UDK 528.482:528.41:311
Pregledni znanstveni članak

Određivanje pomaka točaka postupcima deformacijske analize

Simona SAVŠEK-SAFIĆ, Tomaž AMBROŽIČ – Ljubljana*

SAŽETAK. U radu su opisani postupci deformacijske analize, koji na osnovi geodetskih mjerenja i uz pomoć statističkih metoda određuju prostorne pomake promatranog objekta. Za testiranje je uzeta simulirana geodetska mreža i na njoj su primijenjeni hannoverski, Ašaninov i Mihailovićev postupak. Prikazani su rezultati primijenjenih postupaka deformacijske analize i usporedbe uspješnosti određivanja stabilnih točaka.

Ključne riječi: deformacijska analiza, hannoverski, Ašaninov, Mihailovićev postupak, stabilne točke.

1. Uvod

Određivanje pomaka i deformacija prirodnih i umjetnih objekata jedna je od najzahtjevnijih zadaća geodezije. Problem je povezan s utvrđivanjem stabilnosti umjetnih objekata i potencijalne opasnosti tijekom njihove izgradnje i nakon nje, te s utvrđivanjem pomaka tla kao posljedicom djelovanja prirodnih sila ili zahvata u prostoru bez nadzora.

Pomaci i deformacije mogu nastati na umjetnim objektima kao što su brane, nasipi, mostovi, umjetne akumulacije, te na prirodnim područjima kao što su klizišta, područja duž tektonskih rasjeda, močvarna područja itd. Određivanje pomaka i deformacijska analiza vrlo su važni kako iz tehničkih i sigurnosnih razloga tako i s ekonomskog stajališta. Zbog stalne pojave pomaka i deformacija u praksi, vrlo je bitno utvrđivanje veličine i smjera pomaka, posebice u građevinarstvu i rudarstvu, kao i u drugim geoznanostima.

Ponašanje objekta ili izabranog područja određuje se na osnovi promjene položaja posebno odabranih točaka na objektu ili na površini. Položaj mjernih točaka određuje oblik mreže i metodu mjerenja. Metode mjerenja dijele se na apsolutne ili geodetske i

*Dr. sc. Simona Savšek-Safić i doc. dr. sc. Tomaž Ambrožič, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Jamova 2, 1115 Ljubljana, e-mail: ssavsek@fgg.uni-lj.si, tambrozi@fgg.uni-lj.si

relativne ili fizikalne (Stopar, Vodopivec 1990). Mjerenja izvodimo više puta prema unaprijed određenim vremenskim razmacima, kroz više serija mjerenja. Na osnovi usporedbe rezultata pojedinih serija mjerenja možemo doći do zaključaka o pomacima točaka. Veličina i smjer pomaka svih karakterističnih točaka ispitivanog objekta ili područja pokazuju njihovu stabilnost. U radu su prikazane geodetske metode koje omogućavaju određivanje pomaka i deformacija objekta ili područja kao cjeline u odnosu na stabilnu okolicu i određivanje granice nestabilnog područja.

2. Deformacijska analiza

Pod pojmom *deformacijska analiza* podrazumijevaju se postupci za otkrivanje i određivanje nastalih pomaka i deformacija. Deformacijska analiza je postupak koji na osnovi geodetskih mjerenja otkriva i određuje nastale prostorne pomake fizičke površine zemlje i objekata uz pomoć metoda statističke analize (Ambrožič 1996). U praksi se, zbog nedovoljnog poznavanja matematičke podloge, deformacijska analiza često smatra preteškom i neupotrebljivom. Interpretacija rezultata deformacijske analize ovisi o uspješnoj suradnji geodezije s drugim strukama kao što su: statistika, geomehanika, geologija.

