

## Trenutno stanje modela mehanike tla

### **Bojan Đurin**

Sveučilište Sjever, prof. dr. sc., bdjurin@unin.hr

### **Matija Kancijan**

Sveučilište Sjever, bacc. ing. aedif., makancijan@unin.hr

### **Aleksej Aniskin**

Sveučilište Sjever, doc. dr. sc., aaniskin@unin.hr

### **Božo Soldo**

Sveučilište Sjever, prof. dr. sc., bsoldo@unin.hr

**Sažetak:** Prilikom projektiranja geotehničkih građevina, postoji potreba za usvajanjem određenog modela kojim ćemo predstaviti tlo koje promatramo pod određenim opterećenjem. Parametri koje zadajemo tome tlu ponekad su nepotpuni, čemu su uzrok razni problemi poput nepotpunih podataka iz laboratorija ili terenskog ("in situ") istraživanja. Odabir pravilnog modela ovisi o tome koliku točnost izračuna želimo dobiti, odnosno koliku nam ulogu igra rizik i do koje granice možemo prihvatiti možda neka rješenja koja ne daju pravu sliku o ponašanju tla pod opterećenjem. Zato je pravilan odabir modela prvi korak pri rješavanju geotehničkih zadaća, o čemu će nam ovisiti sav daljnji rad.

**Ključne riječi:** konstitutivni model, mehanika tla, naprezanja, elastičnost, plastičnost

## The current state of soil mechanics models

**Abstract:** When designing geotechnical structures, there is a need to adopt a particular model to represent the soil we observe under a particular load. The parameters we set for this soil are sometimes incomplete, which is caused by various problems such as incomplete data from laboratory or field research. The choice of the correct model depends on how accurate the calculation we want to get, or how much risk plays a role for us and to what extent we can accept some solutions that do not give a true picture of soil behavior under load. That is why the proper model selection is the first step in solving geotechnical problems, on which all further work will depend.

**Key words:** constitutive model, soil mechanics, stresses, elasticity, plasticity

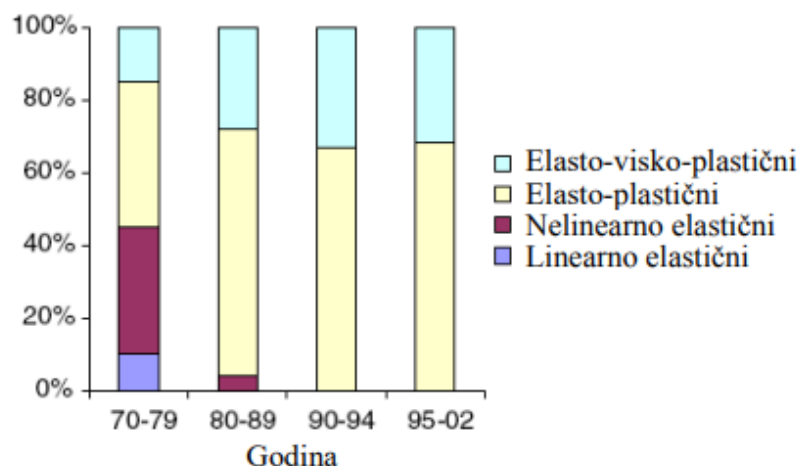
## 1. UVOD

Model je pokušaj da se prirodna pojava, fizikalni proces i drugi događaji u prirodi prikažu na način da bi se moglo utvrditi njihovo ponašanje, te pronaći rješenje za određeni problem iz stvarnog svijeta. Ukoliko se definicija modela ograniči na područje mehanike tla, odnosno na konstitutivni model, njegova je definicija, prema Liu, 2005., da konstitutivni model opisuje promjenu stanja naprezanja elementa materijala nastalu zbog opterećenja koje djeluju na element. Konstitutivni model daje informacije o čvrstoći i deformaciji materijala u infinitezimalnom elementu na kojeg djeluje naprezanje. Prema Nordal, 2008., model tla je matematički odnos između naprezanja i deformacija, odnosno između promjena naprezanja i deformacija. Taj odnos često se naziva i konstitucijska jednadžba.

Stvarno ponašanje tla je vrlo složeno. Postoje različiti modeli tla, koji opisuju odnose između naprezanja i deformacija i njihovo ponašanje pri slomu. Općenito, kriterij za primjenu nekog modela tla uvijek bi trebala biti ravnoteža između zahtjeva mehanike kontinuuma, zahtjeva za prikazom stvarnog stanja ponašanja tla u odnosu na laboratorijska istraživanja, praktičnosti u odnosu na promjenu veličine parametara i jednostavnost primjene u sklopu programskih paketa-softvera (Ti et al., 2009.).

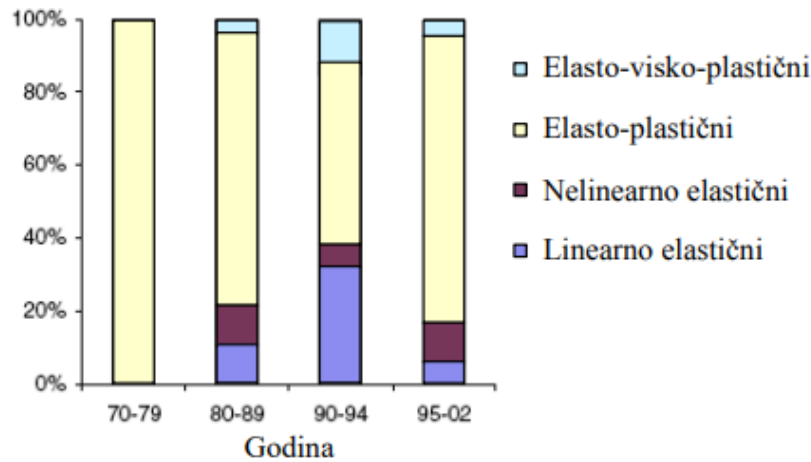
U radu Roje-Bonacci et al., 2006., modeli mehanike tla dijele se na elastične, plastične i elasto-plastične. Prema Nordal, 2008., napravljena je podjela na linearno-elastične modele, elasto-plastične modele, na jednostavne modele totalnog naprezanja i na jednostavne modele efektivnog naprezanja.

Modeli tla međusobno se razlikuju po broju i vrsti parametara, svojoj namjeni, složenosti i mogućnosti primjene, tj. po opisu i mogućnostima (Lade, 2005.). Razvoj konstitutivnih modela za meka tla u proteklih 30 godina prikazan je na Slici 1., dok je razvoj konstitutivnih modela za tunele u proteklih 30 godina prikazan na Slici 2.



Slika 1. Razvoj konstitutivnih modela tla za meka tla u proteklih 30 godina, (Ti et al., 2009.)

