

UDK 523.31-336:528.37:528.242(497.5)
Izvorni znanstveni članak

Globalni geopotencijalni modeli na teritoriju Hrvatske

Željko HEĆIMOVIĆ – Zagreb¹, Tomislav BAŠIĆ – Zagreb²

SAŽETAK. U radu su prikazani rezultati ispitivanja 14 globalnih geopotencijalnih modela da bi se utvrdilo koji od njih najbolje reprezentira Zemljino polje ubrzanja sile teže na teritoriju Hrvatske. Pritome su kao referentne vrijednosti korištene GPS-nivelmanske undulacije geoida. Utvrđeno je da globalni geopotencijalni modeli EGM96 i GFZ97 najbolje opisuju Zemljino polje ubrzanja sile teže na našim prostorima. Kako bi se utvrdilo postojanje konstantnog pomaka hrvatskoga vertikalnog datuma u odnosu na modele EGM96 i GFZ97, definirana su dva modela transformacije. Model transformacije koji uključuje nultu undulaciju N_0 bolje je prilagođen stvarnim podacima i potvrdio je postojanje konstantnoga vertikalnog pomaka između GPS-nivelmanskih undulacija i geoida EGM96 odnosno GFZ97 od $-1,37$ m odnosno $-1,28$ m.

Ključne riječi: globalni geopotencijalni modeli, ploha geoida, vertikalni datum, srednja razina mora, GPS-nivelmanske undulacije geoida.

1. Uvod

Globalni geopotencijalni model, model kuglinih funkcija odnosno model kuglinih harmonika nazivi su koji se upotrebljavaju za definiranje matematičkog modela što ga čine koeficijenti razvoja potencijala Zemljina polja ubrzanja sile teže u red po sfernim funkcijama. Uz pomoć globalnoga geopotencijalnog modela mogu se izračunati vrijednosti svih fizikalnih parametara, pa tako i globalnoga geoida za svaku točku na Zemlji u odnosu na referentni elipsoid. S većim redom i stupnjem razvoja koeficijenata kuglinih funkcija trebala bi se dobiti i veća točnost globalnog modela geoida. Međutim, maksimalan red i stupanj razvoja globalnoga geopotencijalnog modela ovisi o gustoći i spektralnoj razlučivosti korištenih podataka za njegovo računanje. Tako se na osnovi samo podataka o poremećajima u putanjama umjetnih Zemljinih satelita mogu dobiti uglašani globalni geopotencijalni modeli (najčešće do reda i stupnja 70, a danas već i do 120), a dodatnim prikladnim korištenjem tere-

¹Doc. dr. sc. Željko Hećimović, Hrvatski geodetski institut, Savska c. 41/XVI, pp 19, 10000 Zagreb

²Prof. dr. sc. Tomislav Bašić, Sveučilište u Zagrebu, Geodetski fakultet, Kačićeva 26, 10000 Zagreb

stričkih podataka računaju se globalni geopotencijalni modeli s većim maksimalnim redom i stupnjem (360). Primijeni li se “pravilo palca”, koje kaže da prostorna rezolucija modela odgovara $180^\circ/N$, gdje N označava maksimalni stupanj razvoja, tada modeli $N=70$, pronađeni samo satelitskim putem, reprezentiraju globalni signal Zemljina polja sile teže s valnom duljinom od dvjestopedesetak km, dok modeli $N=360$ sadrže u sebi detaljnije strukture valnih duljina od pedesetak km.

Pouzdanost globalnoga geopotencijalnog modela nije homogena za cijelo područje Zemlje. Ona ovisi o gustoći i kvaliteti korištenih podataka za pojedino područje. Na primjer, podaci satelitske altimetrije daju gusti raster na oceanima te se ondje dobiva model globalnoga geoida s većom pouzdanošću nego na kopnu, gdje je upotrijebljen rjeđi raster podataka za ubrzanje sile teže. Naravno da područja na kopnu s gušćim i kvalitetnijim podacima daju pouzdaniji globalni geopotencijalni model na tom području. Kako nesigurnost globalnoga geopotencijalnog modela nije homogena za sva područja na Zemlji, to je vrlo zanimljivo ispitati kvalitetu raspoloživih globalnih geopotencijalnih modela kod nas, odnosno kako dobro (ili loše) oni aproksimiraju konkretne podatke Zemljina polja ubrzanja sile teže na teritoriju Hrvatske, i to kroz usporedbu ploha geoida izračunanih iz pojedinih modela s plohom geoida pronađenom uz pomoć GPS-nivelmanskih podataka.

2. Osnovne karakteristike korištenih globalnih geopotencijalnih modela

Globalni geopotencijalni modeli zadaju se s pomoću harmonijskih koeficijenata C i S , kojih je maksimalni red N i maksimalni stupanj M . Uz harmonijske koeficijente C i S za neke su modele dane i pripadajuće standardne devijacije koeficijenata σ_C i σ_S . Osnovne karakteristike globalnih geopotencijalnih modela korištenih u tim istraživanjima sadržane su u tablici 1.

Tablica 1. Osnovne karakteristike korištenih globalnih geopotencijalnih modela.

Br.	Model	Stupanj i red modela	Model je zadan s pomoću
1	EGM96	360 x 360	$N, M, C, S, \sigma_C, \sigma_S$
2	GFZ97	359 x 359	$N, M, C, S, \sigma_C, \sigma_S$
3	OSU91A	360 x 360	N, M, C, S
4	IFE88E2	360 x 360	N, M, C, S
5	GFZ93A	360 x 360	$N, M, C, S, \sigma_C, \sigma_S$
6	GFZ93B	360 x 360	$N, M, C, S, \sigma_C, \sigma_S$
7	GPM2	200 x 200	N, M, C, S
8	GRIM4	72 x 72	$N, M, C, S, \sigma_C, \sigma_S$
9	GEM-T3	50 x 50	N, M, C, S
10	JGM-1S	60 x 60	N, M, C, S
11	JGM-2	70 x 70	N, M, C, S
12	JGM-2G	70 x 70	N, M, C, S
13	JGM-2S	70 x 70	N, M, C, S
14	JGM-3	70 x 70	$N, M, C, S, \sigma_C, \sigma_S$

