. Zbog toga se rezultati analiza bolje poklapaju za 1. kombinaciju opterećenja, iako valja naglasiti da model s poluprostorom daje identične rezultate za obje kombinacije opterećenja na temeljnoj stopi.

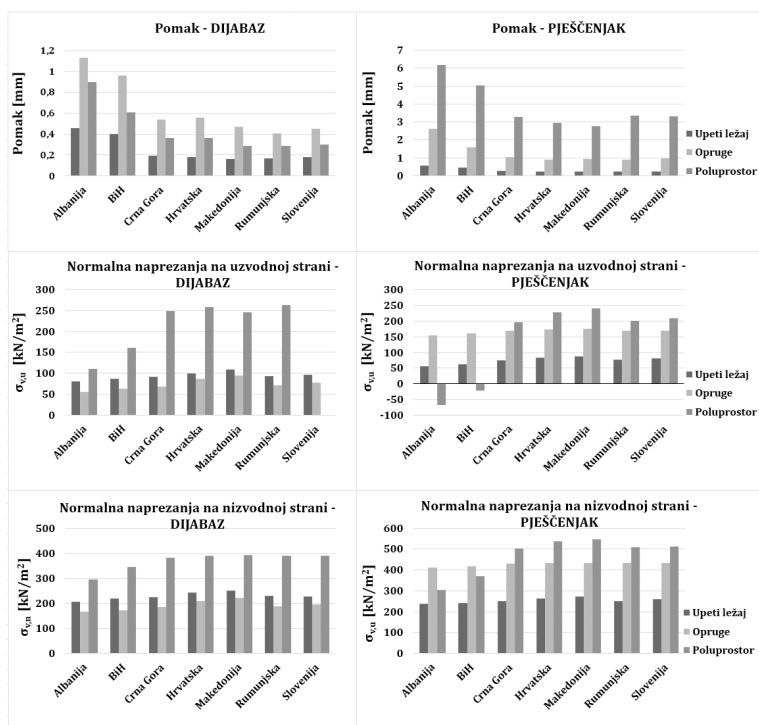
Generalno veće vrijednosti naprezanja dobivene su za slučaj modela temeljenog na pješčenjaku zbog višestruko manje krutosti pješčenjaka u odnosu na dijabaz. Posljedično tome, usporedivši rezultate numeričke analize za obje temeljne stijene, vidljiva je izraženija sličnost kod modela s upetim osloncima (manji utjecaj stijene pri takvom načinu modeliranja). Značajna je razlika naprezanja na temeljnoj stopi između modela na dijabazu i pješčenjaku u slučaju modeliranja tla kao poluprostora.



**Slika 10.** Raspodjela normalnih naprezanja po tijelu brane za branu temeljnu na stijeni dijabaz; 1. kombinacija opterećenja (lijevo), 2. kombinacija opterećenja (desno)

#### 4.4. Deformacije i naprezanja nastala uslijed potresnog djelovanja

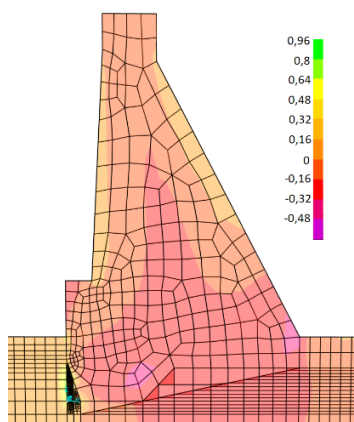
Brana je pobuđena sa sedam različitih potresa. S obzirom na to da je svaki od navedenih potresa različit, cilj je bio utvrditi utjecaj trajanja i vršnog ubrzanja potresa na deformacije te nastala naprezanja. Horizontalni pomaci su očitavani u točki P koja se nalazi na kruni brane (Slika 1). Poznato je da uslijed potresa dolazi do cikličkog gibanja konstrukcije te mogućnosti nastanka vlačnih napreznja u konstrukciji na različitim stranama. Stoga je promatrana i promjena normalnih napreznja s obzirom na djelovanje svih promatranih potresa i promatrane modele temeljnog tla. Rezultati su prikazani na Slici 11.



**Slika 11.** Deformacije i normalna naprezanja na uzvodnoj i nizvodnoj strani uslijed djelovanja potresa, dijabaz – lijevo, pješčenjak – desno

Uvidom u Sliku 11 može se zaključiti da najveće pomake vrha brane daje potres s najvećim ubrzanjem te da vrijednost pomaka ne ovisi o trajanju potresa, već isključivo o vršnom ubrzanju. Pregledom vrijednosti normalnih napreznja vidljivo je da dolazi do smanjena tlačnih napreznja, odnosno u nekim slučajevima čak i pojavljivanja vlačnih napreznja. To govori da se prilikom djelovanja potresa javljaju vlačna napreznja koja

moгу znatno ošteti branu. Na Slici 12 prikazana je raspodjela naprezanja u tijelu brane za kritičnu kombinaciju potresa (Albanija) i opterećenja (2. kombinacija) na pješčenjaku. Područje vlačnih naprezanja vidljivo je na uzvodnoj stopi temelja te rubnoj konturi brane s uzvodne i nizvodne strane. Iako vlačna naprezanja u tijelu i temelju brane nisu dozvoljena, zbog kratkog trajanja i naizmjeničnog opterećivanja konstrukcije dozvoljava se da potresna opterećenja izazovu vlačna naprezanja [4]. Nakon djelovanja potresa vrlo je važno provesti monitoring i pregled stanja brane te provesti popravke i sanaciju oštećenih elemenata brane u što kraćem roku.