Đurin, B., Kancijan, M., Aniskin, A., Soldo, B.  
**Trenutno stanje modela mehanike tla**



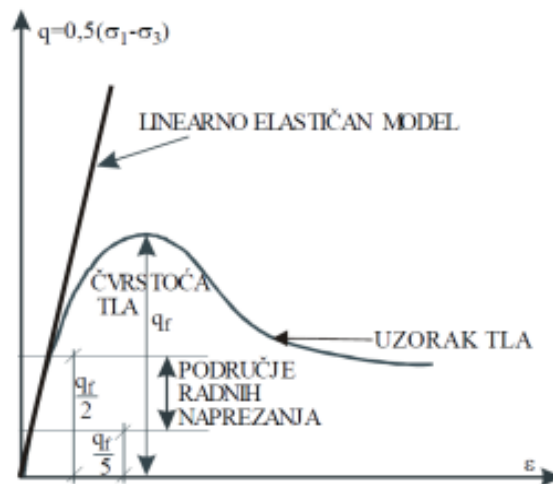
Slika 2. Razvoj konstitutivnih modela tla za tunele u proteklih 30 godina, (Ti et al., 2009.)

U nastavku rada prikazani su modeli mehanike tla prema podjeli iz rada Roje-Bonacci et al., 2006. Navedena podjela obuhvaća modele koji se odnose na praktičnu primjenu.

## 2. ELASTIČNI MODELI TLA

### 2.1 Linearno-elastični modeli

Kod ovog modela, veza između naprezanja i deformacija je linearna, odnosno izravno je proporcionalna deformacijama, (Roje-Bonacci et al., 2006.; Brinkgreve, 2005.). Navedena veza za troosno stanje naprezanja i troosno stanje deformacija izražena je jednačbom (1), dok je model za jednoosno stanje deformacija i ravninsko stanje naprezanja prikazan na Slici 3.



Slika 3. Prikaz linearno-elastičnog modela tla za jednoosno stanje deformacije i ravninsko stanje naprezanja

Durin, B., Kancijan, M., Aniskin, A., Soldo, B.  
**Trenutno stanje modela mehanike tla**

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

Glavna naprezanja označena su sa  $\sigma_1$  i  $\sigma_3$  i nalaze se na glavnim pravcima naprezanja nekog tijela. Model tla za jednoosno stanje naprezanja sa Slike 3. definiran je preko dva parametra: Youngovog modula ili modula elastičnosti  $E$  i Poissonovog koeficijenta  $\nu$ . Potrebno je spomenuti da se za ovaj model još koristi i naziv Hookeov zakon, odnosno linearna izotropna elastičnost (Brinkgreve, 2005.). Korištenjem poznatih veza iz Šimić, 2002., ovaj model može se dodatno opisati pomoću četiri parametara. Dakle, uz spomenuta dva parametra, tu su još modul smicanja  $G$  i modul zapreminske deformacije  $K$ :

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}, K = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad (2)$$

Ovaj model, u odnosu na ostale modele tla, ima najjednostavniju vezu odnosa između naprezanja i deformacije, no nije previše odgovarajući za obuhvat bitnih značajki ponašanja tla. Bez obzira na to, Hookeov zakon još uvijek igra važnu ulogu u složenijim postupcima proračuna (modeliranja), budući da je često uključen u elastični dio složenijih elastoplastičnih modela. Međutim, modifikacija ovog modela uključuje anizotropiju krutosti, tako da se definira Youngov modul  $E$  i Poissonov koeficijent  $\nu$  u dva smjera, te dodatni modul smicanja  $G$ , dakle s pet sadržanih parametara (Brinkgreve, 2005.; Wood, 1994.).

Ovom preinakom sa povećanjem parametara, ovaj se model može koristiti za kruta tla, tanke betonske zidove ili ploče, odnosno stijena te za područja koja nemaju naglašenu plastičnost. Ovaj model općenito nije prikladan za tla (Brinkgreve, 2005.). Doduše, Lade, 2005., navodi da se ovaj model može koristiti kod pijeska, gline i cementiranih tala. Wood, 1994., spominje upotrebu ovog modela u proračunu deformacija geotehničkih objekata opterećenih radnim opterećenjima i kod proračuna naprezanja kod odgovarajućih laboratorijskih ispitivanja.

## 2.2 Duncan-Chang model

Ovaj model baziran je na krivulji naprezanje-deformacija, prvi put predstavljenoj 1970. godine od strane Duncana i Changa, a dobivena je iz dreniranog troosnog tlačnog pokusa, te se može opisati hiperboličnom funkcijom:

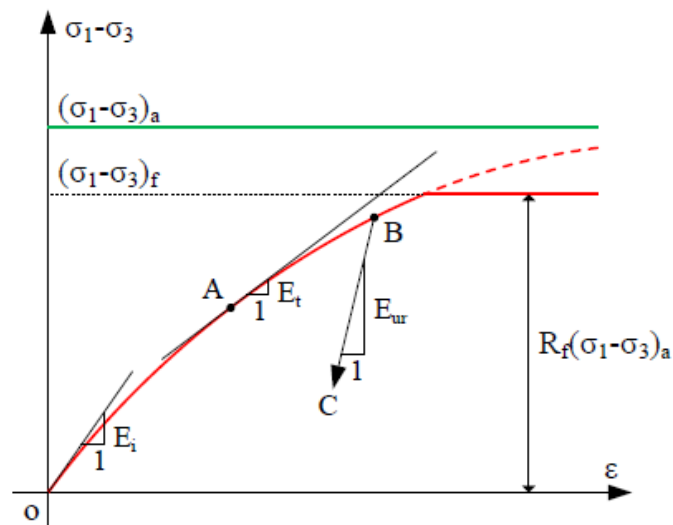
$$\frac{\epsilon}{\sigma_1 - \sigma_3} = a - b\epsilon \quad (3)$$

$a$  i  $b$  određeni su preko:

$$a = \frac{1}{E_i}, \quad \frac{1}{b} = (\sigma_1 - \sigma_3)_f \quad (4)$$

Na slici 4., navedeni model prikazan je kombinacijom prikaza iz Brinkgreve, 2005., Roje-Bonacci et al., 2006. i Ti et al., 2009.

Durin, B., Kancijan, M., Aniskin, A., Soldo, B.  
**Trenutno stanje modela mehanike tla**



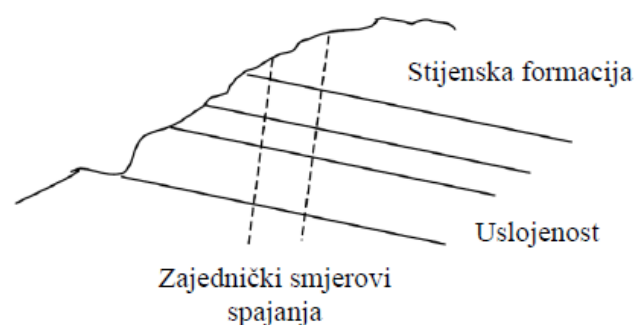
Slika 4. Prikaz modela Duncan-Chang  
 (Brinkgreve, 2005.; Roje-Bonacci et al., 2006.; Ti et al., 2009.)

