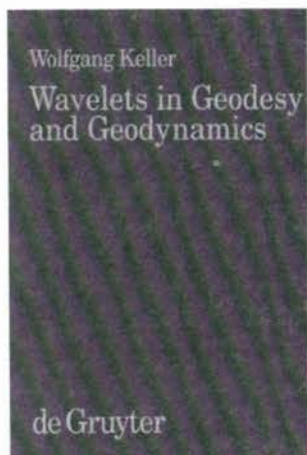


## Wolfgang Keller: WAVELETS IN GEODESY AND GEODYNAMICS



U 2004. godini objavljena je knjiga *Wavelets in Geodesy and Geodynamics* autora Wolfganga Kellera. Izdavač je Walter de Gruyter, a ISBN je 3-11-017546-0. Knjiga je na engleskom jeziku, ima 279 stranica, u tvrdom uvezu dimenzija 17,5 × 24,5 cm.

Iako se u matematici teorija *waveleta* (valića) javlja početkom XX. stoljeća, tek je osamdesetih godina prošlog stoljeća razvijena do razine da se može primjenjivati u praktične numeričke svrhe. Sa sve većom primjenom u rješavanju problema u raznim disciplinama *wavelet* analiza (WA) doživljava vrlo nagli razvoj koji još uvijek traje, a ovom knjigom taj razvoj u području geodezija postaje jasno artikuliran.

WA je osobito našla svoju primjenu u: analizi signala, komunikacijskoj teoriji, obradbi slike, kvantnoj mehanici, harmonijskoj analizi, analizi pseudodiferencijalnih operatora, rješavanju parcijalnih diferencijalnih jednadžbi, analizi podataka, primjeni multirezolucijske analize i dr. Osobito su značajne nove *wavelet* spoznaje u povezivanju

makroskopskog i mikroskopskog molekularnog svijeta. *Wavelet* analizom otvoreni su novi pristupi percepciji realnosti.

Knjiga je, nakon uvoda i pregleda korištenih simbola, podijeljena u tri glavna poglavlja, dva dodatka, vježbe s rješenjima, bibliografiju i indeks. WA je logičan nastavak Fourierove analize (FA) pa knjiga u prvom poglavlju *Fourierova analiza i filtriranje* daje kraći uvod u područje obradbe signala primjenom FA. Drugo poglavlje *Wavelets* počinje motivacijom za bavljenje waveletima. FA upotrebljava periodične funkcije kao osnovno svojstvo matematičkog modela pri obradbi signala. To omogućuje dobivanje globalne slike o spektralnom ponašanju signala ali ne daje podatke kada se (za signal u vremenskoj domeni) ili gdje (za signal u prostornoj domeni) neka frekvencija najčešće javlja. WA omogućuje primjenu funkcija s drukčijim svojstvima. To znači izbor funkcije koja bolje opisuje empirijske podatke, što ima za posljedicu bolje razdvajanje signala i šuma. Izbor familija funkcija također omogućuje lokalizaciju u prostorno-vremenskoj domeni. Ta svojstva WA omogućuju analizu i nestacionarnih signala što nije moguće primjenom FA.

U sljedećem potpoglavlju obrađena je kontinuirana *wavelet* transformacija u kojoj se definiraju matematički odnosi uz pretpostavka kontinuiranog signala. Realni su podaci prostorno-vremenski diskretne veličine pa je u sljedećem poglavlju obrađena diskretna *wavelet* transformacija.

U sljedećem potpoglavlju obrađena je primjena multirezolucijske analize (MA) kao dio WA. MA omogućuje rastavljanje početnog signala na aproksimacije i detalje u više nivoa. U slučaju rastavljanja signala na veći broj nivoa javlja se veliki broj operacija, što stvara poteškoće pri numeričkoj obradbi. Međutim, primjenom Mallatova algoritma aproksimacija i detalj pojedinog nivoa računaju se na osnovi samo aproksimacije iz prethodnog nivoa, što je opisano u sljedećem potpoglavlju.

Ako se s pomoću WA žele dobiti detaljnije informacije gdje/kad se nalazi/događa pojedina skala (frekvencija) treba smanjiti frekvenciju prostorno/vremenske varijable. *Waveleti* su kompromis između predstavljanja signala s pomoću skale i prostorno/vremenske varijable. Taj odnos između skale (frekvencije) i prostorno/vremenske varijable definira se posebnom funkcijom skaliranja koja se primjenjuje na *mother wavelet* funkciju i dobiva se nova familija funkcija, što je obrađeno u sljedećem potpoglavlju knjige koje obrađuje wavelet paket.

