

UDK 528.21:528.236:528.241(497.5)  
Izvorni znanstveni članak

# Astronomsko-geodetski radovi na određivanju novih geoidnih točaka u Republici Hrvatskoj

Boško PRIBIČEVIĆ, Damir MEDAK – Zagreb<sup>1</sup>,  
Marijan RATKAJEC – Zagreb<sup>2</sup>

*SAŽETAK. U radu se prikazuju astronomsko-geodetski radovi na uspostavljanju novih geoidnih točaka u Republici Hrvatskoj. Predmetni radovi kontinuirano su se izvodili od 1983. pa sve do zaključno 2000. godine. Opisana je primjenjena metoda jednakih visina i daje se obrazloženje zašto je odabran komplet Zeiss Ni2 astrolab za izvođenje tih teških terenskih noćnih astronomsko-geodetskih mjerenja. Također je dan osvrt na sustavne pogreške koje se pojavljuju pri izvođenju predmetnih opažanja i navedene su sve redukcije koje se moraju provesti prilikom obradbe podataka mjerenja. Na kraju su prikazani rezultati statističke obradbe astronomskih koordinata novih geoidnih točaka određenih kroz 15 terenskih sezona mjerenja i punih 17 godina istraživanja te još jednom naglašen značaj tih mjerenja za određivanje plohe geoida u Republici Hrvatskoj.*

*Ključne riječi: astrogeodetske metode, geoidne točke, otkloni vertikalne, geoid.*

## 1. Uvodno o projektu

Prve ideje o nužnosti izvođenja astronomsko-geodetskih radova radi određivanja otklona vertikalne i plohe geoida u Republici Hrvatskoj datiraju još od 1976. godine. Nositelj je ideje bio akademik Krešimir Čolić, poslije i dugogodišnji voditelj tih radova, a prva istraživanja kreću kroz znanstvenu temu "Regionalno istraživanje oblika i plimnih valova Zemlje". Detaljniji opis istraživanja izvedenih do 1992. godine može se naći u (Čolić i dr. 1992).

Treba naglasiti da je astronomsko-geodetska metoda određivanja otklona vertikalne odabrana zbog pozitivnih iskustava u Austriji, Švicarskoj i Njemačkoj, koje su tada u Europi prednjačile u predmetnim istraživanjima.

<sup>1</sup>Dr. sc. Boško Pribičević i doc. dr. sc. Damir Medak, Sveučilište u Zagrebu, Geodetski fakultet, Kačićeva 26, 10000 Zagreb, e-mail: bprbic@geof.hr, dmedak@geof.hr

<sup>2</sup>Marijan Ratkajec, dipl. ing. geod., Hrvatski geodetski institut, Savska c. 41/XVI, pp 19, 10000 Zagreb

Jači zamah istraživanja dobivaju 1983. godine, kada je izrađen "Idejni projekt za uspostavljanje novih geoidnih točaka na cijelom području bivše SFRJ" (Muminagić, Čolić 1983). Ubrzo nakon toga izrađen je samostalni projekt "Uspostavljanje novih geoidnih točaka na teritoriju Republike Hrvatske" (Čolić i dr. 1984), koji je kao takav izvođen sve do kraja 2000. godine, o čemu će biti više riječi u nastavku.

Paralelno s izradbom izvedbenog projekta "novih geoidnih točaka", prof. dr. sc. Nikola Solarić izrađuje uređaj za automatsku registraciju vremena, koji se upotrebljava pri izvođenju noćnih terenskih mjerenja sa Zeiss Ni2 astrolabom, a imao je prednost pred načinom registracije u Austriji i drugim zemljama (Solarić 1992).