Ovaj se model sastoji od tri modula: početnog modula  $E_1$ , tangentskog modula  $E_t$  i modula opterećenje-rasterećenje  $E_{ur}$  (Mitchell i Gardner, 1971.; Roje-Bonacci et al., 2006.).  $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$  je razlika glavnih napreznosti pri slomu, dok je  $(\sigma_1 - \sigma_3)_a$  asimptotska razlika glavnih napreznosti s obzirom na hiperbolnu krivulju koja povezuje napreznost i deformaciju.  $R_f$  je parametar (omjer) sloma.

Prednost Duncan-Chang modela, naširoko se koristi jer je njegove parametre (navedene module) moguće dobiti iz standardnog troosnog pokusa. Nedostatak ovog modela je da nije pogodan za proračune kod kojih se izračunava slom za tlo koje se ponaša potpuno plastično (Ti et al., 2009.). Prema Roje-Bonacci et al., 2006., ovaj model loše opisuje smanjenje posmičnog modula od početnog stanja do sloma, u ovisnosti o posmičnoj deformaciji.

### 2.3 Anizotropno-elastični model

Različita svojstva nekog gradiva u različitim smjerovima, naziva se anizotropija. Kod uzimanja anizotropije u određeni model, zasebno se razmatra elastična anizotropija, a zasebno plastična anizotropija. Elastična anizotropija odnosi se na korištenje elastičnih parametara krutosti u različitim smjerovima. Plastična anizotropija podrazumijeva korištenje različitih parametara napreznosti/deformacija u različitim smjerovima, što se u nastavku analizira u Modelu ispucale stijene (Plaxis b.v., 2002.) (Slika 5.).



Slika 5. Koncept Modela ispucale stijene (Plaxis b.v.,2002.)

Durin, B., Kancijan, M., Aniskin, A., Soldo, B.  
**Trenutno stanje modela mehanike tla**

Pretpostavka je da se navedena stijena bez diskontinuiteta ponaša kao transversalno anizotropni elastični materijal, opisan sa pet parametara i sa smjerom anizotropije. Moguće je definirati najviše tri klizne plohe/ravnine, kod kojih je pretpostavljeno da se prva podudara sa smjerom elastične anizotropije. Svaka ravnina može imati različite posmične čvrstoće.

Elastično ponašanje gradiva u Modelu ispucale stijene opisano je matricom krutosti elastičnog materijala,  $\underline{D}^*$ . Matrica  $D^*$  u Modelu ispucale stijene je transversalno anizotropna. Različite krutosti mogu se koristiti okomito na i u prethodno određenom smjeru („ravnina 1“). Ovaj smjer može odgovarati smjeru uslojenosti ili nekom drugom smjeru sa značajno različitim svojstvima elastične krutosti. Razmatra se vodoravna uslojenost, gdje je „ravnina 1“ usporedna sa x-z ravninom, te se postavljaju sljedeće zavisnosti prikazane u jednadžbi (5):

$$\begin{aligned}\dot{\varepsilon}_{xx} &= \frac{\dot{\sigma}_{xx}}{E_1} - \frac{u_2 \dot{\sigma}_{yy}}{E_2} - \frac{u_1 \dot{\sigma}_{zz}}{E_1} \\ \dot{\varepsilon}_{yy} &= -\frac{u_2 \dot{\sigma}_{xx}}{E_2} + \frac{\dot{\sigma}_{yy}}{E_2} - \frac{u_2 \dot{\sigma}_{zz}}{E_2} \\ \dot{\varepsilon}_{zz} &= -\frac{u_1 \dot{\sigma}_{xx}}{E_1} - \frac{u_1 \dot{\sigma}_{yy}}{E_2} + \frac{\dot{\sigma}_{zz}}{E_1} \\ \dot{\gamma}_{xy} &= \frac{\dot{\sigma}_{xy}}{G_2} \\ \dot{\gamma}_{yz} &= \frac{\dot{\sigma}_{yz}}{G_2} \\ \dot{\gamma}_{zx} &= \frac{2(1 + u_1) \dot{\sigma}_{zx}}{E_1}\end{aligned}\tag{5}$$

Točka iznad oznake za pojedinu veličinu označava infinitezimalnu vrijednost. Inverzna matrica krutosti anizotropnog elastičnog materijala,  $(\underline{D}^*)^{-1}$ , dobije se iz zavisnosti određenih u jednadžbi (5). Matrica  $D^*$  može se dobiti jedino numeričkom inverzijom.

Ravnina uslojenosti u općem slučaju neće biti usporedna s globalnom x-z ravninom. Međutim, zavisnosti iz jednadžbe (5) vrijediti će za lokalni n-s-t koordinatni sustav, kod kojeg je ravnina uslojenosti usporedna sa s-t ravninom. Orijentacija ove ravnine određena je s kutom nagiba i smjerom nagiba. Kao posljedica ovoga, matrica lokalne krutosti materijala mora biti transformirana iz lokalnog u globalni koordinatni sustav. Prvo se razmatra transformacija naprezanja i deformacija:

$$\underline{\underline{\sigma}}_{nst} = \underline{\underline{R}}_{\sigma} \underline{\underline{\sigma}}_{xyz}, \quad \underline{\underline{\sigma}}_{xyz} = \underline{\underline{R}}_{\sigma}^{-1} \underline{\underline{\sigma}}_{nst}\tag{6}$$

$$\underline{\underline{\varepsilon}}_{nst} = \underline{\underline{R}}_{\varepsilon} \underline{\underline{\varepsilon}}_{xyz}, \quad \underline{\underline{\varepsilon}}_{xyz} = \underline{\underline{R}}_{\varepsilon}^{-1} \underline{\underline{\varepsilon}}_{nst}\tag{7}$$

Vrijedi da je:

$$\underline{\underline{R}}_{\varepsilon}^T = \underline{\underline{R}}_{\sigma}^{-1}, \quad \underline{\underline{R}}_{\sigma}^{-T} = \underline{\underline{R}}_{\varepsilon}\tag{8}$$

Đurin, B., Kancijan, M., Aniskin, A., Soldo, B.  
**Trenutno stanje modela mehanike tla**

Iz lokalnog koordinatnog sustava n-s-t odnosi se mogu preoblikovati u globalni koordinatni x-y-z sustav:

$$\left. \begin{aligned} \underline{\sigma}_{nst} &= \underline{D}_{nst}^* \underline{\varepsilon}_{nst} \\ \underline{\sigma}_{nst} &= \underline{R}_\sigma \underline{\sigma}_{xyz} \\ \underline{\varepsilon}_{nst} &= \underline{R}_\varepsilon \underline{\varepsilon}_{xyz} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \underline{R}_\varepsilon \underline{\sigma}_{xyz} = \underline{D}_{nst}^* \underline{R}_\varepsilon \underline{\varepsilon}_{xyz} \quad (9)$$

Ovaj model omogućava modeliranje anizotropije stijenske mase. Velika prednost ovog modela je što on koristi uobičajene parametre za stijensku masu (Jednadžba (5)). Također je omogućeno određivanje vrijednosti tih parametara za smjer koji se želi analizirati (Hack et al., 2010.). Isti autori preporučaju primjenu ovog modela kod modeliranja naprezanja i deformacija u tunelima.