Za apsolutno određivanje pomaka u postupku deformacijske analize veliku važnost ima utvrđivanje stabilnosti točaka. Traženje optimalne metode statističke analize za otkrivanje i određivanje nastalih pomaka bio je veliki izazov mnogim znanstvenicima. Svaka od predlaganih metoda uzimala je u obzir drugačije pretpostavke, matematički algoritam, statističku analizu. Zbog toga se one razlikuju i po upotrebljivosti, racionalnosti i praktičnosti. Razvoj brzih i učinkovitih računala u posljednja dva desetljeća je i uvođenje postupaka statističkog testiranja u geodetsku struku, omogućili su veliki napredak deformacijske analize.

Na II. kongresu FIG-a 1978. godine su u Bonnu, u okviru komisije 6. za deformacijska mjerenja, formirana je radna grupa za ujedinjenje postupaka, u koju su bili uključeni vodeći geodetski znanstveni centri, i to:

- Delft (J. van Mierlo, J. J. Kok) – računski centar Geodetskog instituta Tehničkog sveučilišta Delft u Nizozemskoj;
- Fredericton (A. Chrzanowski, Y. Q. Chen, J. Secord) – Odjel za geodeziju Sveučilišta New Brunswick u Kanadi;
- Hannover (H. Pelzer) – Geodetski institut Sveučilišta Hannover u Njemačkoj;
- Karlsruhe (K. R. Koch, B. Heck, E. Kuntz, B. Meier-Hirmer) – Geodetski institut Sveučilišta Karlsruhe u Njemačkoj;
- München (W. Welsch) – Institut za geodeziju Visoke vojne škole u Njemačkoj.

Osam godina poslije komisija je zaključila da bi bilo "teško sve opisane postupke u potpunosti ujediniti u neke opće upute za praktičnu primjenu" i da je potrebno "izbor postupaka, koji bi u najvećoj mjeri rješavao probleme deformacijske analize, prepustiti korisnicima" (Chrzanowski, Chen 1986).

U svijetu i na bivšem jugoslavenskom prostoru istodobno su nastajali mnogi drugi postupci deformacijske analize, kojima se pokušavalo riješiti problem određivanja stabilnih točaka. U radu su opisani Ašaninov (Ašanin 1986) i Mihailovićev postupak (Mihailović, Aleksić 1994).

Postupak deformacijske analize možemo podijeliti u više faza:

1. izjednačenje geodetskih mjerenja u pojedinim serijama i procjena kvalitete mreže
2. testiranje varijanci između dviju serija mjerenja
3. test globalne kongruencije mreže između dviju serija mjerenja
4. test stabilnosti referentnih točaka i utvrđivanje nestabilnih točaka
5. test pomaka točaka na objektu.

U prvoj fazi namjerno ne govorimo o analizi točnosti pojedinih serija mjerenja, već naglašavamo problem ocjene kvalitete pojedine serije mjerenja. Pojam kvalitete mreže naime osim ocjene točnosti uključuje i pouzdanost te osjetljivost geodetske mreže (Caspary 2000). Izjednačenje mjerenja pojedinih serija daje najvjerojatnije vrijednosti mjerenja i nepoznanica kao i njihovu ocjenu točnosti. Tako dobivene veličine predmet su mnogobrojnih usporedbi i testiranja. Pritom je važno da su te veličine neovisne o izboru geodetskog datuma i statistički procjenjive. Taj zahtjev ispunjavaju samo veličine koje su rezultat izjednačenja slobodnih mreža, a dijelom i rezultat izjednačenja mreža s minimalnim brojem parametara datuma (Leick 1982). Pri izjednačenju slobodnih mreža prisutna je singularnost sustava normalnih jednadžbi, zato ih rješavamo s pomoću pseudoinverzije ili dekompozicije po singularnim vrijednostima (Singular Value Decomposition). Preporuke o globalnoj i lokalnoj točnosti nisu moguće, jer one ovise o vrsti i namjeni mreže za utvrđivanje pomaka i deformacija. Pri procjeni lokalne točnosti može se postaviti dodatni zahtjev za što veću homogenost i izotropnost elipse povjerenja.