Earth Gravitational Model 1996 – EGM96 nastao je u suradnji NASA Goddard Space Flight Center (GSFC), National Imagery and Mapping Agency (NIMA) i The Ohio State University (OSU) (Lemoine i dr. 1998). EGM96 jedan je od najnovijih i najpreciznijih globalnih geopotencijalnih modela. Pri njegovu računanju korištene su terestričke površinske anomalije ubrzanja sile teže, altimetrijski dobivene anomalije ubrzanja sile teže iz ERS-1 i GEOSAT misija, podaci laserskih satelitskih mjerenja, GPS-mjerenja, podaci NASA Tracking and Data Relay Satellite System (TDRSS), DORIS sustava i US Navy TRANET Doppler sustava, te izravna mjerenja s TOPEX/POSEIDON, ERS-1 i GEOSAT misija satelitske altimetrije (ibid.). Posebni globalni referentni sustav, vrlo blizak datumima WGS84 odnosno GRS80 korišten je kao referentni okvir za računanje modela koji se sastoji od harmonijskih koeficijenata do reda i stupnja 360. Za područje Kanade je uspoređivanjem preciznoga geoida GSD95 i EGM96 dobiveno srednje odstupanje od 0,10 m, s ekstremnim odstupanjima od -5,59 m i +6,00 m te standardnom devijacijom od 0,65 m (Veronneau 1996). Za područje Europe su uspoređeni Europski gravimetrijski geoid EGG96 i EGM96, te je dobiveno srednje odstupanje 0,01 m s ekstremnim vrijednostima razlika -5,25 m i +9,27 m, dok standardna devijacija iznosi 0,81 m (Denker 1996). Razlike između EGM96 i GPS-nivelmanskih undulacija u 329 točaka na području Skandinavije i Grenlanda dale su srednju vrijednost od -0,587 m i standardnu devijaciju od 0,27 m (Forsberg 1996), a razlike naspram 38 GPS-nivelmanskih točaka u Velikoj Britaniji imaju srednju vrijednost od 0,04 m, s ekstremnim iznosima od -0,59 m i +0,91 m te standardnom devijacijom od 0,28 m (Featherstone i Olliver 1996). Preciznost EGM96 u Francuskoj je procijenjena na 0,30 m do 0,43 m (Duquenne 1996). Razlike između EGM96 i talijanskog modela geoida ITALGEO95 dale su srednju vrijednost od -0,90 m, ekstremna odstupanja -1,70 m i +1,86 m i standardnu devijaciju 0,43 m (Albertella i dr. 1996). U Grčkoj je usporedbom s 23 GPS-nivelmanske točke dobivena srednja vrijednost -0,68 m, ekstremni iznosi -1,78 m i +0,44 m i standardna devijacija 0,46 m (Tziavos 1996). Na području Kine je usporedba s GPS-nivelmanskim undulacijama rezultirala srednjom razlikom od -0,06 m, ekstremnim razlikama -0,93 m i +2,10 m, te standardnom devijacijom od 0,66 m (Chen i dr. 1996).

GFZ97 je globalni geopotencijalni model razvijen na GeoForschungsZentrum (GFZ) Potsdam (URL 1). *GFZ97* sadrži koeficijente sfernih harmonika do reda i stupnja 359. Pri modeliranju su korišteni terestrički i satelitski podaci. Podaci opažanja poremećaja putanja umjetnih Zemljinih satelita korišteni su za određivanje nižih harmonika do reda i stupnja 72, a terestrički i altimetrijski podaci opotrebljeni su za dobivanje koeficijenata viših redova.

OSU91A je nešto stariji globalni geopotencijalni model razvijen na Ohio State University (OSU) (Rapp i dr. 1991), koji se najviše upotrebljavao do pojave EGM96. Koeficijenti tog modela su do stupnja 50 definirani samo satelitskim putem preko globalnog modela GEM-T2, zatim do stupnja 360 dodavanjem informacija iz površinskih vrijednosti anomalija ubrzanja sile teže i jedne godine opažanja altimetrijskih visina GEOSAT satelita. Preciznost modela OSU91A je procijenjena za područja oceana na 0,26 m, za kopnena područja s dobrim površinskim podacima ubrzanja sile teže iznosi 0,38 m, za kopnena područja s lošim površinskim podacima ubrzanja sile teže 0,56 m, a za kopnena područja bez površinskih podataka ubrzanja sile teže nesigurnost modela iznosi 2,00 m (Rapp i Balasubramania 1999).

IFE88E2 je posebno "skrojen" regionalni geopotencijalni model, nastao u suradnji Institut für Erdmessung (IfE), Njemačka, Kort-og-Matrikelstirelsen, Danska, i Statens Kartverk, Norveška (Bašić i dr. 1990). Taj je model nastao modifikacijom polaznih koeficijenata modela OSU86F na taj način da se što bolje aproksimiraju terestrički podaci za područje Europe. Pritom su korištene 30'×30' srednje anomalije ubrzanja sile teže za Europu. Koeficijenti nižih redova nisu pri računanju modificirani zbog regionalne ograničenosti područja s korištenim podacima kao i zbog toga što su oni ionako bolje definirani na temelju analize poremećaja putanja satelita (za detalje vidi Bašić 1989).

GFZ93A i *GFZ93B* su globalni modeli razvijeni na GeoForschungsZentrum (GFZ) Potsdam (Gruber i Anzenhofer 1993). Za model *GFZ93A* korišten je niz od devet mjeseci opažanja srednje razine mora uz pomoć satelita ERS-1 (mjerena od travnja do prosinca 1992.). Za model *GFZ93B* korištena je srednja razina mora izračunana na Ohio State University na temelju podataka satelitske altimetrije GEOS-3, GEOSAT i SEASAT (Bašić i Rapp 1992).

GPM2 je globalni geopotencijalni model razvijen 1984. godine na Institut für Erdmessung (IfE), Hannover, do reda i stupnja 200 (Wenzel 1985). Pri njegovu računanju primijenjena je rigorozna metoda zajedničkog izjednačenja satelitskih i terestričkih mjerenja fizikalnih parametara (ponajprije anomalija ubrzanja sile teže).

GRIM4 geopotencijalni model nastao je u suradnji Groupe de Recherche de Geodesie Spatiale (GRGS) iz Toulouse-a i GeoForschungsZentrum (GFZ) iz Potsdama (Schwintzer i dr. 1993). Model opisuje dugovalni dio polja ubrzanja sile teže do reda i stupnja 72 na temelju korištenja podataka satelita SPOT-2 i LAGEOS. Dodatno su upotrijebljena gravimetrijska mjerenja. Preciznost varira i ovisna je o gustoći korištenih podataka. Prosječna je standardna devijacija procijenjena na 0,9 m, manje od 0,7 m na oceanima i oko 1,0 m na kontinentima.

GEM-T3 model razvijen je na NASA Goddard Space Flight Center (GSFC) do stupnja i reda 50 (Lerch i dr. 1994). Pri računanju su korišteni podaci putanja 31 satelita u kombinaciji s mjerenjima površinske gravimetrije te satelitske altimetrije GEOS-3, SEASAT i GEOSAT.

"Joint Gravity Model" *JGM* razvili su NASA/GSFC Space Geodesy Branch, The Center for Space Research of the University at Austin i CNES (Nerem i dr. 1994). Do sada je definirano više generacija modela, npr. *JGM-1S*, *JGM-2*, *JGM-2G*, *JGM-2S* i *JGM-3*. Jedan je od prvih modela *JGM-1S*, dobiven samo na temelju opažanja poremećaja u putanjama umjetnih Zemljinih satelita. U sljedećoj je generaciji dobiven model *JGM-2*, koji se koristi opažanjima poremećaja putanja satelita, terestričkom gravimetrijom i altimetrijskim podacima (URL 2). *JGM-2* jako dobro aproksimira dugovalne Zemljine harmonike, pa se zbog toga primjenjuje za određivanje putanja umjetnih Zemljinih satelita. Model *JGM-2S* dobiven je na osnovi samo satelitskih mjerenja, dok je model *JGM-2G* dizajniran za oceanografske potrebe upotrebom preciznih altimetrijskih podataka. *JGM-2* je porodica modela je razvijena do reda i stupnja 70.