### 3. PLASTIČNI MODELI TLA

Koncept teorije plastičnosti sastoji se od tri osnovne veze: uvjeta popuštanja, zakona popuštanja i očvršćivanja, te uvjeta sloma. Plastični konstitutivni modeli razlikuju se po pretpostavljenoj funkciji popuštanja.

Općenito, ukupna deformacija tla, prema Thakur i Nordal, 2005., može se izraziti kao:

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p \quad (10)$$

Također vrijedi relacija (Roje-Bonacci et al., 2006.):

$$d\varepsilon = d\varepsilon^e + d\varepsilon^p \quad (11)$$

gdje je  $\varepsilon$  ukupna relativna deformacija,  $\varepsilon^e$  je elastična relativna deformacija, dok je  $\varepsilon^p$  plastična deformacija.

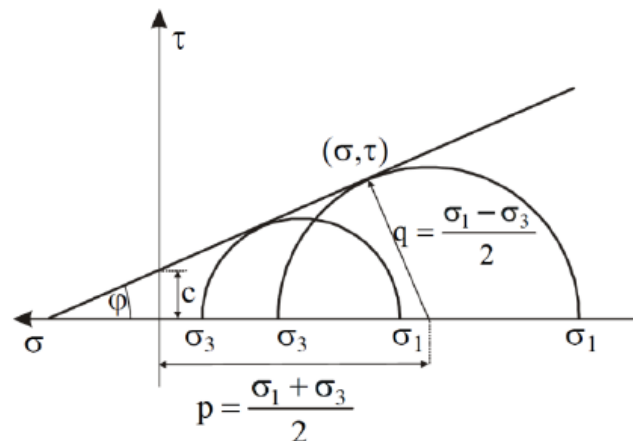
U nastavku će se opisati Mohr-Coulombov model, Drucker-Pragerov model, von-Misesov model i Tresca model.

#### 3.1 Mohr-Coulombov model tla

Model je jednostavan i primjenjiv za 3D stanje naprezanja, pri čemu su potrebna samo dva parametra čvrstoće (kohezija  $c$  i kut unutarnjeg trenja  $\varphi$ ) za opis plastičnog ponašanja (Ti et al., 2009.).

Teorija se zasniva na tome da je slom kontroliran najvećim posmičnim naprezanjima koje ovise o normalnim naprezanjima, što se prikazuje pomoću Mohrove kružnice (Slika 6.) za stanje naprezanja pri slomu pri najvećem i najmanjem glavnom naprezanju.

Đurin, B., Kancijan, M., Aniskin, A., Soldo, B.  
**Trenutno stanje modela mehanike tla**



Slika 6. Mohr-Coulombov kriterij sloma za ravninsko naprezanje

Prema Slici 6., Mohr-Coulombov zakon predstavljen je jednađbom (12):

$$\tau = c + \sigma \cdot \operatorname{tg}\varphi \quad (12)$$

Sa iste je slike vidljivo da je:

$$\tau = q \cdot \cos\varphi \text{ i } \sigma = p - q \cdot \sin\varphi \quad (13)$$

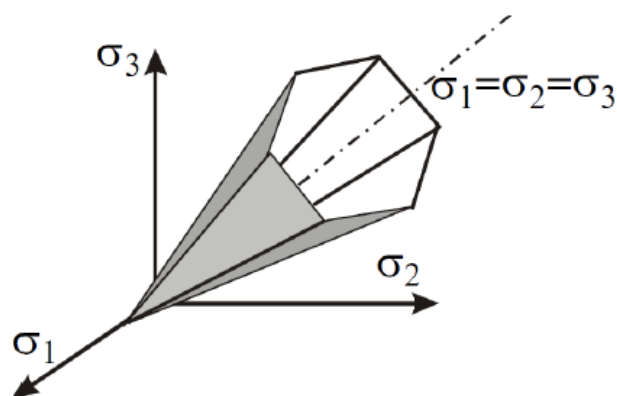
Ukoliko se izrazi za  $\tau$  i  $\sigma$  iz jednađbe (13) uvrste u jednađbu (12), Mohr-Coulombov kriterij može se napisati u obliku:

$$q - p \cdot \sin\varphi - c \cdot \cos\varphi = 0 \quad (14)$$

pri čemu je:

$$q = (\sigma_1 - \sigma_3)/2 \text{ i } p = (\sigma_1 + \sigma_3)/2 \quad (15)$$

Ponašanje tla pri slomu je dobro obuhvaćeno ovim modelom (Brinkgreve, 2005.). Utvrđeno je da se kombinacija naprezanja, koja uzrokuje slom u uzorcima tla, uklapa u oblik plohe sloma koji je u obliku pravilne šesterokutne prizme (Roje-Bonaccini et al., 2006.; Ti et al., 2009.). Na Slici 7. prikazana je ploha popuštanja za Mohr-Coulombov model za slučaj kad je kohezija  $c=0$  kPa



Slika 7. Ploha popuštanja za Mohr-Coulombov model za slučaj kad je kohezija  $c=0$  kPa

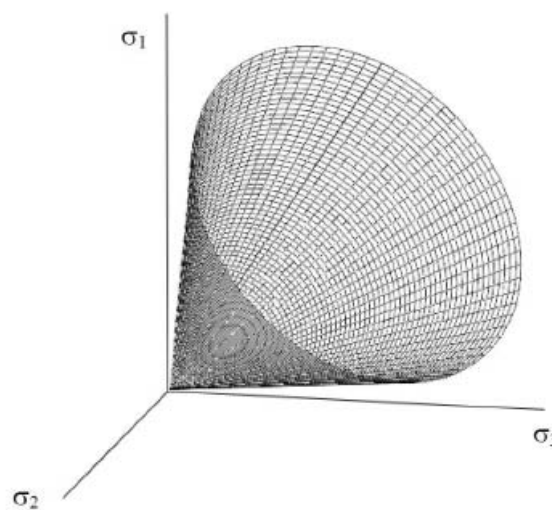


Đurin, B., Kancijan, M., Aniskin, A., Soldo, B.  
**Trenutno stanje modela mehanike tla**

U Ti et al., 2009., autori navode da je ponašanje tla ovim modelom dobro opisano za drenirano stanje, no da je poželjno koristiti nedrenirane parametre ( $c$  i  $\varphi$ ) za nedreniranu analizu. Također, za idealno plastično ponašanje, model ne uključuje učinak očvršćivanja odnosno omekšavanja tla.

### 3.2 Drucker-Pragerov model tla

Ovaj model predstavlja pojednostavljeni Mohr-Coulombov model, na način da je ploha popuštanja zamijenjena oblikom jednostavnog stošca, umjesto šesterokutnim oblikom, (Brinkgreve, 2005.) (Slika 8.).



Slika 8. Ploha popuštanja za Drucker-Pragerov model (Brinkgreve, 2005.)