Globalnu mjeru pouzdanosti pojedinih serija mjerenja daje omjer njihovih a posteriori i a priori referentnih varijanci. Globalni test može potvrditi ili odbaciti prisutnost grubih pogrešaka u rezultatima mjerenja. Do nesklada između rezultata mjerenja i modela može doći zbog grubih pogrešaka, a često je uzrok tomu pogrešna procjena a priori referentne varijance, na što treba posebno paziti. U slučaju odbacivanja globalnog testa moraju se eliminirati grube pogreške. Za to postoji više postupaka: Baardova metoda (Data Snooping), Popeova metoda (Data Screening) ili danska metoda. Veliku pozornost treba pridati otkrivanju i eliminiranju grubih pogrešaka, jer neotkrivene grube pogreške utječu na procjenu nepoznanica i posredno na nerealnu procjenu pomaka.

U postupku procjene kvalitete geodetske mreže najmanje je poznata mjera za osjetljivost pojedinog mjerenja. Rizik da se grube pogreške sakriju u slabo osjetljivim mjerenjima i da se zbog toga ne mogu otkriti vrlo je velik. Broj prekobrojnih mjerenja zato ovisi isključivo o obliku mreže i zbog toga je datumski neovisna veličina. Velika je prednost u tome da se broj prekobrojnih pojedinih mjerenja može izračunati još u fazi projektiranja mreže, pa se tako mogu otkriti dijelovi mreže slabe osjetljivosti. Problem se može riješiti uz pomoć postupka optimizacije mreže. Treba naglasiti da su mreže za određivanje pomaka i deformacija u pravilu slabije osjetljivosti, jer pri projektiranju mreže postoji ograničenje u pogledu njezina oblika.

U drugoj fazi testiraju se varijance pojednih serija mjerenja. Serije koje nemaju statistički jednake varijance nisu usporedive. To je posebno problematično u mrežama namijenjenima određivanju pomaka i deformacija. Pritom bi svi zaključci o mogućim pomacima, doneseni na osnovi dviju nehomogenih mreža, bili pristrani. Testiranje varijanci dviju serija mjerenja moguće je samo u slučaju kada obje imaju zajednički datum i kada su uzete iste približne koordinate točaka. Uspoređivanjem a posteriori referentnih varijanci dvije serije mjerenja može se dobiti pouzdana procjena a posteriori referentne varijance obiju serija mjerenja, uz pretpostavku da je a priori varijanca u oba slučaja bila ista.

U trećoj fazi testira se globalna kongruencija pojedinih serija mjerenja. Tim testom treba utvrditi jesu li se koordinate identičnih točaka cijele mreže između dviju serija mjerenja promijenile. Zbog toga je važno da su procjene nepoznanica neovisne. U slučaju da se neka točka u mreži "pomaknula", to će biti vidljivo iz globalnog testa.

U četvrtoj fazi postoje dva slučaja. U prvome slučaju definirane su dvije skupine točaka: referentne točke i točke na objektu. U drugom slučaju sve točke imaju jednak status, tj. uzimaju se kao referentne točke. O mogućim referentnim točkama u praksi katkad postoji dovoljno informacija, no često ih nema dovoljno. Tada je bolje da se ne radi izbor referentnih točaka. Uspješna metoda određivanja stabilnosti mora eliminirati moguće nestabilne točke iz skupine referentnih točaka, bez obzira na pretpostavke. U slučaju da je odbačen test stabilnosti referentnih točaka, potvrđena je prisutnost nestabilnih točaka među referentnim točkama. Tada se, uz pomoć testiranja, eliminiraju nestabilne točke iz skupine referentnih točaka. Ta faza deformacijske analize jedna je od najosjetljivijih, jer se baš tu određuju točke za koje se ne može tvrditi da su se "pomaknule" pa se zbog toga u daljem postupku promatraju kao stabilne točke.

U petoj fazi izvodi se testiranje pomaka točaka na objektu. Da bi procjena pomaka bila nezavisna, veličine koje se testiraju moraju biti statistički procjenjive tj. neovisne o izboru veličina ili datuma mreže.