3. Primjena globalnih geopotencijalnih modela na teritoriju Hrvatske

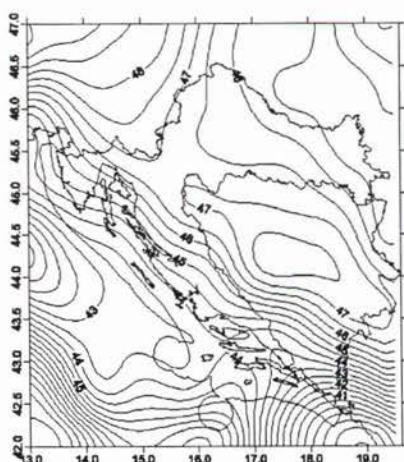
Do sada je veliki broj autora ispitivao kvalitetu globalnih geopotencijalnih modela na lokalnim područjima, kao npr. Adam (1992) za područje Mađarske, Smith i Milbert (1996) za područje USA, Veronneau (1996) za područje Kanade, Forsberg (1996) za nordijsko područje, Duquenne (1996) za područje Francuske, Tziavos (1996) za područje Grčke, Chen i dr. (1996) za područje Kine, Pearse i Kearsley (1996) za područje Novog Zelanda, Denker (1996) za regionalno područje Europe, itd. Zato smo i mi odlučili prvi puta napraviti takvo ispitivanje za područje Republike Hrvatske. Na temelju svih korištenih modela izračunane su vrijednosti geoida u rasteru $10' \times 10'$ (1240 točaka) na području koje kompletno prekriva teritorij Hrvatske. Najzanimljiviji modeli geoida grafički su prikazani na slikama 1 do 8 (za ostale vidi Hećimović 2000). Jasno se uočava da modeli razvijeni do maksimalnog reda i stupnja 72 imaju mnogo uglađeniju strukturu plohe geoida od modela razvijenih do viših redova i stupnjeva sfernih harmonika.

Za računanje geoidnih undulacija s pomoću koeficijenata globalnih geopotencijalnih modela korištena je formula (Bašić 1989):

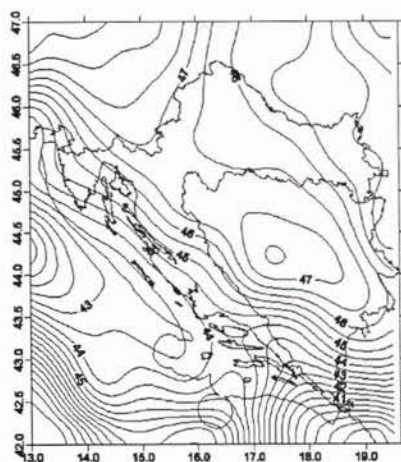
$$N = \frac{GM}{r\gamma} \left\{ \sum_{l=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r} \right)^l \sum_{m=0}^l (\Delta\bar{C}_{l,m} \cos m\lambda + \Delta\bar{S}_{l,m} \sin m\lambda) \bar{P}_{l,m}(\cos \theta) \right\}, \quad (1)$$

gdje su: GM geocentrična gravitacijska konstanta, (r, λ, θ) kugline koordinate u vanjskom području, a velika poluos elipsoida, $\Delta\bar{C}_{l,m}$, $\Delta\bar{S}_{l,m}$ razlike između potpuno normaliziranih koeficijenata sfernih harmonika realnog i normalnog polja ubrzanja sile teže, γ normalna vrijednost ubrzanja sile teže i $\bar{P}_{l,m}(\cos \theta)$ normirane Legendrove kugline funkcije prve vrste (više o tome u Wenzel 1985 ili Bašić 1989).

Na slikama 1 i 2 prikazani su međusobno vrlo slični globalni geoidi EGM96 i GFZ97 na teritoriju Hrvatske. Prilikom računanja tih modela prvi su puta korište-

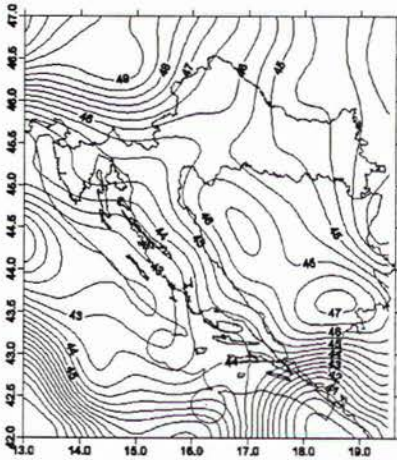


Slika 1. Geoid EGM96 na teritoriju Hrvatske.

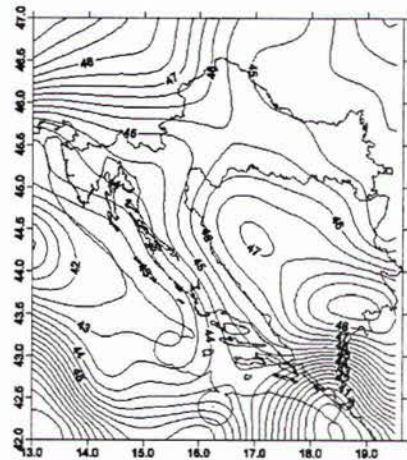


Slika 2. Geoid GFZ97 na teritoriju Hrvatske.

ni terestrički podaci ubrzanja sile teže za područje Hrvatske i šire. Uočljivi su izraženi gradijenti tih modela geoida od Jadranske obale prema unutrašnjosti, odnosno njihova značajna koreliranost s topografijom na kopnu, jednako kao i s dubinama na prostoru Jadranskog mora. Na slikama 3 i 4 prikazani su globalni geoidi IFE88E2 i OSU91A, definirani koeficijentima do reda i stupnja 360. Ti modeli također dobro potvrđuju vezu geoida s reljefom.

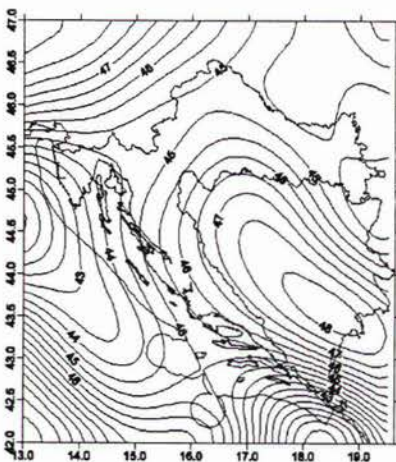


Slika 3. Geoid IFE88E2 na teritoriju Hrvatske.