Sve te aktivnosti stvorile su već 1985. godine uvjete za potpisivanje Ugovora s 5 geodetskih tvrtki iz Republike Hrvatske (Zavod za katastar i geodetske poslove grada Zagreba, Zavod za fotogrametriju – Zagreb, Geozavod – Zagreb, Geodetski zavod grada Zagreba i Geodetski zavod – Rijeka) i za početak prve terenske sezone mjerenja na predmetnom projektu. U drugoj godini istraživanja (1986) sufinanciranju se osim pet navedenih tvrtki pridružio i Zavod za izmjeru zemljišta – Osijek, pa se može sa zadovoljstvom konstatirati da je tih 6 tvrtki, pretežito iz geodetske privrede, omogućilo pokretanje tih istraživanja. Nakon toga, 1987. godine u financiranje projekta uključuje se Državna geodetska uprava i sufinancira ga s manjim prekidima sve do 2000. godine.

Međutim, s obzirom na vrlo ograničena sredstva koja su bila na raspolaganju za te radove, istraživačka je ekipa stalno bila aktivna u pronalaženju novih suinvestitora. Tako je 1988. godine u projekt ušla Republička geodetska uprava Slovenije, a isti je toliki dio financiran s hrvatske strane unutar selektivnog programa "Geodetska istraživanja", pri Republičkoj samoupravnoj interesnoj zajednici znanosti SR Hrvatske.

Takav model financiranja egzistirao je pune 3 godine, dakle sve do kraja 1990. godine.

Jedan potpuno odvojeni oblik financiranja predmetnih radova pojavljuje se kroz 3 terenske sezone od 1992. do 1994. godine, izvođenjem znanstveno-razvojnog projekta "Primjena nove kombinirane geodetsko-gravimetrijske metode u određivanju geološko-geofizičkih struktura u odabranom test – području Hrvatske" (Čolić i dr. 1994).

Navedeni je projekt financiran od INA–Naftaplina iz Zagreba. Isti investitor financira 1997. godine radove na projektu "Primjena kombinirane metode sa suvremenom satelitskom GPS-tehnologijom u području Gorski kotar – Lika", gdje su također, uz ostale, izvođena astronomsko-geodetska mjerenja.

U sklopu projekta "GPS-mreža grada Zagreba", na širem su području Grada Zagreba uz ostale radove, određivane i nove geoidne točke, za potrebe računanja detaljne plohe geoida (Čolić i dr. 1998), (Pribičević, Medak 2001).

Na teritoriju Republike Hrvatske bilo je prije početka izvođenja predmetnih istraživanja sveukupno 37 točaka s određenim astronomskim koordinatama (13 Laplaceovih i 24 stare geoidne točke). U opisanom razdoblju predmetnih istraživanja kroz punih petnaest terenskih sezona na teritoriju Republike Hrvatske ukupno je određeno 245 novih geoidnih točaka, pa ih je danas sveukupno 282.

Projektom su bile obuhvaćene gotovo sve trigonometrijske točke I. reda, kao i trigonometrijske točke nižih redova, koje se nalaze na planinskim i brdskim vrhovima.



Stoga se može smatrati da su predmetnim određivanjima otklona vertikalne dobro obuhvaćene sve mase na teritoriju Republike Hrvatske, što je posebice važno za određivanje plohe geoida, kao i za mnoga druga interdisciplinarna istraživanja (Pribičević 2000).

U nastavku slijedi detaljan opis otklona vertikalne i odabrane metode njihova određivanja te postignutih rezultata kroz punih 17 godina predmetnih istraživanja.

## 2. Otkloni vertikalne i njihov značaj u geodeziji

Uobičajeno je da se prostorni kut između jedinog u naravi a priori zadanog smjera viska, a to je upravo smjer sile teže (smjer vertikalne) u svakoj promatranoj točki, i smjera normale, kao matematički određenog okomitog smjera na plohu primjenjivanoga referentnog elipsoida, naziva otklon vertikalne. Prema (Moritz 1983), možda bi bilo bolje taj kut nazvati "otklonom normale", ali ipak ostao je davno ustaljen naziv "otklon vertikalne". Također treba napomenuti da otklon vertikalne u nekoj točki definira razliku između njezinih astronomskih koordinata  $\Phi$ ,  $\Lambda$  i geodetskih koordinata  $\varphi$ ,  $\lambda$ . Najvažnije je da otkloni vertikalne povezuju fizikalnu stvarnost (Zemljinu površinu i geoid) s korištenim geometrijskim modelom (opći Zemljin elipsoid ili odabrani rotacijski elipsoid) kao referentnom plohom za geodetska računanja. Ukupni otkloni vertikalne običavaju se rastaviti na po dvije međusobno okomite komponente u svakoj mjernoj točki:

- komponenta  $\xi$  (meridijanska) – u smjeru meridijana (smjer sjever – jug, NS),
- komponenta  $\eta$  (longitudinalna) – u smjeru prvog vertikalna (smjer istok – zapad, EW).

Postoji nekoliko načina tumačenja ili definicija otklona vertikalne. Prvu podjelu možemo napraviti s obzirom na koji se elipsoid otkloni vertikalne odnose. Ako se koristi Zemljin opći elipsoid GRS80, onda su to *apsolutni otkloni vertikalne* i ovise isključivo o rasporedu gustoće masa. Pri korištenju plohe referentnog elipsoida dobivamo *relativne otkone vertikalne*; oni ovise ne samo o rasporedu masa, već i o dimenzijama i prostornoj orijentaciji upotrebljavanog elipsoida.

Relativni otkloni vertikalne odnose se na referentni elipsoid usvojenoga nacionalnoga geodetskoga datuma, te se za područje Republike Hrvatske računaju na Besselovu elipsoidu.

Apsolutni otkloni vertikalne odnose se na globalni geocentrični sustav i računaju se na GRS80-elipsoidu. Kao globalni geocentrični datum za naše područje može se umjesto Međunarodnoga terestričkog referentnog sustava (ITRS) koristiti Europski terestrički referentni sustav (ETRS89), jer su razlike daleko unutar točnosti određivanja otklona vertikalne.

Prema drugom gledištu otklone vertikalne dijelimo na globalne i lokalne. *Globalni otkloni vertikalne* uzrokovani su blagim promjenama na većim površinama Zemlje – kontinentalne uzvisine i oceanske udubine, a iznos im se kreće do maksimalnih 8". Nasuprot tomu *lokalni otkloni vertikalne* uzrokovani su poremećajima u gustoći Zemljinih masa u blizini promatrane točke i njihove se varijacije podudaraju s promjenama u pripadnim anomalijama sile teže  $\Delta g$ . Ukupni su otkloni vertikalne sume globalnih i lokalnih, a iznose i do nekoliko desetaka lučnih sekundi (maksimalno i

do 40"), dok u Hrvatskoj  $\eta$ -komponenta iznosi do 20", a  $\xi$ -komponenta je u pravilu znatno manjeg iznosa. Treća podjela otklona vertikalne ovisna je o tome na kojoj su plohi oni definirani pa postoje otkloni vertikalne po Helmertu, po Pizzettiiju i po Molodenskome (Heiskanen, Moritz 1996).

Radi boljeg razumijevanja naprijed izložene materije valja navesti nekoliko važnih značajki otklona vertikalne:

1. vrlo su zoran prikaz odstupanja realnoga gravitacijskog polja od normalnoga, otkloni vertikalne zajedno s geoidnim undulacijama koriste se u istraživanju oblika Zemlje i za određivanje geodetskog datuma,
2. povezuju geodetske i astronomske koordinate, odnosno prikazuju odnos između primijenjenoga matematičkoga modela i realne Zemljine površine,
3. posredstvom otklona vertikalne i korištenjem Laplaceove jednadžbe osigurava se točan prijelaz s astronomske azimuta na geodetski, pa su imali značajnu ulogu u orijentaciji i izjednačenju astrogeodetske mreže,
4. otkloni vertikalne znatno utječu na određivanje redukcija geodetskih mjerenja s fizičke površine Zemlje na referentni elipsoid, itd.