2.1. Opis postupaka deformacijske analize

Na osnovi analize postojećih postupaka odlučili smo se za testiranje hannoverskim, Ašaninovim i Mihailovićevim postupkom. Ašaninov i Mihailovićev postupak pogodni su za analizu zbog različitih pretpostavki i matematičkog algoritma. U analizu opisanih postupaka uključili smo i hannoverski postupak, koji ima mnogo prednosti i lako dostupna ograničenja. Postupci su detaljnije opisani u radu (Savšek-Safić 2002).

Hannoverski postupak

Temelj postupka je utvrđivanje globalnog sklada koordinata identičnih točaka geodetske mreže na osnovi srednjeg odstupanja između dviju serija mjerenja. Pojedine serije mjerenja izjednačavaju se kao slobodne mreže uz pretpostavku da su iz rezultata mjerenja uklonjene grube i sustavne pogreške. Dalje se iz skupine referentnih točaka eliminiraju moguće nestabilne točke s najvećim srednjim odstupanjem. Te eliminirane točke čine na objektu skupinu točaka kojih se pomaci sada mogu izračunati i testirati. Metoda se zasniva na postupnoj eliminaciji nestabilnih točaka u mreži.

Ašaninov postupak

Postupak je u računskom smislu sličan hannoverskom, samo se skladnost identičnih točaka u mreži utvrđuje za sve kombinacije dijelova mreže (parovi, trojke,... n-torke točaka u mreži). Točke koje u najvećem broju kombinacija iskazuju skladnost, uzimaju se kao stabilne. U daljnjem postupku testiraju se preostale točke i određuju pomaci.

Mihailovićev postupak

Osnova je postupka utvrđivanje stabilnosti koordinatnog sustava između dviju serija mjerenja. Koordinatni sustav određuje se na osnovi minimalnog broja parametara datuma. Na osnovi prividnih pomaka, koji se skupljaju oko pretpostavljeno stabilnih točaka, određuje se najvjerojatnija stabilna točka. Nakon toga izračunaju se relativni pomaci u odnosu na najvjerojatniju stabilnu točku.