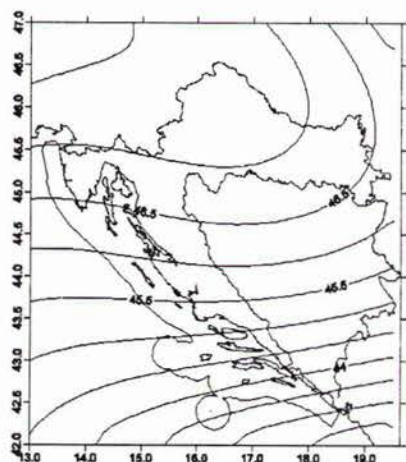


Slika 4. Geoid OSU91A na teritoriju Hrvatske

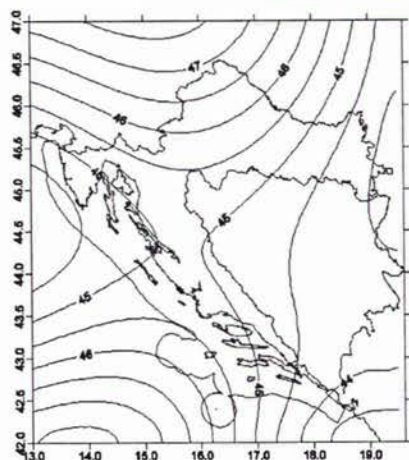
Na slici 5 je uočljivo da geoid GPM2, definiran do stupnja i reda 200 ne prati više tako dobro razvedenost reljefa. Na slikama 6 do 8 predstavljeni su modeli JGM-1S, JGM-2 i JGM-3, koji su razvijeni do reda i stupnja 70. Uočljivo je da imaju znatno



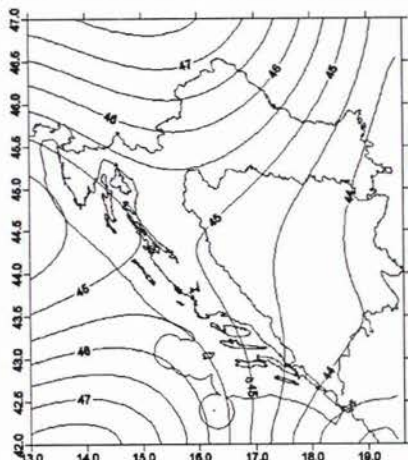
Slika 5. Geoid GPM2 na teritoriju Hrvatske.



Slika 6. Geoid JGM-1S na teritoriju Hrvatske.



Slika 7. Geoid JGM-2 na teritoriju Hrvatske.



Slika 8. Geoid JGM-3 na teritoriju Hrvatske.

uglađeniju površinu, jer su utemeljeni ponajprije na podacima opažanja poremećaja putanja Zemljinih satelita.

Pregled statističkih podataka za pojedini globalni geopotencijalni model izračunan u rasteru 10'×10' dan je u tablici 2. Sredina definira srednju visinu plohe global-

Tablica 2. Statistički podaci za geoidne visine (ekstremne i srednje vrijednosti te standardna odstupanja) različitih globalnih geopotencijalnih modela (u metrima).

Br.	Model	Minimum	Maksimum	Sredina	Standardno odstupanje
1	EGM96	38,277	50,176	45,458	1,958
2	GFZ97	38,451	50,375	45,360	1,862
3	OSU91A	38,955	50,274	45,074	1,960
4	IFE88E2	39,279	51,154	45,035	2,078
5	GFZ93A	38,793	50,154	44,898	1,858
6	GFZ93B	38,785	50,282	44,933	1,965
7	GPM2	40,003	50,191	45,332	1,664
8	GRIM4	42,255	47,884	45,117	1,038
9	GEM-T3	42,815	47,183	45,867	0,674
10	JGM-1S	42,298	47,794	45,928	1,266
11	JGM-2	43,152	47,735	45,333	1,002
12	JGM-2G	42,670	47,771	45,291	1,069
13	JGM-2S	42,258	47,782	45,933	1,257
14	JGM-3	42,964	47,716	45,306	1,046

noga geoida u odnosu na elipsoid GRS80 (WGS84). One se kreću od 44,90 m do 45,93 m, iz čega proizlazi da sredine globalnih geoida variraju u rasponu od jedan metar. Raspon između minimalne i maksimalne vrijednosti manji je za modele koji su razvijeni do reda i stupnja 72. Model GEM-T3 ima najmanju razliku između minimalne i maksimalne vrijednosti od 4,37 m, što potvrđuje i najmanje standardno odstupanje od 0,67 m. Standardno odstupanje, koje karakterizira disperziju oko sredine, manje je kod ugađenijih modela kada se ne javljaju veće amplitude, karakteristične za 360-modele, koji zato bolje opisuju detaljnije strukture geoida.

4. Ispitivanje kvalitete geopotencijalnih modela na teritoriju Hrvatske

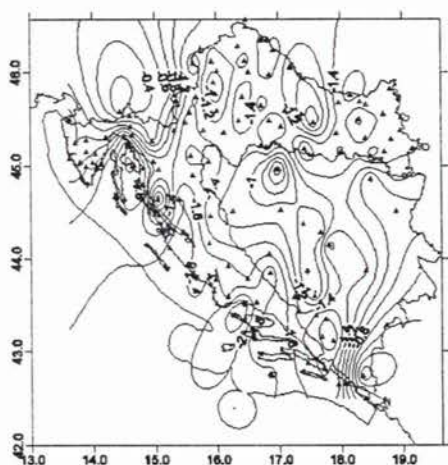
Na osnovi usporedbe GPS-nivelmanskih undulacija s undulacijama globalnih modela možemo analizirati kvalitetu pojedinoga globalnoga geopotencijalnog modela. Prilikom numeričke obradbe korištena je 121 GPS-nivelmanska točka na teritoriju Hrvatske te dijelom u Bosni i Hercegovini (vidi slike 9 do 14). Statistički podaci razlika između GPS-nivelmanskih undulacija i undulacija globalnoga geopotencijalnog modela prikazani su u tablici 3. Uočava se da su sve sredine negativnoga predznaka, iz čega proizlazi da su svi globalni geopotencijalni modeli viši od hrvatskog vertikalnog datuma. Standardno odstupanje u tablici 3 mjera je preciznosti pojedinih razlika undulacija geoida oko srednje vrijednosti.

Tablica 3. Statistika razlika između GPS-nivelmanskih undulacija i undulacija pojedinoga globalnoga geopotencijalnog modela (u metrima).