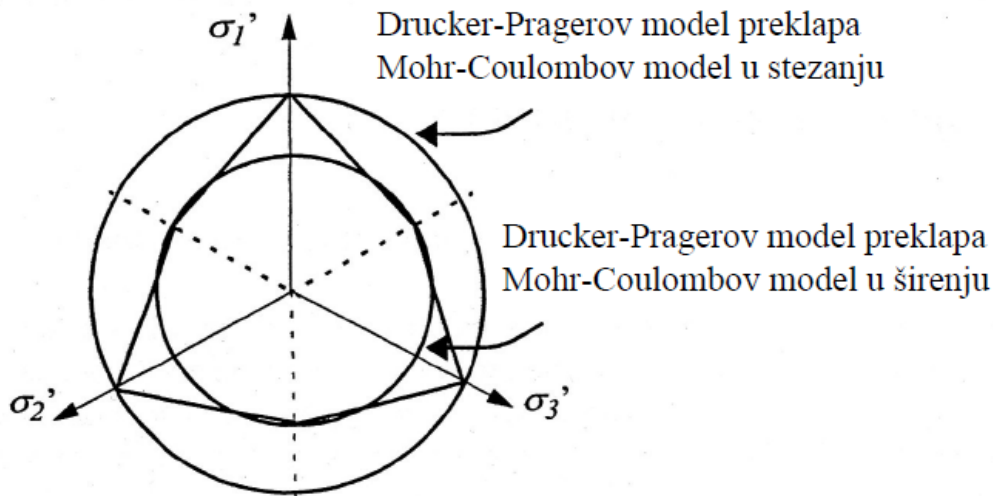
Model je definiran preko izraza za funkciju popuštanja  $f$ :

$$f = \sqrt{J_2} - \alpha I_1 - k = 0 \quad (16)$$

gdje je  $f$  funkcija popuštanja,  $J_2$  i  $I_1$  su pripadne invarijante naprezanja, dok su  $\alpha$  i  $k$  parametri gradiva (Tablica 1.). Ti parametri prikazani su za tri moguća slučaja sa Slike 9. (Nordal, 2008.).

Tablica 1. Vrijednost parametara  $\alpha$  i  $k$  za tri moguća slučaja (Nordal, 2008.)

Mogući slučajevi	$\alpha$	$k$
Troosni pritisak ( $\sigma_2 = \sigma_3$ )	$\frac{2\sin\varphi}{\sqrt{3}(3 - \sin\varphi)}$	$\frac{6c \cos\varphi}{\sqrt{3}(3 - \sin\varphi)}$
Troosno istezanje ( $\sigma_2 = \sigma_1$ )	$\frac{2\sin\varphi}{\sqrt{3}(3 + \sin\varphi)}$	$\frac{6c \cos\varphi}{\sqrt{3}(3 + \sin\varphi)}$
Unutarnja tangencijalna kružnica	$\frac{\sin\varphi}{\sqrt{3}(3 + \sin^2\varphi)}$	$\frac{6c \cos\varphi}{\sqrt{3}(3 + \sin^2\varphi)}$

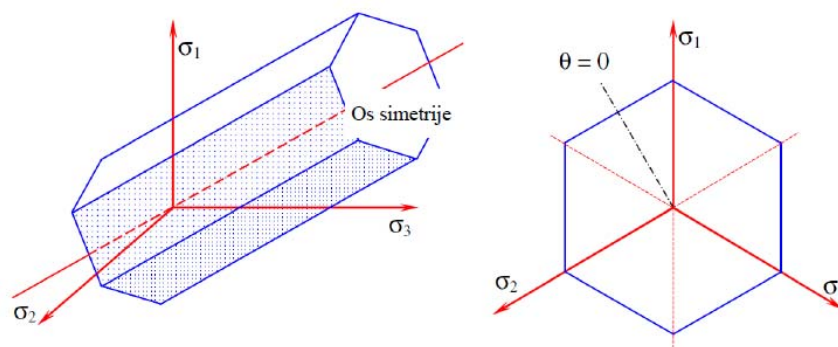


Slika 9. Usporedba Drucker-Pragerove plohe popuštanja sa Mohr-Coulombovom plohom popuštanja u ravninskom prikazu (Nordal, 2008.)

Zbog svoje jednostavnosti, Drucker-Pragerov model često se koristi u geotehničkom inženjerstvu. Međutim, utvrđeno je da se kružni oblik Drucker-Pragerove plohe popuštanja u devijatorskoj ravnini naprezanja dobro ne poklapa sa podacima dobivenim pokusima. Zbog navedenog razloga potreban je oprez kada se Drucker-Pragerov model koristi u geotehničkom inženjerstvu (Yu, 2006.).

### 3.3 Tresca model

Ovaj se model smatra posebnim slučajem Mohr-Coulombovog kriterija sloma. Ploha popuštanja pravilna je šesterostrana prizma (Slika 10.) (Taiebat i Carter, 2008.).



Slika 10. Ploha popuštanja za Tresca model (Taiebat i Carter, 2008.)

Model je definiran preko izraza za funkciju popuštanja  $f$ :

$$f = \sqrt{J_2} \cdot \cos\theta - s_u = 0 \quad (17)$$

Đurin, B., Kancijan, M., Aniskin, A., Soldo, B.  
**Trenutno stanje modela mehanike tla**

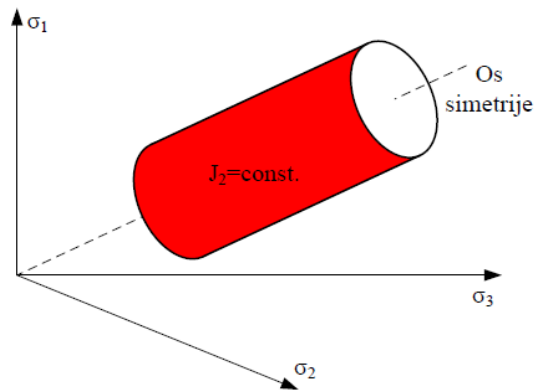
gdje je  $J_2$  druga invarijanta naprezanja,  $\theta$  je Lodeov kut, koji određuje orijentaciju ravnine naprezanja u odnosu na smjer glavnih naprezanja,  $s_u$  je nedrenirana posmična čvrstoća tla (Taiebat i Carter, 2008., Yu, 2006.).