Istraživanja kojima je svrha određivanje otklona vertikalne, a s njima i što točnija ploha geoida, danas nalaze svoju primjenu kako u geodeziji tako i u mnogim geoznanstvenim disciplinama, npr. u geofizici, geologiji, geodinamici itd. Za geodeziju je najvažnije da pri redukciji geodetskih mjerenja s fizičke površine Zemlje na plohu referentnog elipsoida otkloni vertikalne zajedno s undulacijama geoida tvore osnovnu vezu između fizikalne stvarnosti i geometrijskog modela, što opravdava neminovnu potrebu za njihovo zajedničko poznavanje sa zadovoljavajućom točnošću.

Jasno je da otklone vertikalne nije moguće izravno mjeriti pa se do njih dolazi posrednim putem, koristeći jedan od mogućih načina računskog određivanja njihovih obiju komponenti  $\xi$ ,  $\eta$ . Prema metodama određivanja, otkloni vertikalne mogu se svrstati u sljedeće grupe:

1. gravimetrijski – pronalaze se s pomoću anomalija sile teže  $\Delta g$ ,
2. astronomsko-geodetski – iz razlika koordinata  $\Phi$ ,  $\Lambda$  i  $\varphi$ ,  $\lambda$ ,
3. topografski – upotrebom nadmorskih visina reljefa iz topografskih karata,
4. astrogravimetrijski – kombinacija gravimetrijskih i astro-geodetskih podataka,
5. topoizostatski – topografski otkloni vertikalne, uz primjenu odgovarajuće hipoteze o kompenzaciji masa (izostazije) itd.

Tablica 1. Pregled formula za računanje komponenti otklona vertikalne prema metodama njihova određivanja (Heiskanen, Moritz 1996).

Gravimetrijski	Astrogeodetski	Topografski	Astrogravimetrijski	Topoizostatski
$\xi_{gr} = \sum C_1 \cdot \Delta g$ $\eta_{gr} = \sum C_2 \cdot \Delta g$ uz: $\Delta g = g - \gamma$	$\xi_{ag} = \Phi - \varphi$ $\eta_{ag} = (\Lambda - \lambda) \cos \varphi$ $\eta_{ag} = (A - \alpha) \operatorname{ctg} \varphi$	$\xi_{gr} = \sum K_1 \cdot H$ $\eta_{gr} = \sum K_2 \cdot H$ $H = \text{srednja visina prizme}$	$\xi_{agr} = \xi_{gr} + \Delta \xi_{ag}$ $\eta_{agr} = \eta_{gr} + \Delta \eta_{ag}$	$\xi_{Ti} = \xi_T + \xi_i = F \cdot \xi_T$ $\eta_{Ti} = \eta_T + \eta_i = F \cdot \eta_T$



### 3. Prikaz metode jednakih visina

Astronomsko određivanje astronomske širine  $\Phi$  i duljine  $\Lambda$  simultanom metodom u prošlosti nije našlo veliku primjenu u široj astrogeodetskoj praksi. Razlog tomu ležao je u vrlo zahtjevnom računanju, koje se bez uporabe računala teško izvodilo, te stanoviti gubitak točnosti do kojeg je došlo zbog kosog prijelaza slike zvijezda preko niti u vidnom polju, kao i tijekom dotjerivanja zvijezda u sredinu vidnog polja. Prethodni problem djelomice se može smanjiti korištenjem konstantne zenitne udaljenosti, što je upravo učinjeno instrumentom Zeiss Ni 2 astrolab s prizmom, kojim se mjeri samo vrijeme prolaza zvijezda kroz isti almukantarat. Ta je metoda poznata u literaturi kao "metoda jednakih visina", a postala je praktično uporabljiva kada su se pojavila PC računala i niveliri s kompenzatorom.