*Slika 12. Raspodjela normalnih naprezanja po tijelu brane za kritičan slučaj – potres u Albaniji, stijena pješčenjak, 2. kombinacija opterećenja*

## 5. Zaključak

Radom je obuhvaćena analiza stanja naprezanja u tijelu visoke masivne armiranobetonske brane i temeljnoj stopi. Provedena je analiza za tri kombinacije opterećenja (prazna akumulacija, puna akumulacija i djelovanje potresa) i dvije vrste stijena na kojima je brana temeljena (dijabaz i pješčenjak). Proračunate su vrijednosti normalnih naprezanja analitičkim i numeričkim postupkom. Uočeno je dobro poklapanje rezultata primijenjenih metoda. Numeričko modeliranje brane ukazuje na utjecaj temeljne stijene i načina njenog modeliranja na raspodjelu naprezanja. U slučaju kruće stijene, dijabaza, rezultati su sličniji onima dobivenim analitičkim postupkom u odnosu na mekšu stijenu, pješčenjak. Najbolje poklapanje rezultata analitičkog i numeričkog proračuna uočeno je u slučaju modeliranja stijene kao poluprostora, gdje su dobivene gotovo identične vrijednosti naprezanja u temeljnoj stopi. Pri modeliranju brane temeljene na pješčenjaku, uočeno je povećanje vrijednosti normalnih naprezanja u donjem dijelu brane i temeljnoj stopi te time i veće odstupanje

od vrijednosti dobivenih analitičkim proračunom. Može se zaključiti da je analitički proračun primjenjiviji za tla veće krutosti. Treba napomenuti utjecaj singulariteta na rezultate, koji je posebno uočljiv na mjestima unosa velikih koncentriranih sila te zbog postavljanja određenih rubnih uvjeta čvorovima konačnih elemenata. Također, veću pozornost treba posvetiti zadavanju sile uzgona u tijelu brane. Analizom djelovanja potresa uočeno je da najveći pomaci vrha brane ne ovise o trajanju potresa, već o vršnom ubrzanju. Vidljivo je smanjenje normalnih naprezanja te pojavljivanje vlačnih naprezanja zbog cikličkog djelovanja potresa, koje je također u funkciji vršnog ubrzanja. Za nastavak istraživanja planirana je detaljnija analiza primjenjivosti analitičkog proračuna za različite tipove temeljne stijene, rješavanje problema pornih tlakova u tijelu brane pri numeričkom modeliranju, kao i analiza utjecaja određenih građevinskih rješenja na sprečavanje pojave vlačnih naprezanja uslijed djelovanja potresa.

## Literatura

- [1] Savić, Lj. M. (2003.) Uvod u hidrotehničke građevine. Beograd: Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu.
- [2] Petrović, P. S. (1997.) Hidrotehničke konstrukcije: Prvi deo. Drugo izdanje. Beograd. Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu.
- [3] Petrović, P. S. i Radojević D. D. (1997.) Hidrotehničke konstrukcije: Primeri primene I. Beograd. Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu.
- [4] Petrović, P. S. (2002.) Hidrotehničke konstrukcije: Drugi deo. Beograd. Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu.
- [5] CSI (Computers and Structures Inc.) (2016.) CSI Analysis Reference Manual for SAP2000, ETABS, SAFEand CsiBridge, Berkeley, California, USA
- [6] Novak, P., Moffat, A. I. B. , Nalluri, C. (2007.) Hydraulic Structures: Fourth Edition. Mjesto izdavanja: Taylor & Francis.
- [7] NEHRP Consultants Joint Venture, a partnership of the Applied Technology Council and the Consortium of Universities for Research in Earthquake Engineering. (2012.) Soil-Structure Interaction for Building Structures. URL: <https://www.nehrp.gov/pdf/nistgcr12-917-21.pdf> (pristup stranici: 25.05.2022.)
- [8] MacLeod, I. A. (2005.) Modern Structural Analysis: Modelling Process and Guidance. Thomas Telford, London, UK.
- [9] Ambraseys, N., Smit, P., Sigbjornsson, R., Suhadolc, P. and Margaritis, B. (2002.) Internet-Site for European Strong-Motion Data, European Commission, Research-Directorate General, Environment and Climate Programme
- [10] United States Bureau of Reclamation (1976.) Design of Gravity Dams: Design Manual for Concrete Gravity Dams, Denver, Colorado