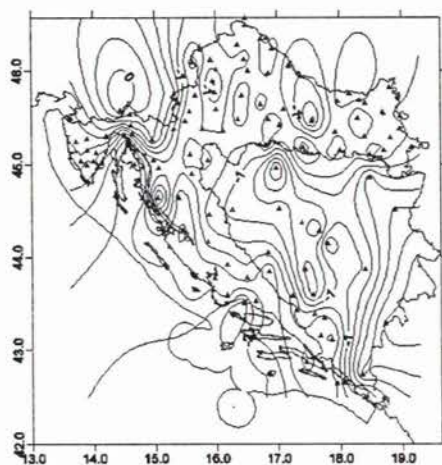
Br.	Model	Ekstremne vrijednosti		Sredina	Standardno odstupanje
1	EGM96	-2,427	0,214	-1,330	0,443
2	GFZ97	-2,435	0,217	-1,210	0,472
3	OSU91A	-4,429	2,073	-0,616	1,165
4	IFE88E2	-3,417	1,412	-0,551	0,932
5	GFZ93A	-2,973	1,737	-0,617	0,846
6	GFZ93B	-3,084	1,673	-0,693	0,853
7	GPM2	-4,448	2,083	-0,801	1,472
8	GRIM4	-3,372	2,275	-0,531	1,135
9	GEM-T3	-4,212	0,765	-1,650	1,110
10	JGM-1S	-3,847	1,071	-1,995	1,005
11	JGM-2	-4,226	2,388	-0,738	1,302
12	JGM-2G	-3,853	2,552	-0,687	1,277
13	JGM-2S	-3,836	1,091	-1,989	1,011
14	JGM-3	-4,062	2,500	-0,700	1,308

Model EGM96 ima najmanje standardno odstupanje razlika od 0,44 m, te najmanje ekstremne vrijednosti. Srednja vrijednost razlika za EGM96 iznosi $-1,33$ m, što se u prvom približenju može smatrati posljedicom nepodudaranja između datuma globalnoga geopotencijalnog modela i hrvatskog visinskog datuma (mareograf u Trstu). Model GFZ97 ima manju srednju vrijednost razlika od modela EGM96, a ostale su vrijednosti zanemarivo lošije u odnosu na EGM96. Ta dva modela najbolje opisuju Zemljino polje ubrzanja sile teže na teritoriju Hrvatske, što je logično s obzirom na to da su jedini računani uz pomoć terestričkih gravimetrijskih anomalija ubrzanja sile teže za naše područje. Ostali modeli pokazuju veća odstupanja. Model OSU91A ima standardno odstupanje od preko jednog metra, dok GPM2 ima najveće standardno odstupanje od čak 1,47 m. Tako velika odstupanja redovita su pojava kod globalnih geopotencijalnih modela koji su razvijeni do manjeg reda i stupnja, kao što su GRIM4, GEM-T3, JGM-1S, JGM-2, JGM-2G, JGM-2S i JGM-3.

Razlike između GPS-nivelmanskih undulacija i undulacija odabranih globalnih geopotencijalnih modela prikazane su grafički na slikama 9 do 14. Na osnovi tih slika može se zaključiti o slaganju ili neslaganju globalnih modela geoida s GPS-nivelmanskim geoidom na području Hrvatske. Razlike modela EGM96 predočene su na slici 9, s izolinijama za svakih 0,20 m, jednako kao i razlike modela GFZ97, koje su prikazane na slici 10. Razlike između GPS-nivelmanskih i undulacija EGM96 te GFZ97 ne pokazuju posebno sustavan značaj. Ta dva modela imaju vrlo sličnu strukturu pa stoga i razlike daju vrlo slične rezultate.

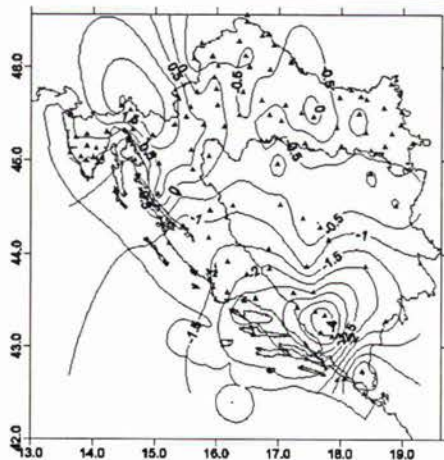


Slika 9. Razlike GPS-niv. minus EGM96 ($e=0,20$ m).

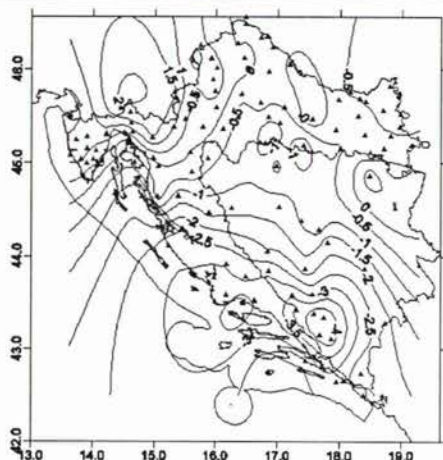


Slika 10. Razlike GPS-niv. minus GFZ97 ($e=0,20$ m).

Izolinije razlika za ostale modele dane su za svakih 0,50 m. Razlike za model OSU91A na slici 11 pokazuju umjereni nagib u smjeru sjever-jug, što može biti prozrokovano problemom definiranja orijentacije globalnoga geopotencijalnog modela. Karakteristika GPS-nivelmanskih i GPM2 razlika je prelom plohe na dijelu središnje Hrvatske (slika 12). Model GRIM4 (slika 13) definira prirast duž obalne linije, kao sustavni dio koji se javlja zbog toga što su pri izradbi modela korišteni samo

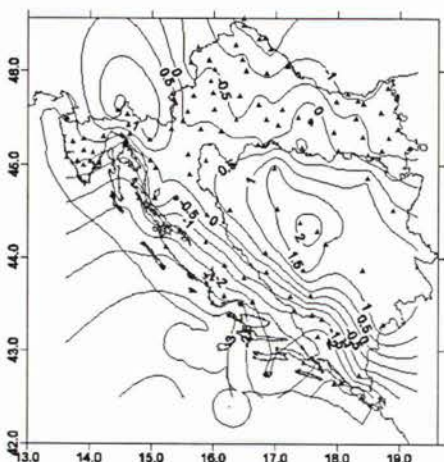


Slika 11. Razlike GPS-niv. minus OSU91A ($e=0,50$ m).

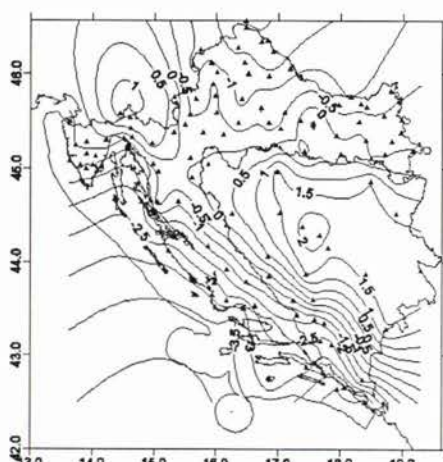


Slika 12. Razlike GPS-niv. minus GPM2 ($e=0,50$ m).

satelitski podaci te je za topografiju karakterističan kratkovalni utjecaj izostao. I model JGM-2 pokazuje slične karakteristike (slika 14). Nedostatak informacija o srednjevalnom i kratkovalnom dijelu spektra ubrzanja sile teže dolazi u tom modelu naročito do izražaja duž Jadranske obale, gdje se planine strmo izdižu iznad morske obale, što bi i model geoida morao pratiti.



Slika 13. Razlike GPS-niv. minus GRIM4 ($e=0,50$ m).



Slika 14. Razlike GPS-niv. minus JGM-2 ($e=0,50$ m).