### 3.4 Von-Misesov model

Von-Misesov model prvenstveno je zamišljen kao aproksimacija i matematički prikladnije pojednostavljenije Tresca modela (Nordal 2008.). Nadalje, vrijedi da dolazi do popuštanja kada druga invarijanta naprezanja dosegne kritičnu vrijednost (Yu, 2006.), odnosno kada je funkcija popuštanja  $f$  jednaka 0:

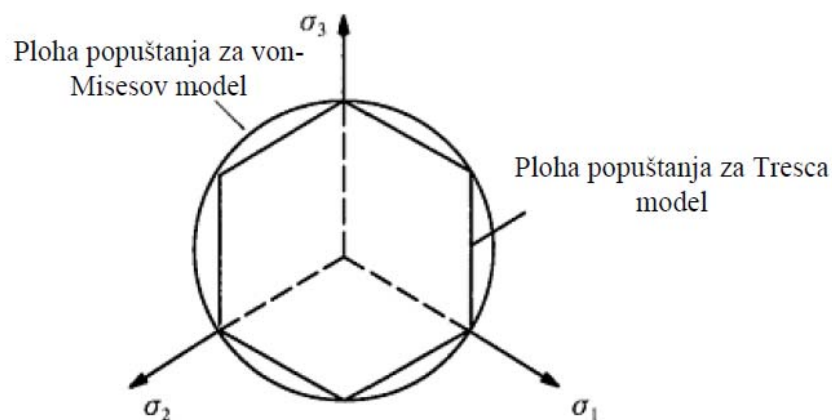
$$f = \sqrt{J_2} \cdot \cos\theta - k = 0 \quad (18)$$

gdje je  $J_2$  druga invarijanta naprezanja, a  $k$  je nedrenirana posmična čvrstoća tla kod čistog smicanja. Ploha popuštanja za von-Misesov model je valjak (Slika 11.)



Slika 11. Ploha popuštanja za von-Misesov model (Nordal, 2008.)

Na Slici 12. prikazana je ploha popuštanja za Tresca model i ploha popuštanja za von-Misesov model u ravninskom prikazu.



Slika 12. Ploha popuštanja za Tresca model i ploha popuštanja za von-Misesov model u ravninskom prikazu (Yu, 2006.)

Đurin, B., Kancijan, M., Aniskin, A., Soldo, B.  
**Trenutno stanje modela mehanike tla**

Ukoliko se nedrenirana posmična čvrstoća tla kod čistog smicanja,  $k$ , prikladno odabere tako da kružnica koja predstavlja plohu sloma od von-Misesovog modela prolazi kroz vrhove šesterokuta koji predstavljaju plohu sloma kod Tresca modela (Slika 12.), vrijedi relacija:

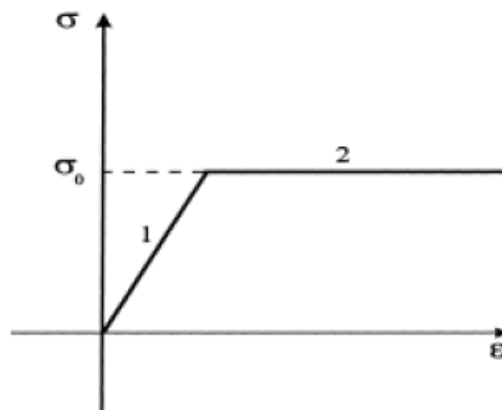
$$k = \frac{s_u}{\cos \theta} \quad (19)$$

Prema jednadžbi (19) i Slici 12., tj. usporedbom funkcija von-Misesovog modela i Tresca modela, vidljivo je da von-Misesov kriterij općenito podrazumijeva nešto veću nedreniranu posmičnu čvrstoću. Razlika ovisi o Lodeovom kutu  $\theta$  (Yu, 2006.). Yu, 2006., također preporuča korištenje ovog modela u koherentnim tlima.

## 4. ELASTO-PLASTIČNI MODELI TLA

### 4.1 Linearno elastični-idealno plastični model

Na slici 13. prikazano je linearno elastično-idealno plastično ponašanje tla.



Slika 13. Linearno elastično-idealno plastično ponašanje tla (Mouazen i Neményi, 1998.)

Model koji opisuje ovakvo ponašanje tla, sastoji se od dva dijela. U prvom dijelu, označenom s „1“ na Slici 13., ponašanje tla je linearno elastično, dok je u dijelu „2“ ponašanje idealno plastično (Mouazen i Neményi, 1998.).

Prema jednadžbama, relativna se deformacija može podijeliti na elastičnu i idealno plastičnu komponentu. Elastična komponenta ima svoju konstitutivnu jednadžbu gdje je:

$$\sigma = C_E \cdot \varepsilon \quad (20)$$

pri čemu je  $C_E$  elastična konstanta sustava (Roje-Bonacci, 2003.).

Funkcija popuštanja,  $f$ , određena je preko:

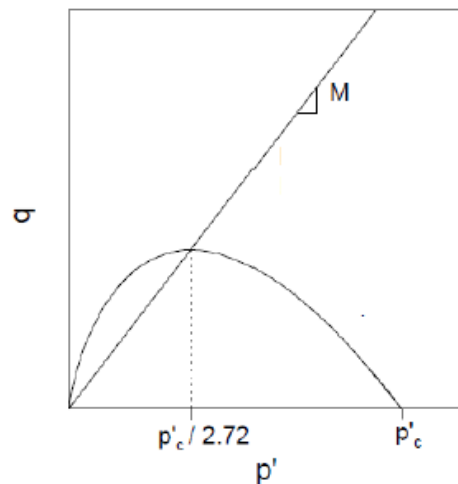
$$f = f(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}) \quad (21)$$

Dakle, za  $f < 0$ , naprezanje je u području elastičnih deformacija, a za  $f = 0$  funkcija popuštanja opisuje zakon čvrstoće. Ovaj se model koristi kod razmatranja posmičnog sloma u tlu uslijed prekoračenja čvrstoće na smicanje (Roje-Bonacci, 2003.).

Đurin, B., Kancijan, M., Aniskin, A., Soldo, B.  
**Trenutno stanje modela mehanike tla**

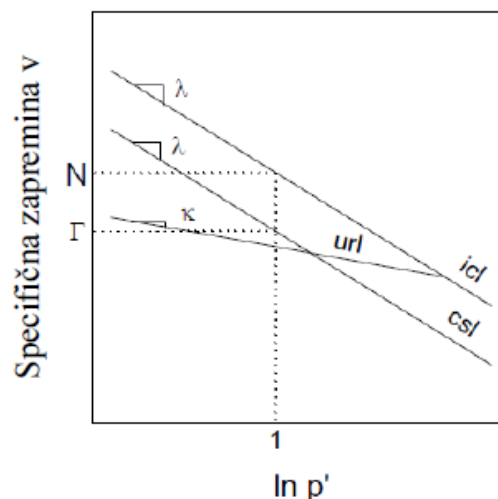
#### 4.2 Cam-Clay (izvorni) model i modificirani Cam-Clay model tla

Cam-Clay je model integriran u programski paket Plaxis 8.0, prikaz Cam-Clay modela dan je na Slici 14. u koordinatnom sustavu  $p' - q$ .  $p'$  je srednje efektivno naprežanje,  $q$  je devijator naprežanja,  $p_c$  je naprežanje prekonsolidacije,  $M$  je parametar kritičnog stanja.



Slika 14. Cam-Clay (izvorni) model u koordinatnom sustavu  $p' - q$  (Baxter, 2000.)