Tablica 1. *Usporedba postupaka deformacijske analize.*

<table>
<tr><th>Deformacijska analiza</th><th>Hannoverski postupak</th><th>Ašaninov postupak</th><th>Mihailovićev postupak</th></tr>
<tr><td>Izjednačenje i otkrivanje grubih pogrešaka</td><td>$\mathbf{v}^T\mathbf{Pv} = \min$
$\mathbf{x}^T\mathbf{x} = \min$</td><td>$\mathbf{v}^T\mathbf{Pv} = \min$
$\mathbf{x}^T\mathbf{x} = \min$</td><td>$\mathbf{v}^T\mathbf{Pv} = \min$</td></tr>
<tr><td>Transformacija</td><td>S-transformacija (u datum identičnih točaka)</td><td>S-transformacija (u datum točaka kojima određujemo kongruenciju)</td><td>/</td></tr>
<tr><td>Ulazni podaci</td><td colspan="3">Izjednačene koordinate i ocjena točnosti koordinata točaka pojedine serije mjerenja $\hat{\mathbf{x}}_i$ i $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}}$, $\hat{\sigma}_{0_i}$, f_i</td></tr>
<tr><td>Testiranje varijanci serija mjerenja</td><td colspan="3">$H_0 : E(\hat{\sigma}^2_{0_i}) = E(\hat{\sigma}^2_{0_{i+1}})$
A posteriori varijance serija mjerenja moraju biti statistički jednake.</td></tr>
<tr><td>Referentna varijanca a posteriori obiju serija mjerenja</td><td colspan="2">$\hat{\sigma}^2_0 = \dfrac{f_i\hat{\sigma}^2_{0_i} + f_{i+1}\hat{\sigma}^2_{0_{i+1}}}{f}$
$f_i = n_i - u_i + d_i,\ f = f_i + f_{i+1}$</td><td>/</td></tr>
<tr><td>Testiranje globalne kongruencije</td><td colspan="3">$H_0 : E(\hat{\mathbf{x}}_i) = E(\hat{\mathbf{x}}_{i+1})$
Određujemo jesu li se koordinate točaka u mreži promijenile.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Testiranje stabilnosti referentnih točaka</td><td rowspan="2">$H_0 : E(\mathbf{d}_S) = 0$
Utvrđujemo postoje li unutar referentnih točaka nestabilne točke.</td><td>$H_0 : E(\mathbf{d}) = 0$
Određujemo skladnost parova, trojki, p-torki točaka u mreži.</td><td rowspan="3">Stabilnost referentnih točaka utvrđujemo na osnovi prividnih pomaka:
$d'y_j = y_{i+1,j} - y_{i,j}$
$d'x_j = x_{i+1,j} - x_{i,j}$
Izračunamo prosječnu vrijednost prividnih pomaka
$\overline{d}'y, \overline{d}'x$</td></tr>
<tr><td>Broj kombinacija:
$2^p - (p+1)$
p – broj točaka u mreži</td></tr>
<tr><td>Određivanje nestabilnih referentnih točaka</td><td>Postupno eliminiramo točke koje pokazuju najveći nesklad.</td><td>Točke koje pokazuju skladnost u svim kombinacijama uzimamo kao stabilne.</td></tr>
<tr><td>Testiranje pomaka točaka na objektu</td><td>$H_0 : E(\mathbf{d}_O) = 0$
$\overline{\mathbf{d}}_O = \mathbf{d}_O - \mathbf{P}^{-1}_{OO}\mathbf{P}_{OF}\mathbf{d}_F$</td><td>$H_0 : E(\mathbf{d}_O) = 0$
$\mathbf{d}_O = \hat{\mathbf{x}}_{i+1} - \hat{\mathbf{x}}_i$</td><td>Testiranje relativnih pomaka
$H_0 : E(\Delta\overline{d}_j) = 0$
$\Delta\overline{d}'y_j = d'y_j - \overline{d}'y$
$\Delta\overline{d}'x_j = d'x_j - \overline{d}'x$</td></tr>
</table>

3. Testiranje stabilnosti na primjeru simulirane mreže

Opisani postupci testirani su na trigonometrijskoj mreži u obliku šesterokutnoga središnjeg sustava. Mjerenja i pomaci simulirani su po metodi Monte Carlo, za generiranje uzorka slučajnih varijabli distribuiranih po normalnoj razdiobi upotrijebljena je Box-Müllerova metoda. Sva su mjerenja simulirana s realnim standardnim odstupanjem σ_α = 1" za kutna mjerenja i σ_d = 5 mm za duljine. Za težine u skupinama je uzeto 1. Geodetski datum određen je ovisno o zahtjevu pojedinoga testiranog postupka deformacijske analize. Zbog jednostavnosti računskog postupka analizirane su samo dvije serije mjerenja i identična konfiguracija mreže. U postupku testiranja hipoteza uzet je jedinstveni nivo signifikantnosti α = 5%. Pri svim testiranjima izračunan je stvarni rizik za uklanjanje nulte hipoteze.

Za obje serije mjerenja uzet je isti Gauss-Markovljev model:

- broj mjerenja: $n = 48$
- broj nepoznanica: $u = 21$ (14 koordinatnih i 7 orijentacijskih)
- defekt mreže: $d = 3$ (u mreži su simulirani pravci i duljine)
- broj prekobrojnih mjerenja: $f = n - u + d = 30$.

Osnova za deformacijsku analizu su izjednačene koordinate točaka u mreži i njihova ocjena točnosti u pojedinim serijama. Zbog toga su u tablici 2 prikazani svi ulazni podaci za izjednačenje pojedinih serija mjerenja. Na slici 1 je prikazana mreža simuliranih mjerenja i pomaka, u tablici 3 su navedene približne koordinate točaka iz obje serije mjerenja, dok su u tablici 4 prikazane vrijednosti simuliranih pomaka.