5. Usporedba ostalih globalnih geoida s EGM96 geoidom

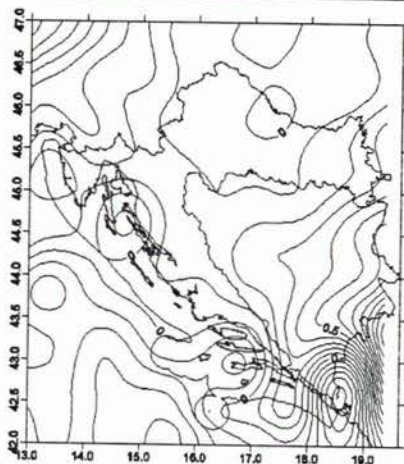
Nakon što smo prihvatili EGM96 kao model koji najbolje opisuje Zemljino polje ubrzanja sile teže na teritoriju Hrvatske, zanimaju nas i karakteristike ostalih modela u odnosu na njega. Da bi se mogli usporediti pojedini globalni geopotencijalni modeli s modelom EGM96 korišteni su rasteri podataka $10' \times 10'$. Statistički podaci za razlike tih rastera dani su u tablici 4.

Tablica 4. Statistički podaci za razlike ostalih geoida u odnosu na EGM96 (u metrima).

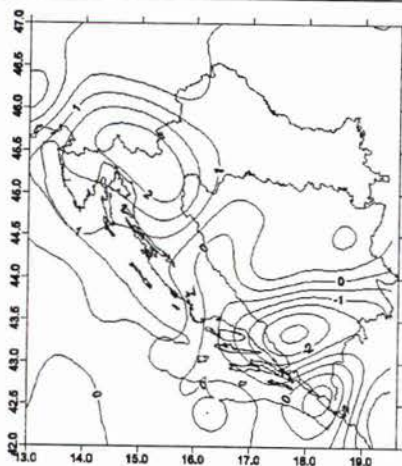
Model	Ekstremne vrijednosti		Sredina	Standardno odstupanje
GFZ97	-0,516	1,243	0,098	0,240
OSU91A	-2,646	2,403	0,384	0,820
IFE88E2	-1,709	2,270	0,423	0,817
GFZ93A	-1,351	1,934	0,560	0,515
GFZ93B	-1,578	1,853	0,525	0,533
GPM2	-4,110	2,503	0,126	1,215
GRIM4	-3,978	3,281	0,341	1,470
GEM-T3	-4,737	4,019	-0,409	1,537
JGM-1S	-5,164	5,768	-0,470	1,588
JGM-2	-4,982	3,329	0,125	1,692
JGM-2G	-4,559	3,509	0,168	1,683
JGM-2S	-5,173	5,736	-0,475	1,589
JGM-3	-4,808	3,477	0,152	1,716

Iz tablice 4 se vidi, kao što se i moglo očekivati na temelju prethodnih ispitivanja, da je standardno odstupanje razlika između geoida EGM96 i GFZ97 najmanje i iznosi 0,24 m. Također i sredina između ta dva modela je najmanja 0,10 m. Karakteristično je da modeli s redom i stupnjem razvoja do 360 imaju standardno odstupanje manje od 1 m, dok modeli razvijeni do reda i stupnja 70, kao i model GPM2 do reda i stupnja 200, imaju standardna odstupanja u odnosu na EGM96 veća od 1 m. Nadalje, 360-modeli imaju manje vrijednosti ekstremnih razlika te manji raspon razlika u odnosu na model EGM96. Ti isti podaci grafički su predočeni za odabrane modele na slikama 15 do 18. Na slici 15 se nalaze izolinije razlika između modela EGM96 i GFZ97, koje su očito male i pokazuju tek nešto veće neslaganje na jugoistočnom dijelu područja. Na slici 16 vidi se razlika u strukturama globalnih geoida EGM96 i OSU91A, koje karakterizira nagib razlika u smjeru sjeverozapad – jugoistok.

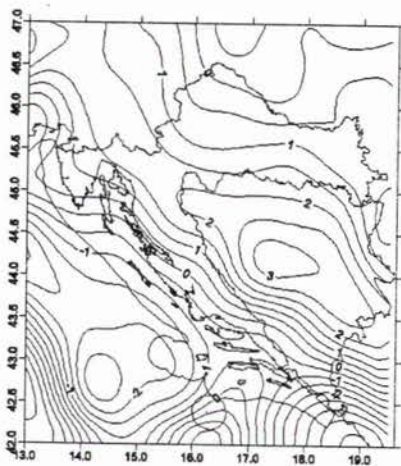
Razlike modela GRIM4 i JGM-2 nasuprot EGM96 obilježava sustavni značaj očito koreliran s reljefom (slike 17 i 18). U tim modelima nedostaje utjecaj naglog izdizanja jadranske obale što je u modelu EGM96 prisutno (slika 1), jednako kao i u GPS-nivelmanskim undulacijama.



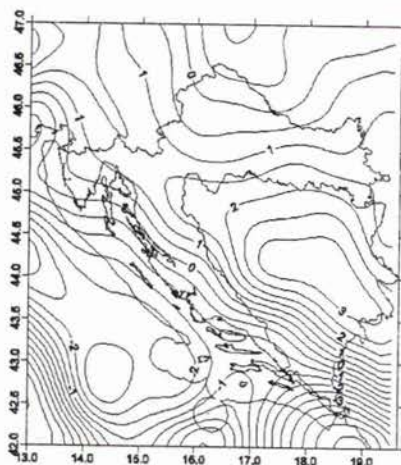
Slika 15. Razlike EGM96 minus GFZ97 ($e=0,10$ m).



Slika 16. Razlike EGM96 minus OSU91A ($e=0,50$ m).



Slika 17. Razlike EGM96 minus GRIM4 ($e=0,50$ m).



Slika 18. Razlike EGM96 minus JGM-2 ($e=0,50$ m).

6. Ispitivanje elipsoidnih GPS-visina, ortometrijskih visina i undulacija geoida EGM96 odnosno GFZ97 na mareografskim točkama

Elipsoidne visine, ortometrijske visine i undulacije geoida mogu se povezati izrazom

$$h = H + N. \quad (2)$$

Za praktične se potrebe razlika u visinama zbog razlika između zakrivljene težišnice (kojom su definirane ortometrijske visine i undulacije geoida) i normale na elip-

soid (kojom su definirane elipsoidne visine) može zanemariti, pri čemu je važno da su elipsoidne visine računane za elipsoid, kojega se središte nalazi u središtu Zemljinih masa (geocentru).