U svrhu opisa ovog modela, priložena je Slika 15., gdje su u koordinatnom sustavu  $\ln p' - v$  opisani laboratorijski rezultati pokusa u edometru i pokusa izotropne kompresije, provedenih u svrhu dobivanja određenih parametara (podataka) koji će poslužiti za modeliranje Cam-Clay modela.  $v$  je specifična zapremina, određena pomoću koeficijenta pora  $e$ , pri čemu je  $v = 1 + e$  (Baxter, 2000.).



Slika 15. Prikaz rezultata edometarskog pokusa i pokus izotropne kompresije, (Baxter, 2000.)

Pravac „url“ (pravac rasterećenje-opterećenje) i pravac „icl“ (pravac izotropne kompresije) opisuju stišljivost tla i pretpostavljeno je da su linearne. Parametar  $\kappa$  izražava nagib pravca „url“, dok parametar  $\lambda$  izražava nagib pravca „icl“. Pravac „csl“ predstavlja liniju

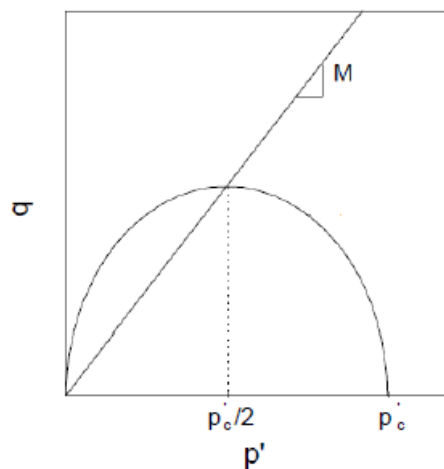
Durin, B., Kancijan, M., Aniskin, A., Soldo, B.  
**Trenutno stanje modela mehanike tla**

kritičnog stanja i usporedan je s pravcem „icl“. Kod ove krivulje, plastična posmična deformacija nastaje bez nastanka plastičnih volumetrijskih naprezanja. Parametar  $N$  označava položaj pravca „icl“ u koordinatnom sustavu  $\ln p' - v$ . Parametar  $N$  ujedno je vrijednost specifične zapreminine  $v$  na liniji „icl“ s vrijednošću  $p' = 1$  (Baxter, 2000.).

Za Cam-Clay (izvorni) model, promjene (inkrementi) relativne elastične volumetrijske deformacije  $\delta\varepsilon_p^e$  i relativne elastične posmične deformacije  $\delta\varepsilon_q^e$  mogu se izraziti kao:

$$\delta\varepsilon_p^e = \frac{K}{vp'}, \delta p' \text{ i } \delta\varepsilon_q^e = 0 \quad (22)$$

Modificirani Cam-Clay model prikazan je na Slici 16.



Slika 16. Modificirani Cam-Clay model (Baxter, 2000.)

Za modificirani Cam-Clay model, promjene (inkrementi) relativne elastične volumetrijske deformacije  $\delta\varepsilon_p^e$  i relativne elastične posmične deformacije  $\delta\varepsilon_q^e$  mogu se izraziti kao:

$$\delta\varepsilon_p^e = \frac{K}{vp'}, \delta p' \text{ i } \delta\varepsilon_q^e = \frac{1}{3G} \delta q \quad (23)$$

Relativne volumetrijske deformacije mogu se izraziti i preko modula zapreminske deformacije,  $K$ :

$$K = \frac{\delta p'}{\delta\varepsilon_p^e} \quad (24)$$

Za Cam-Clay (izvorni) model i za modificirani Cam-Clay model, modul  $K$  jednak je:

$$K = \frac{vp'}{K} \quad (25)$$

Funkcija popuštanja  $f$  određuje granicu između elastične i elasto-plastične deformacije. Kod naprezanja „ispod“ plohe popuštanja, definirane funkcijom popuštanja  $f$ , pojavljuju se samo elastične deformacije. „Iznad“ plohe popuštanja, pojavljuju se elastične i plastične deformacije (Baxter, 2000.).

Funkcija popuštanja za Cam-Clay (izvorni) model dana je izrazom:

Durin, B., Kancijan, M., Aniskin, A., Soldo, B.  
**Trenutno stanje modela mehanike tla**

$$f = \frac{q}{Mp'} + \ln \frac{p'}{p_x} - 1 \quad (26)$$

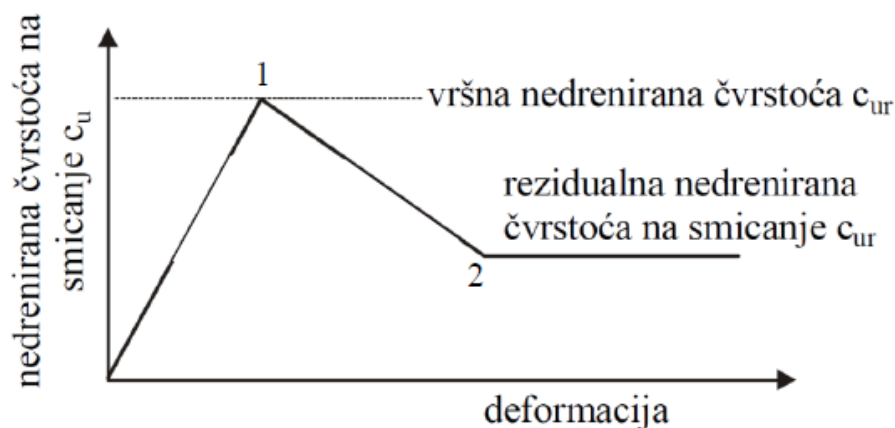
Parametar  $p'$  definira veličinu plohe popuštanja.

Oblik plohe popuštanja za modificirani Cam-Clay model je elipsa. Za Cam-Clay model, ploha popuštanja siječe „M“ liniju kod  $p'_c/2,72$ , a za modificirani Cam-Clay model kod  $p'_c/2$ .

U Baxter, 2000., Cam-Clay (izvorni) model i modificirani Cam-Clay model korišteni su za modeliranje ponašanja bentonitnih glina koje su se koristile za dijafragme koje sprečavaju procjeđivanje i zaključeno je da im je primjena opravdana. Prema, Brinkgreve, 2005., modificirani Cam-Clay model je najprikladniji za meka tla kao što su normalno konsolidirane gline.

### 4.3 Deformacijsko-omekšavajući model

Kod ovog modela pojam deformacijsko omekšavanje podrazumijeva nastanak plastičnih deformacija kod smanjenja naprezanja koja izazivaju popuštanje materijala. Ovakav je model prikazan na Slici 17.



Slika 17. Deformacijsko-omekšavajući model tla

Spomenuti se model sastoji od tri linearna dijela. Prvi je linearni dio koji raste do najveće posmične čvrstoće (točka 1), drugi dio je omekšavajući dio u kojem posmična čvrstoća opada do najveće rezidualne čvrstoće (točka 2), dok je treći dio od točke 2 nadalje, kod kojeg se posmična čvrstoća  $c_{ur}$  ne mijenja. Dakle, ovaj model je elastično-omekšavajući-plastični (Roje-Bonacci et al., 2006.).