U sljedeća tri potpoglavlja obrađene su karakteristike biortogonalnih i Dabubechiesovih *wavelet* familija funkcija te waveleti na intervalu.

Osim do sada u knjizi obrađene problematike jednodimenzionalnih *waveleta*, koji su pogodni za analizu jednodimenzionalnih podataka (npr. vremenskih serija GPS-mjerenja, opažanja razine mora, rotacije Zemlje i sl.), u nastavku su obrađeni dvodimenzionalni kontinuirani i diskretni *waveleti*. Kako je geodetska intuicija vezana uz prostorno rješavanje problema ovo potpoglavlje definira osnovu za primjenu WA pri rješavanju većeg broja geodetskih zadataka.

Sferni *waveleti*, koji su obrađeni u sljedećem potpoglavlju, od osobite su važnosti pri modeliranju globalnih Zemljinih modela. Sferni *waveleti* omogućuju lokalizaciju u prostoru, za razliku od razvoja u sferne harmonike koje omogućuju samo lokalizaciju frekvencija.

U trećem poglavlju *Primjene* dan je veći broj primjera primjene WA u geodeziji i geodinamici. Podijeljeni su u pet potpoglavlja. U prvoj skupini primjera koristi se svojstvo *waveleta* u boljem razlučivanju signala i šuma prilikom otkrivanja promjena karakteristika signala. Prvi primjer iz te skupine obrađuje primjenu WA na određivanju gibanja Zemljina pola. U sljedećim primjerima obrađene su primjene WA: u obradbi atmosferskih turbulencija, u dobivanju rasjeda na osnovi batimetrije oceanskog dna i definiranju seizmičkog horizonta refleksije. Nastavno se koristi superiorno svojstvo *waveleta* dobrog opisivanja podataka da bi se otkrili prekidi u vremenskom nizu GPS-mjerenja (cycle slip). Isto se svojstvo koristi za prepoznavanje rubova sadržaja na slikama, a to ima znatnu primjenu u automatskom prepoznavanju sadržaja na satelitskim i aviosnimcima. Sljedeće potpoglavlje obrađuje skupinu primjera koji se bave primjenom WA pri kompresiji podataka i otklanjanju šuma. U prvom se dijelu obrađuje *wavelet* filtriranje i izjednačenje. Izjednačenjem se određuju parametri definirani matematičkim modelom koji definiraju signal i popravke koje definiraju šum. Razdvajanje signala i šuma primjenom WA može se interpretirati kao postupak izjednačenja. U sljedećem primjeru obrađeno je otklanjanje šuma iz podataka. To ima utjecaja na inverzne operacije koje postaju numerički nestabilne ako ulazni podaci sadrže veliki šum.

U sljedećem potpoglavlju je obrađena problematika komprimiranja podataka. Zbog dobrog opisivanja podataka matematičkim modelom, *waveleti* su našli široku primjenu u komprimiranju digitalnih slika i drugih digitalnih podataka, kao što su digitalni modeli reļefa.

U trećem potpoglavlju skupina primjera obrađuje primjenu WA prilikom filtriranja i predikcije. WA omogućuje razlučivanje frekvencija ulaznog signala na nisko i visoko-frekventne dijelove, tj. filtriranje dijela frekvencija. U području predikcije WA koristi mogućnost obradbe nestacionarnog signala te se primjenom WA mogu prediciirati nestacionarni signali, a to ima osobiti utjecaj na metodu kolokacije.

Četvrto potpoglavlje obrađuje WA s obzirom na aproksimacije operatora. WA utječe na komprimiranje operatorskih izraza i rješavanju problema primjenom diskretnih *wavelet* operatora.

U posljednjem potpoglavlju vrlo je kratko obrađena primjena WA u modeliranju polja ubrzanja sile teže.

U prvom je *prilogu* u šest potpoglavlja dan sustavni uvod u Hilbertove prostore, a u drugom je ukratko obrađen problem distribucije podataka. Na kraju su dani *zadaci za vježbu s rješenjima*, a knjiga završava *bibliografijom* i *indeksom*.

*Waveleti* će se zbog svoje superiornosti nad drugim matematičkim metodama, u pojedinim područjima analize, sve više afirmirati i u geodeziji. Iako su se *waveleti* počeli već prije primjenjivati u rješavanju pojedinih geodetskih zadataka, ovo je prva knjiga koja sustavno obrađuje primjenu *waveleta* u geodeziji. Pojavom ove knjige *wavelet* analiza postala je dio geodezije, a geodezija dio *wavelet* analize.

Željko Hećimović