Tablica 2. *Simulirana mjerenja dviju serija mjerenja.*

Točka		Nulta serija mjerenja				Tekuća serija mjerenja			
Od	Do	Opažani pravac			Duljina	Opažani pravac			Duljina
		°	'	"	(m)	°	'	"	(m)
1	6	314	59	58,6	848,5203	315	00	08,3	848,5437
1	7	32	00	18,4	943,4058	32	00	18,0	943,4930
1	2	90	00	00,6	1000,0017	89	59	48,8	1000,0107
2	1	269	59	58,1	1000,0077	269	59	50,2	1000,0037
2	7	327	59	41,6	943,3963	327	59	50,8	943,4170
2	3	33	41	24,9	1081,6692	33	41	27,8	1081,6608
3	2	213	41	23,2	1081,6572	213	41	27,7	1081,6665
3	7	264	48	19,6	1104,5400	264	48	28,5	1104,5072
3	4	326	18	35,0	721,1132	326	18	35,0	721,1192
4	3	146	18	33,4	721,1152	146	18	34,9	721,1152
4	7	224	59	59,9	989,9525	225	00	00,3	989,9073
4	5	275	42	39,1	1004,9917	275	42	37,1	1004,9992

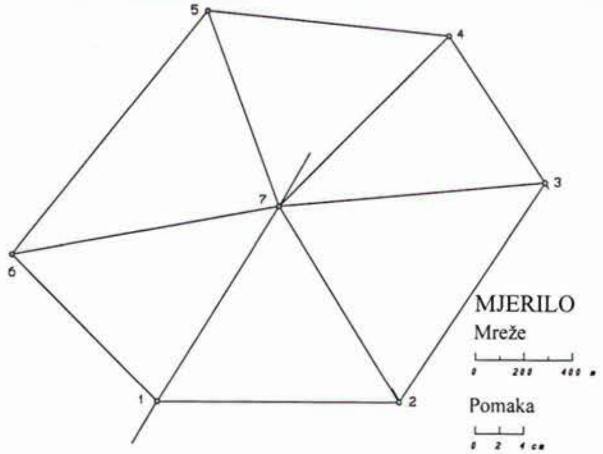
Točka		Nulta serija mjerenja				Tekuća serija mjerenja			
		Opažani pravac			Duljina	Opažani pravac			Duljina
Od	Do	°	'	"	(m)	°	'	"	(m)
5	4	95	42	37,9	1004,9861	95	42	36,1	1004,9865
5	7	159	26	39,7	854,4009	159	26	29,0	854,3696
5	6	218	39	36,1	1280,6231	218	39	35,9	1280,6217
6	5	38	39	35,0	1280,6242	38	39	34,6	1280,6267
6	7	79	41	43,7	1118,0403	79	41	36,3	1118,0745
6	1	134	59	59,5	848,5338	135	00	10,4	848,5325
7	6	259	41	42,2	1118,0366	259	41	36,6	1118,0680
7	5	339	26	38,3	854,4000	339	26	28,6	854,3591
7	4	45	00	00,9	989,9507	45	00	03,6	989,8993
7	3	84	48	21,1	1104,5387	84	48	29,6	1104,5055
7	2	147	59	40,6	943,3984	147	59	50,6	943,4008
7	1	212	00	19,3	943,3992	212	00	15,7	943,4907

Tablica 3. *Približne koordinate točaka obiju serija mjerenja.*

Točka	Približne koordinate	
	y_0	x_0
1	1000,0000	1000,0000
2	2000,0000	1000,0000
3	2600,0000	1900,0000
4	2200,0000	2500,0000
5	1200,0000	2600,0000
6	400,0000	1600,0000
7	1500,0000	1800,0000

Tablica 4. *Vrijednosti simuliranih pomaka.*

Točka	Pomak - d (mm)	Smjer - ν (°)
1	40	210
2	12	330
3	5	150
7	50	30



Slika 1. *Mreža simuliranih mjerenja i pomaka.*

3.1. Usporedba rezultata testiranja

Deformacijska analiza provedena je na simuliranoj mreži zbog mogućnosti usporedbe izračunanih pomaka s unaprijed poznatim, simuliranim vrijednostima pomaka. Rezultati testiranja stabilnosti točaka u simuliranoj mreži hannoverskim, Ašaninovim i Mihailovićevim postupkom prikazani su u tablici 5.