Za četiri mareografa duž hrvatske obale: Rovinj (5001_ROV), Bakar (5002_BAK), Split (5004_SPL) i Dubrovnik (5005_DUB), precizno su određene elipsoidne i ortometrijske visine i izračunane undulacije geoida EGM96 i GFZ97 (tablica 5). Iz tablice 5 je vidljivo da dolazi do nekonzistentnosti između elipsoidnih visina, ortometrijskih visina i undulacija geoida EGM96 i GFZ97. Oduzimanjem undulacija geoida i ortometrijskih visina od elipsoidnih visina trebala bi se dobiti vrijednost nula. Srednja vrijednost za EGM96 dobivena na osnovi četiri mareografa iznosi -1,57 m, sa standardnim odstupanjem od 0,57 m. Iste razlike za GFZ97 daju srednju vrijednost od -1,52 m, sa standardnim odstupanjem od 0,54 m. Do toga dolazi uglavnom zbog: razlika u datumima u kojima se korištene veličine nalaze, ne mjerenja ubrzanja sile teže duž puteva niveliranja prilikom određivanja ortometrijskih visina, pogrešaka pri modeliranju, uzimanja u obzir samo dugovalnog dijela spektra pri računanju undulacije geoida, pogrešaka pri mjerenju, nekonzistentnosti koordinatnih sustava i drugih faktora, kojih se utjecaj može zanemariti. Elipsoidne visine dane su u odnosu na sustav WGS84, a datum ortometrijskih visina srednja je razina mora (SRM) određena jednogodišnjim opažanjima na mareografu u Trstu. Nastala razlika u tablici 5 uglavnom je razlika između WGS84 datuma i navedene SRM. Za usporedbu je u tablici 5 dano i ispitivanje s najnovijim hrvatskim detaljnim rješenjem za plohu geoida HRG2000 (Bašić, 2001), gdje se vidi mnogo bolje slaganje s elipsoidnim i niveliranim visinama na naša četiri mareografa.

Tablica 5. Razlike elipsoidnih visina, ortometrijskih visina i geoida EGM96, GFZ97 odnosno HRG2000 na mareografskim točkama (u metrima).

Naziv točke	h N_{EGM96} H	h-H- N_{EGM96}	h N_{GFZ97} H	h-H- N_{GFZ97}	h $N_{HRG2000}$ H	h-H- $N_{HRG2000}$
5001_ROV	53,520	-1,260	53,520	-1,193	53,520	0,102
	44,880		44,813		43,518	
	9,900		9,900		9,900	
5002_BAK	182,362	-1,772	182,362	-1,602	182,362	-0,194
	46,320		46,150		44,742	
	137,814		137,814		137,814	
5004_SPL	47,615	-2,272	47,615	-2,246	47,615	-0,144
	44,373		44,347		42,245	
	5,514		5,514		5,514	
5005_DUB	46,604	-0,992	46,604	-1,047	46,604	0,059
	41,646		41,701		40,595	
	5,950		5,950		5,950	

7. Transformacija između GPS-nivelmanskih i undulacija EGM96 odnosno GFZ97

Da bi se analitički utvrdilo postojanje nulte undulacije N_0 (konstantnoga transformacijskog člana) između GPS-nivelmanskih undulacija i odgovarajućih, izračunanih uz pomoć globalnih geopotencijalnih modela, korištena su dva transformacijska modela. Razlika između njih je u postojanju nulte undulacije N_0 kao nepoznanice u prvome modelu:

$$N = N_0 + \cos \varphi \cos \lambda dx + \cos \varphi \sin \lambda dy + \sin \varphi dz, \quad (3)$$

dok drugi, jednostavniji model ima oblik:

$$N = \cos \varphi \cos \lambda dx + \cos \varphi \sin \lambda dy + \sin \varphi dz. \quad (4)$$

Pritom su φ , λ elipsoidne koordinate točaka za transformaciju (121 GPS-nivelmanska točka), a dx , dy , dz i N_0 nepoznanice transformacije. Rezultati nakon provedena izjednačenja po najmanjim kvadratima mogu se vidjeti u tablici 6.

Iz tablice 6 vidi se da je referentna srednja pogreška m_0 za 1. model osjetno manja od referentne srednje pogreške 2. modela. To znači da model koji uključuje konstantni dio N_0 , bolje opisuje ulazne podatke. N_0 iznosi u 1. modelu za EGM96 -1,37 m, što odgovara sredini odstupanja za model EGM96 u tablici 3 (-1,33 m). Nulta undulacija N_0 za model GFZ97 iznosi -1,28 m, što također odgovara srednjoj vrijednosti razlika u tablici 3 (-1,21 m). Tako je na drugačiji način potvrđeno da konstantno odstupanje između GPS-nivelmanskog geoida i geoida EGM96 odnosno GFZ97 na teritoriju Hrvatske iznosi oko -1,3 m.

Tablica 6. Rezultati izjednačenja transformacijskih parametara za geopotencijalne modele EGM96 i GFZ97 u odnosu na GPS-nivelmanski geoid (u metrima).

	EGM96		GFZ97	
	1. model	2. model	1. model	2. model
N_0	-1,373	-	-1,285	-
dx	-0,035	0,511	-0,481	-0,611
dy	0,372	-1,231	0,179	-0,940
dz	0,090	1,161	-0,140	1,096
m_0	$\pm 0,419$	$\pm 1,023$	$\pm 0,429$	$\pm 0,973$

8. Zaključak

S pomoću globalnih geopotencijalnih modela mogu se izračunati osnovni fizikalni parametri (undulacije geoida, anomalije ubrzanja sile teže, otkloni vertikale) za svaku točku na Zemlji. Zanimalo nas je s kojom pouzdanošću reprezentiraju globalni geopotencijalni modeli Zemljino polje ubrzanja sile teže na lokalnom području

Hrvatske. Da bi se to ispitalo korišteno je 14 raspoloživih globalnih geopotencijalnih modela i 121 GPS-nivelmanska undulacija diljem Hrvatske.

Globalni geopotencijalni modeli koji su razvijeni do reda i stupnja 72 i manje imaju ugladenu strukturu plohe geoida, što je razumljivo s obzirom na to da u sebi ne sadrže srednjevalne i kratkovalne signale Zemljina polja ubrzanja sile teže, koje sadrže modeli s koeficijentima do stupnja i reda 360. To je zato što su prilikom modeliranja dobiveni pretežito na temelju praćenja poremećaja u putanjama umjetnih Zemljinih satelita, dok ovi drugi uključuju i terestričke te satelitske podatke Zemljina polja ubrzanja sile teže.

Na osnovi numeričkih ispitivanja utvrđeno je da modeli EGM96 i GFZ97 najbolje opisuju Zemljino polje ubrzanja sile teže na lokalnom području Hrvatske. Globalni geopotencijalni model EGM96 ima malo bolje statističke pokazatelje i mnogo se više koristi u cijelom svijetu, pa ga i mi preporučujemo za korištenje na teritoriju Hrvatske. Kao rezultat analize uz pomoć dva modela transformacije utvrđeno je da postoji konstantan visinski pomak između datuma globalnih geopotencijalnih modela EGM96 odnosno GFZ97 i hrvatskoga vertikalnog datuma, definirana preko mareografa u Trstu. Konstantan pomak koji je izražen kao nulta undulacija N_0 iznosi oko $-1,3$ m. Također je utvrđeno da su svi ispitivani globalni geopotencijalni modeli geoida viši u odnosu na hrvatski vertikalni datum.