Funkcija popuštanja  $f$  za ovaj model zadana je preko posmičnih naprezanja  $q$  i nedrenirane posmične čvrstoće  $c_u$ :

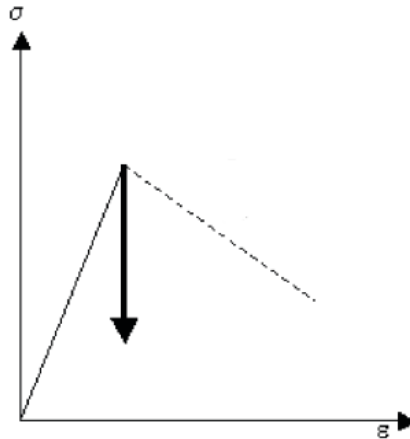
$$f = q - \sqrt{3c_u} \quad (31)$$

Slom pri posmičnoj čvrstoći,  $c_u$ , jednak je:

$$c_u = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \quad (32)$$

Đurin, B., Kancijan, M., Aniskin, A., Soldo, B.  
**Trenutno stanje modela mehanike tla**

Na Slici 18. prikazan je i primjer ekstremne situacije omekšavanja za osjetljive gline, koja se može pojaviti, prikazan u koordinatnom sustavu  $\sigma - \epsilon$ .



Slika 18. Ekstremna situacija omekšavanja osjetljive gline u deformacijsko-omekšavajućem modelu tla (Thakur i Nordal, 2005.)

## 5. ZAKLJUČAK

Modeli mehanike tla imaju ulogu prikaza odnosa naprezanje-deformacija različitih vrsta tala za različite slučajeve opterećenja. Namjena tih modela je što vjernije i realnije prikazati stvarno ponašanje tla na osnovu podataka dobivenih terenskim i laboratorijskim ispitivanjima. Model mehanike tla, treba simulirati stvarno ponašanje tla i on treba imati takva svojstva da se parametri, potrebni za njegov opis i definiciju, mogu dobiti iz što jednostavnijih ispitivanja, bilo da se radi o laboratorijskim ispitivanjima, bilo da se radi o terenskim ispitivanjima (Lade, 2005.).

Svršishodno je odabrati model tla koji omogućava uklapanje (prilagodbu) podacima dobivenim u laboratorijskim ispitivanjima. Vrlo je važno obuhvatiti proračune sa što više provedenih pokusnih mjerenja u svrhu dobivanja što većeg stupnja pouzdanosti modela, a što u krajnjoj liniji omogućava i veću mogućnost primjene tog modela. Nadalje, takav model daje „pravi“ odgovor na problem koji se rješava, unatoč činjenici da je u takvom odgovoru uključen izvjestan stupanj pretpostavki sa određenom razinom točnosti (Ti et al., 2009.).

## LITERATURA

1. Baxter, D.Y.: Mechanical Behavior of Soil-Bentonite Cutoff Walls, doktorska disertacija, Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, Virginia, SAD, 2000.
2. Brinkgreve, R. B. J.: Selection of Soil Models and Parameters for Geotechnical Engineering Application, GeoFrontiers 2005 Congress: Soil Constitutive Models: Evaluation, Selection, and Calibration, Austin, SAD
3. Hack, R., Azzam, R., Charlier, R.: Engineering Geology for Infrastructure Planning in Europe: A European Perspective (Lecture Notes in Earth Sciences), New York, SAD, 2010.
4. Kavitha, P. E., Narayanan, K. P., Beena, K. S.: A review of soil constitutive models for soil structure interaction analysis, Proceedings of Indian Geotechnical Conference, Kochi, Indija, 2011.
5. Lade, P. V.: Overview of Constitutive Models for Soils, ASCE Geotechnical Special Publication No.128, Soil Constitutive Models: Evaluation, Selection, and Calibration, Austin, SAD, 2005.



Durin, B., Kancijan, M., Aniskin, A., Soldo, B.  
**Trenutno stanje modela mehanike tla**

---

6. Liu, M. D.: Soil Plasticity and the Structured Cam Clay Model, predavanja u sklopu preddiplomskog studija građevinarstva na Suranaree University of Technology (SUT), Nakhon Ratchasima, Tajland, 2005.
7. Mitchell, J. K., Gardner, W. S.: Analysis of Load-Bearing Fills over Soft Subsoils, Proceeding of The American Society of Civil Engineers, Oklahoma, SAD, 1971.
8. Mouazen, A. M., Neményi, M.: A review of the finite element modelling techniques of soil tillage, Mathematics and Computers in Simulation, 48, 1998.
9. Nordal, S.: Soil Modeling, pisani materijali u sklopu doktorskog studija „Soil Modeling“, Geotehnički odjel, Norveško Sveučilište Znanosti i Tehnologije, Trondheim, Norveška, 2008.
10. Plaxis b.v.: Plaxis Version 8, Material Models Manual, Delft, Nizozemska, 2002.
11. Roje-Bonacci, T.: Mehanika tla, drugo dopunjeno i izmijenjeno izdanje, Građevinski fakultet Sveučilišta u Splitu, IGH d.d. Zagreb, Geotehnički fakultet Varaždin, Split, Hrvatska, 2003.
12. Šimić, V.: Otpornost materijala I, Školska knjiga Zagreb, II. Izdanje, Zagreb, Hrvatska, 2002.
13. Taiebat, H. A., Carter, J. P.: Flow rule effects in the Tresca model, Computers and Geotechnics, 35, 2008.
14. Thakur, V. Nordal, S.: Rate Dependent Elasto Plastic Deformation of Shear Bands in Sensitive Clays, Electronic Journal of Geotechnical Engineering (EJGE), Oklahoma, SAD, 2005.
15. Ti, K. S., Huat, B. B. K., Noorzaei, J., Jaafar, M. S., Sew, G. S.: A Review of Basic Soil Constitutive Models for Geotechnical Application, Electronic Journal of Geotechnical Engineering (EJGE), Oklahoma, SAD, 2009.
16. Wood, D. M.: Soil behaviour and critical state soil mechanics, Cambridge University Press, 2. Reprint, Melbourne, Australia, 1994.
17. Yu, H.: Plasticity and Geotechnics, Springer Science+Business Media, New York, SAD, 2006.
18. <http://www.answers.com/topic/sensitive-clay>, McGraw-Hill Science & Technology Dictionary: sensitive clay, datum pristupa 22.09.2022.
19. <http://www.itascacg.com/pdf/flac/Models500.pdf>, Itasca International Inc. (2005), 2. Constitutive Models: Theory and Implementation, uputstvo za programski paket FLAC 5.0., datum pristupa 22.09.2022.
20. [http://www.osha.gov/pls/oshaweb/owadisp.show\\_document?p\\_table=STANDARDS&p\\_id=10931](http://www.osha.gov/pls/oshaweb/owadisp.show_document?p_table=STANDARDS&p_id=10931), United States Department of Labor, datum pristupa 22.09.2022.