Tablica 5. *Testiranje stabilnosti točaka u simuliranoj mreži.*

Točka	simulirana mreža		Hannoverski postupak		Ašaninov postupak		Mihailovićev postupak	
	d_{sim} (mm)	stabilna	d (mm)	σ_d (mm)	d (mm)	σ_d (mm)	d (mm)	σ_d (mm)
1	40,0	ne	41,5	2,8	42,4	2,8	41,2	3,4
2	12,0	ne	15,2	3,0	11,5	3,0	14,9	4,9
3	5,0	ne	4,2	2,6	3,1	2,6	1,2	4,0
4	0,0	da	1,3	2,7	2,8	2,7	3,5	3,0
5	0,0	da	4,1	2,9	4,3	2,9	2,6	3,0
6	0,0	da	2,5	2,8	5,2	2,8	1,6	4,0
7	50,0	ne	50,2	2,0	49,9	2,0	50,5	3,0

Iz tablice 5 je vidljivo da u slučaju simulirane mreže svi postupci nedvojbeno otkrivaju velike pomake na točkama 1 i 7 ($d > 10\sigma_d$), a nijedan postupak ne otkriva simulirani mali pomak na točki 3 ($d < 2\sigma_d$). Simulirani pomak na točki 2 ($d \approx 4\sigma_d$) pokazuje se hannoverskim i Mihailovićevim postupkom, dok se Ašaninovim postupkom ne pokazuje.

Rizik od uklanjanja nulte hipoteze H_0 na pretpostavljeno stabilnim točkama prevelik je da bi se hipoteza odbacila. Zbog toga ne možemo tvrditi da su se točke signifikantno pomaknule. Mali pomak na točki 3 (5 mm) nije otkriven nijednim postupkom. Test statistika bitno je manja od kritične vrijednosti i zbog toga je rizik od uklanjanja nulte hipoteze prevelik. Točku neopravdano smatramo stabilnom. Stoga se može zaključiti: da bi se otkrio pomak, on mora biti dovoljno signifikantan u odnosu na točnost njegova određivanja. Budući da se pomaci nestabilnih točaka određuju u odnosu na stabilne točke, potrebno je samo stvarno stabilne točke uzeti kao stabilne. Važno je istaknuti da su upotrijebljene test statistike za testiranje pomaka vrlo osjetljive, jer s obzirom na stvaran rizik jamče nedvojbenu odluku o signifikantnim i nesignifikantnim pomacima.

Ako opisane i analizirane postupke procjenjujemo s obzirom na učinkovitost, ekonomičnost i jednostavnost matematičkog modela, možemo zaključiti sljedeće:

- hannoverski postupak sa stajališta matematičkog modela besprijekoran je i nepristran. Istodobno je dovoljno univerzalan za visinske, položajne i prostorne mreže. Prednost je postupka da ne traži isti plan opažanja, istovrsna opažanja i čak ni identične točke kroz više serija mjerenja. Ograničenje postupka sastoji se u tome da je treba postići statistički jednake referentne varijance i približne koordinate u obje serije mjerenja, što nije teško ostvarivo.
- Ašaninov postupak sa stajališta matematičkog modela također je besprijekoran i nepristran, a zbog računanja skladnosti u svim kombinacijama prilično neekonomičan i zahtijeva mnogo vremena za dobivanje rezultata. Prednost je postupka u tome što zbog mnogobrojnih kombinacija dosta pouzdano otkriva sve nestabilne točke. Autor u svojim računskim primjerima ne analizira visinske i prostorne mreže. Zaključujemo da je zbog velikog broja kombinacija taj postupak neprikladan za mreže s više od pet točaka, jer broj kombinacija raste eksponencijalno.
- Mihailovićev postupak sa stajališta matematičkog modela najjednostavniji je i rješava problem visinskih i položajnih mreža. Unatoč jednostavnosti daje dobre ocjene točnosti relativnih pomaka. Jedini od opisanih postupaka daje ocjene nepoznanica na osnovi minimalnog broja parametara datuma. Slabost je postupka je u tome da nije univerzalan, jer je matematički model ovisan o dimenziji mreže. Pretpostavka o poznatoj tendenciji u praksi se često dovodi u pitanje, kao i poznavanje broja stabilnih točaka. U slučaju pravilno postavljenih pretpostavki, to je za postupak određena prednost, a u protivnome je to veliki nedostatak postupka.