Metodu određivanja astronomskih koordinata stajališta po načelu jednakih visina prvi je primijenio C. F. Gauss (Schödlbauer 2000). Tom metodom registriraju se vremena prolaza triju zvijezda ( $T_1, T_2, T_3$ ), kojima su poznate prividne koordinate ( $\Sigma_1(\alpha_1\delta_1); \Sigma_2(\alpha_2\delta_2); \Sigma_3(\alpha_3\delta_3)$ ), kroz isti almukantarat, pri čemu nije potrebno poznavati visinu, tj. zenitnu daljinu almukantarata.

Razvojem instrumentarija i metoda obradbe omogućeno je registriranje vremena prolaza većeg broja zvijezda  $\Sigma_i(\alpha_i\delta_i)$  (jednoliko raspoređenih preko horizonta), kroz konstantnu zenitnu udaljenost  $z$  na stajalištu kojega se koordinate određuju.

Nepoznati parametri smjera vertikale (širina  $\Phi$  i duljina  $\Lambda$ ) kao i zenitna udaljenost  $z$ , povezani su s mjerenim veličinama preko kosinusoza poučka u sfernom trokutu pol, zenit, zvijezda:

$$\cos z_i^0 = \sin\Phi \sin\delta_i + \cos\Phi \cos\delta_i \cos t_i \quad (1)$$

gdje je

$$t_i = T_i + \lambda - \alpha_i$$

$\alpha_i, \delta_i$  i  $t_i$  – deklinacija, rektascenzija i satni kut zvijezde

$T_i$  – Greenwichko zvjezdano vrijeme.

Iz izračunane se zenitne duljine  $z_i^0$  dobije kvaziopažana zenitna duljina  $z_i$ , korigirana za astronomsku refrakciju, zakrivljenost putanje zvijezde u vidnom polju, te za promjenu kuta prizme zbog promjene temperature ( $c\Delta t_i$ ).

$$z_i = z_0 + R_i - K_i + c\Delta t_i \quad (2)$$

Empirijski koeficijent ovisnosti promjene zenitne duljine zbog temperature prema jednoj studiji austrijskog BEV-a (Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen), (Erker 1983) iznosi  $c=0,35''/1^\circ\text{C}$ . Stoga se taj koeficijent mora zajedno s koeficijentom astronomske refrakcije izračunati za kraj opažanja, te proporcionalno modelirati kroz jednu seriju mjerenja.

## Izjednačenje

Uzimanjem u obzir izraza (1), vektor je prikraćenih mjerenja

$$l_i = z_i^o - z_i, \quad (3)$$

odnosno jednadžba popravaka

$$\Delta\Phi \cos A_i + \Delta\Lambda \cos\Phi_0 \sin A_i + \Delta z = l_i + v_i, \quad (4)$$

pri čemu su prikraćene nepoznanice

$$\begin{aligned} \Delta\Phi &= \Phi - \Phi_0, \\ \Delta\Lambda &= \Lambda - \Lambda_0, \\ \Delta z &= z - z_0. \end{aligned} \quad (5)$$

Iz izraza 4. može se odrediti točnost pojedine astronomske koordinate.

Po teoriji najmanjih kvadrata jednadžba popravaka posrednih mjerenja je (Feil 1989):

$$\underline{v} = A\underline{x} - \underline{l}, \quad (6)$$

iz čega slijede normalne jednadžbe

$$A^T P A \underline{x} - A^T P \underline{l} = \underline{0}; \quad (7)$$

$$N\underline{x} - \underline{n} = \underline{0}. \quad (8)$$

Konačno se nakon invertiranja dobije vektor nepoznanica

$$\underline{x} = (\Delta\Phi, \Delta\Lambda \cos\Phi_0, \Delta z) = N^{-1} \underline{n} = Q A^T P \underline{l}. \quad (9)$$

Pri tome su standardna odstupanja nepoznanica

$$\begin{aligned} s_{\Delta} &= s_0 \sqrt{q_{11}}, \\ s_{\Delta\Lambda \cos\Phi_0} &= s_0 \sqrt{q_{22}}, \\ s_{\Delta z} &= s_0 \sqrt{q_{33}}, \end{aligned} \quad (10)$$

pri čemu je referentno standardno odstupanje

$$s_0 = \sqrt{\frac{\underline{v}^T P \underline{v}}{n-3}}. \quad (11)$$

Na kraju je potrebno korigirati dobivene nepoznanice:

- dnevna aberacija

$$\Delta\Lambda_A = \Delta\Lambda + 0,021^s \cos z, \quad (12)$$

- redukcija na srednji pol (CIO)

$$\Phi_0 - \Phi = - (x \cos\Lambda + y \sin\Lambda), \quad (13)$$

$$\Lambda_0 - \Lambda = - \operatorname{tg}\Phi (x \sin\Lambda - y \cos\Lambda), \quad (14)$$

- redukcija vremena sa UTC na UT1.

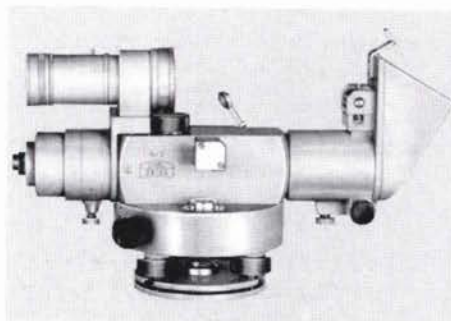
Trenutačne vrijednosti parametara rotacije Zemlje ( $x, y, \text{UT1-UTC}$ ) nalaze se u *Bulletinu D*, što ga izdaje IERS.

Na kraju treba reći da se vrijeme prolaza zvijezde preko niti nitnoga križa treba korigirati pomoću korekcije sata, koja se određuje pomoću vremenskih radio signala, ali danas već u tu svrhu postoje mogućnosti korištenja GPS-uređaja. Neka praktična iskustva pokazuju da primanje vremenskih signala uz pomoć GPS-prijamnika ima svoje prednosti u odnosu na dosadašnji način primanja radio signala, jer GPS-prijamnici imaju bolji prijam i kvalitetniji signal.

#### 4. Praktični aspekti određivanja astronomskih koordinata

Za opažanje zvijezda metodom jednakih visina, opisanom u prethodnom poglavlju, mogu se upotrijebiti: teodolit, univerzalni instrument, zenit-teleskop pa čak i pasožni instrument s pokretnim podloškom. Međutim, nedostatak je tih instrumenata nemogućnost održavanja konstantne zenitne udaljenosti kroz duže vrijeme (koliko traje opažanje) te stalna potreba za vrhunjenjem Horrebaw libele (Terzić 1988).

Stoga se određivanje astronomske širine  $\Phi$  i duljine  $\Lambda$  danas za predmetna istraživanja izvodi noćnim terenskim mjerenjima sa Zeiss Ni 2 astrolabom, koji je već spomenut (slika 1).



Slika 1. Zenit-kamera sa pripadajućom opremom (lijevo) i Ni 2 astrolab (desno).



Prednost je zenit-kamere jednostavnost mjerenja jer, osim dotjerivanja sustava elektronskih libela, opažać na terenu gotovo da i nema dodatnih intervencija pri snimanju neba na svjetlo-osjetljivi materijal (Pribičević 1999).

Masa zenit kamere i dugotrajna obrada fotografskih ploča glavni su nedostaci u usporedbi s vrlo laganim niveliranjem Ni2 i pripadnom prizmom. Međutim, mjerenje astrolabom uključuje u mjerni proces osobnu pogrešku opažaća kao jedan od glavnih izvora pogrešaka. Za eliminaciju te pogreške potrebna su dodatna mjerenja na referentnoj astronomskoj točki ili dodatne konstrukcije impersonalnih rješenja, npr. Deichlovi klinovi (Deichl 1971).

S druge strane točnost astrolaba ograničena je točnošću kompenzacije kompenzatora, koja kod nivelira Zeiss Ni2 iznosi oko  $\pm 0,2''$  (Benčić 1990).

Točnost zenit-kamere ograničena je žarišnom duljinom objektiva, kao i naknadnom digitalizacijom slikovnih koordinata na komparatorima.