Literatura

- Adam, J. (1993): Global Geopotential Models in the Region of Hungary. *Periodica Polytechnica Ser. Civil Eng.*, Vol. 37, No. 2, 69–90.
- Albertella, A., Barzaghi, R., Sanso, F., Sona, G. (1996): Geopotential Models Validation at IGES. *International Geoid Service Bulletin*, Nr. 6, 135–143.
- Bašić, T. (1989): Untersuchungen zur regionalen Geoidbestimmung mit "dm" Genauigkeit. *Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover*, Nr. 157, Hannover.
- Bašić, T. (2001): Detaljni model geoida Republike Hrvatske HRG2000. Izvješća Državne geodetske uprave o znanstveno-stručnim projektima iz 2000. godine, urednik I. Landek, 11–22, Zagreb.
- Bašić, T., Denker, H., Knudsen, D., Solheim, W., Torge W. (1990): A New Geopotential Model Tailored to Gravity Data in Europe. *Proceed. of the IAG-General Meeting in Edinburgh 1989; Symposium 103: Gravity, Gradiometry and Gravimetry*, Rummel R., Hipkins R. G. (Eds.), 109–118, Springer Verlag, Berlin-Heidelberg-New York.
- Bašić, T., Rapp, R. H. (1992): Oceanwide Prediction of Gravity Anomalies and Sea Surface Heights Using Geos-3, Seasat, and Geosat Altimeter Data and ETOPO5U Bathymetric Data, OSU Report No. 416.
- Chen, J., Li, J., Chao, D. (1996): Testing and evaluation of the GSFC/DMA EGM in China. *International Geoid Service Bulletin*, Nr. 6, 189–201.
- Denker, H. (1996): Evaluation of the NASA GSFC and NIMA joint geopotential models for Europe. *International Geoid Service Bulletin*, Nr. 6, 83–102.
- Duquenne, H. (1996): Comparison between the EGM96 model and the French quasi-geoid model. *International Geoid Service Bulletin*, Nr. 6, 131–134.

- Featherstone, W., Olliver, J. (1996): Evaluation of the DMA/GSFC Geopotential Models Over the British Isles. *International Geoid Service Bulletin*, Nr. 6, 121–129.
- Forsberg, R. (1996): Comparison of EGM models in the Nordic region and Greenland. *International Geoid Service Bulletin*, Nr. 6, 115–120.
- Gruber, Th., Azenhofer, M. (1993): The GFZ 360 Gravity Field Model. *Proceed. of European Geophysical Society XVIII General Assembly; Session G3*, Forsberg, R., Denker, H. (Eds.), Wiesbaden, May 3–7, Germany.
- Hećimović, Ž. (2001): Modeliranje referentne plohe visinskih sustava. *Doktorska disertacija*, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu.
- Lemoine, F. G., Kenyon, S. C., Factor, J. K., Trimmer, R.G., Pavlis, N. K., Chinn, D. S., Cox, C. M., Klosko, S. M., Luthcke, S. B., Torrence, M. H., Wang, Y. M., Williamson, R. G., Pavlis, E. C., Rapp, R. H., Olson, T. R. (1998): The Development of the Joint NASA GSFC and the National Imagery and Mapping Agency (NIMA) Geopotential Model EGM96. *Greenbelt, Maryland 20771*.
- Lerch, F. J., Nerem, R. S., Puntney, B. H., Felsentreger, T. L., Sanchez, B. V., Klosko, S. M., Patel, G. B., Williamson, R. G., Chinn, D. S., Chan, J. C., Rachlin, K. E., Chandler, N. L., McCarthy, J. J., Marchall, J. A., Luthcke, S. B., Pavlis, D. E., Robbins, J. W., Kapoor, S., Pavlis, E. C. (1994): Geopotential Models from Satellite Tracking, Altimeter and Surface Gravity Data: GEM-T3 and GEM-T3S. *Journal of Geophysical Research*, Vol. 99, 2815–2839.
- Nerem R.S., Lerch, F. J., Marchall, J. A., Pavlis, E. C., Putney, B. H., Tapley, B. D., Eanes, R. J., Reis, J. C., Schutz, B. E., Shum, C. K., Watkins, M. M., Klosko, S. M., Chan, J. C., Luthcke, S. B., Patel, G. B., Pavlis, N. K., Williamson, R. G., Rapp, R. H., Biancale, R., Nouel, F. (1994): Gravity Model Development for TOPEX/POSEIDON: Joint Gravity Models 1 and 2. *Journal of Geophysical Research*, Vol. 99, 24421–24447.
- Pearse, M. B., Kearsley, A. H. W. (1996): Analysis of EGM Models in New Zealand. *International Geoid Service Bulletin*, Nr. 6, 203–211.
- Rapp, R. H., Wang, Y. M., Pavlis, N. K. (1991): The Ohio State 1991 Geopotential and Sea Surface Topography Harmonic Coefficient Models. *OSU Report No. 410*, Ohio.
- Rapp, R. H., Balasubramania, N. (1992): A Conceptual Formulation of a World Height System, *Department of Geodetic Science and Surveying*, Rep. No. 421, The Ohio State University.
- Schwinzer, P., Reigber, Ch., Bode, A., Chen, Z., Massmann, F. -H., Raimondo, J. C., Lemoine, J. M., Balmino, G., Biancale, R., Moynot, B., Marty, J. C., Barlier, F., Boudon, Y. (1993): Improvement of GRIM4 Earth Gravity Models Using GEOSAT Altimeter and SPOT-2, and ERS-1 Tracking Data. *International Association of Geodesy Symposia 112*, Geodesy and Physics of the Earth, 75–78, Springer Verlag.
- Smith, D. A., Milbert, D. G. (1996): Evaluation of preliminary models of the geopotential in the united states. *International Geoid Service Bulletin*, Nr. 6, 7–32.
- Tziavos, I. N. (1996): Evaluation of the new GSFC/DMA geopotential models in the Hellenic area and the Mediterranean sea. *International Geoid Service Bulletin*, Nr. 6, 151–163.
- Veronneau, M. (1996): Evaluation of the NASA/NIMA earth geopotential model (EGM96) over Canada. *International Geoid Service Bulletin*, Nr. 6, 47–69.

Wenzel, H.-G. (1985): Hochauflösende Kugelfunktionsmodelle für das Gravitationspotential der Erde. Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover, Nr. 135, Hannover.

URL 1: D-PAF Global Earth Gravity Models Based on ERS,
<http://www.gfz-potsdam.de/pb1/pg3/pb13.html>, (20.10.2001.).

URL 2: Gravitation,
<http://www.spevnis.oma.be/spevnis/ecss/ecss04/ecss04.html>, (20.10.2001.).

Global Geopotential Models on the Territory of Croatia

ABSTRACT. In this work results of the numerical investigations with 14 global geopotential models are presented with the goal to find the model that best fits the Earth gravity field on the territory of Croatia. As reference values, GPS/leveling geoid undulations were used. It was found out that global geopotential models EGM96 and GFZ97 fit best the Earth gravity field on our territory. In order to determine the existence of constant vertical shift between the Croatian vertical datum and EGM96 and GFZ97, two transformation models were defined. The transformation model which includes zero-undulation N_0 fits better the real data and improves the existence of constant vertical displacement between GPS/leveling undulations and EGM96 and GFZ97 geoid of -1.37 m and -1.28 m respectively.

Keywords: global geopotential models, geoid surface, vertical datum, mean sea level, GPS/leveling geoid undulations.

Prihvaćeno: 2003-5-10