4. Zaključak

Prvi uvjet za deformacijsku analizu savjesno su izvedena geodetska mjerenja i obrada podataka u smislu procjene kvalitete mreže. Posebna se pozornost mora posvetiti otkrivanju i eliminaciji grubih pogrešaka prisutnih u rezultatima mjerenja. Da bi se dobila najbolja neovisna ocjena točnosti nepoznanica pojedine serije mjerenja, ona se izjednačava sa slobodnom mrežom. Statistički su procjenjive samo veličine koje su neovisne o datumu mreže. U deformacijskoj analizi za utvrđivanje stabilnosti i određivanje signifikantnih pomaka upotrebljava se testiranje hipoteza. Signifikantni pomaci određuju se na temelju barem dviju serija mjerenja i isključivo na identičnim točkama u mreži.

Analiza je pokazala da je u slučaju velikih pomaka ($d > 10\sigma_d$) nebitno kojim se postupkom izvodi deformacijska analiza, budući da svi postupci otkrivaju pomake. Male pomake ($d < 2\sigma_d$) ne otkriva nijedan postupak. Procjenjujemo da s dovoljnom vjerojatnošću analiziramo samo pomake ($d > 5\sigma_d$). U protivnom su potrebne dodatne analize i testiranja signifikantnosti pomaka. Odluka o najprikladnijem postupku zasniva se na jednostavnosti, ekonomičnosti i uključivanju načela "najbolje rješenje".

Literatura

Ambrožič, T. (1996): Ocena stabilnosti točk v geodetski mreži, Magistrska naloga, Univerza v Ljubljani, FGG, Oddelek za geodezijo, Ljubljana.

Ašanin, S. (1986): Prilog obradi i analizi geodetskih merenja za određivanje pomeranja i deformacija objekta i tla, Doktorska disertacija, Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu, Institut za geodeziju, Beograd.

Caspary, W. (2000): Concepts of Network and Deformation Analysis, School of Surveying, The University of New South Wales, Kensington.

Chrzanowski, A., Chen, Y. Q. (1986): Report of the Ad-hoc Committee on the Analysis of Deformation Surveys, Proc. 17th FIG International Congress, Paper 608.1, Toronto.

Leick, A. (1982): Minimal Constraints in Two-Dimensional Networks, Journal of Surveying Engineering, Vol 108, No2, 53–68.

Mihailović, K., Aleksić, I. R. (1994): Deformaciona analiza geodetskih mreža, Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu, Institut za geodeziju, Beograd.

Savšek Safić, S. (2002): Optimalna metoda določanja stabilnih točk v deformacijski analizi, Doktorska disertacija, Univerza v Ljubljani, Oddelek za geodezijo, Ljubljana.

Stopar, B., Vodopivec, F. (1990): Relativne metode merjenja deformacij, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za arhitekturo, gradbeništvo in geodezijo, Ljubljana.

Determination of point displacements with deformation analysis methods

ABSTRACT. This paper aims at presenting the implementation of different deformation analysis approaches for determining – on the basis of geodetic observations and with the use of statistical methods – the three-dimensional displacements of a given object. On the test example of a simulated network the analysis of the Hannover, Ašanin and Mihailović approaches has been carried out. Additionally, a comparison regarding the efficiency of stable point identification according to the deformation analysis approaches has been made.

Keywords: *deformation analysis, Hannover, Ašanin and Mihailović approaches, stable points.*

Prihvaćeno: 2003-5-25