Pri simultanom određivanju astronomskih koordinata uvijek se postavlja pitanje koja je koordinata točnija. Ako se gleda s aspekta vanjske točnosti to je dosta teško pitanje s obzirom na modeliranje velikog broja parametara, prije svega atmosferske refrakcije i osobne pogreške opažaća. Međutim, dolazi se do zaključka da točnost prije svega ovisi o geografskoj širini mjesta opažanja te o azimutu zvijezde, odnosno o kutovima pod kojima trajektorije zvijezda u vidnom polju sijeku horizontalne niti nitnoga križa astrolaba, odnosno deklinacijske kružnice horizont stajališta. To znači da se u meridijanu točnije određuje astronomska širina, a u prvom vertikalu astronomska duljina.

## 5. Izvođenje astronomsko-geodetskih radova

Instrumentarij kojim su se izvodila astronomsko-geodetska opažanja na geoidnim točkama prikazan je na slici 2 i sadrži sljedeće komponente (Pribičević 2001):

- Astrolab (nivelir Zeiss Ni 2 + prizma) sa stativom
- džepno računalo HEWLETT PACKARD HP 41 CX s odgovarajućim softverom
- radio uređaj za prijam vremenskih radio signala
- relejni uređaj koji omogućuje prijenos vremenskih radio signala s radioprijamnika u računalo



Slika 2. Terenski komplet Zeiss Ni 2 astrolaba.



- tipkalo za registraciju vremena prolaza zvijezde kroz niti nitnog križa instrumenta
- termalni štampač HEWLETT PACKARD HP 82162A za ispis podataka i rezultata računanja.

Uz instrumente potreban je i sljedeći pribor:

- ručna busola (za grubu orijentaciju astrolaba)
- termometar i barometar (za mjerenje temperature i tlaka zraka)
- ručni sat (namješten na mjesno zvjezdano vrijeme)
- mjerna vrpca duljine do 30 m (za mjerenje linearnog ekscentriciteta)
- dvije džepne baterijske svjetiljke.

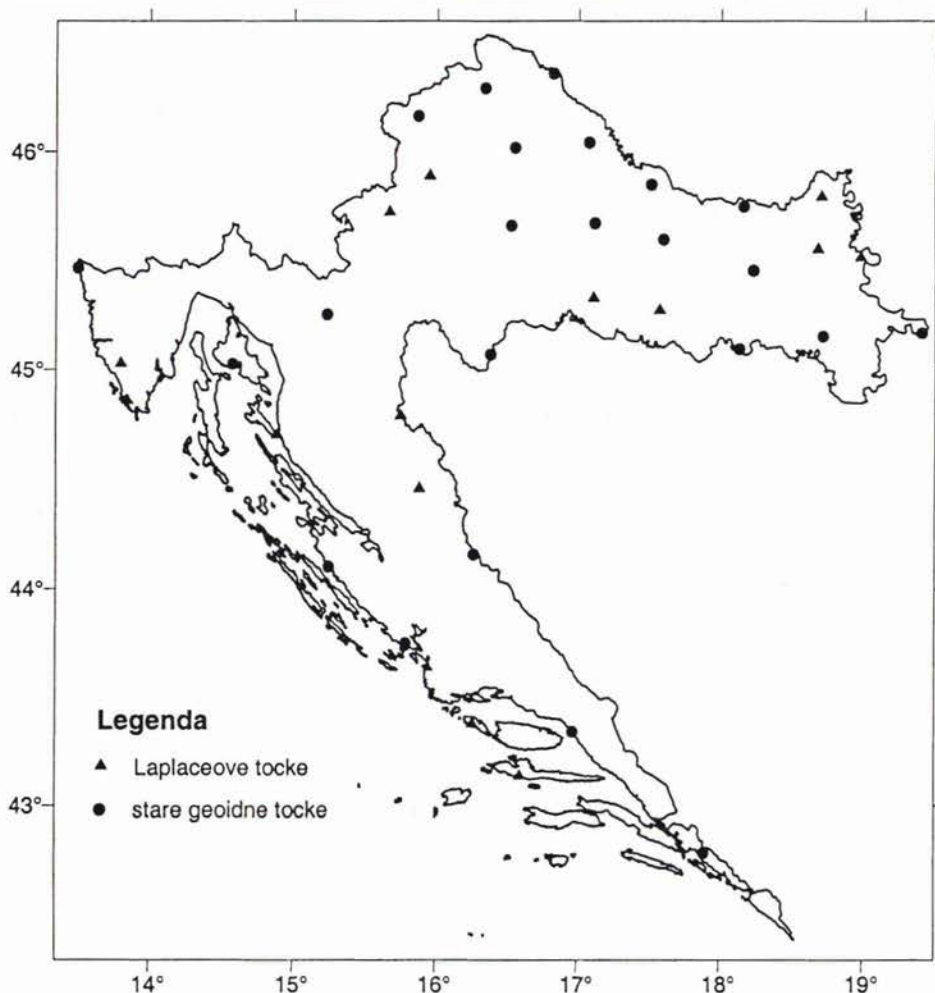
U posljednje dvije terenske sezone sastavljen je novi terenski mjerni komplet s džepnim računalom HP48GX i novim satom (štopericom) te je izrađen novi program za registraciju podataka mjerenja. Prebacivanje podataka iz HP48GX u PC računalo izvodi se preko originalnog HP sučelja za protok podataka. Na taj je način izvedena potpuna automatizacija mjernog procesa.

Potreban je također i program opažanja zvijezda (koji se izrađuje na PC računalu unaprijed za svaku novu geoidnu točku), izvadak iz astronomskoga godišnjaka s vremenima  $S_0$  (zvjezdanim Greenwich-kim vremenom u pola noći) te zapisnički formulari.

Predmetna astronomska mjerenja izvođena su već spomenutim kompletom Zeiss Ni 2 astrolaba pomoću prizme na fiksnoj zenitnoj daljini  $z=30$ . Za registraciju mjerenih podataka na novim geoidnim točkama upotrebljavan je već spomenuti originalni uređaj prof.dr.sc. Nikole Solarića. Pomoću njega je znatno povećana efikasnost i pouzdanost mjerenja u odnosu na registraciju vremena u Austriji i drugim zemljama (Solarić 1991; Solarić 1992).

Ova su astronomska opažanja izvedena na svakoj novoj geoidnoj točki u pravilu u dvije noći, a ako bi razlika po  $\Phi$  ili po  $\Lambda$  prelazila granicu od  $1,0''$ , tada je ali zaista na malom broju točaka obavljeno i dodatno treće mjerenje. U terenskim radovima je tijekom 15 sezona mjerenja učestvovao zaista veliki broj stručnjaka, počevši od Zvonka Biljeckoga, dipl. ing., mr. sc. Drage Špoljarića i dr. sc. Boška Pribičevića koji je najduže radio na projektu, te je osim izvođenja mjerenja također i koordinirao izvedbu terenskih radova od 1986. godine sve do završetka projekta 2000. godine (Pribičević i dr. 2001). Kao što je već napomenuto, sveukupno je kroz predmetna istraživanja na teritoriju Republike Hrvatske određeno 245 novih geoidnih točaka koje su položajno prikazane na slici 3b. Stanje prije početka izvođenja radova na predmetnom projektu zorno je prikazano na slici 3a.

Simultana određivanja astronomskih koordinata  $\Phi$  i  $\Lambda$  za nove geoidne točke izvedena su "metodom jednakih visina" detaljno objašnjenom u poglavlju 3. Za numeričku obradu mjerenja upotrebljavan je računalni program ASTRO, koji nam je ustupio prof. dr. ing. H. Lichtenegger sa TU Graz. Taj je program prof. dr. sc. Tomislav Bašić modificirao za korištenje na PC računalima i sadašnje mu je ime "AS". Tu ta-

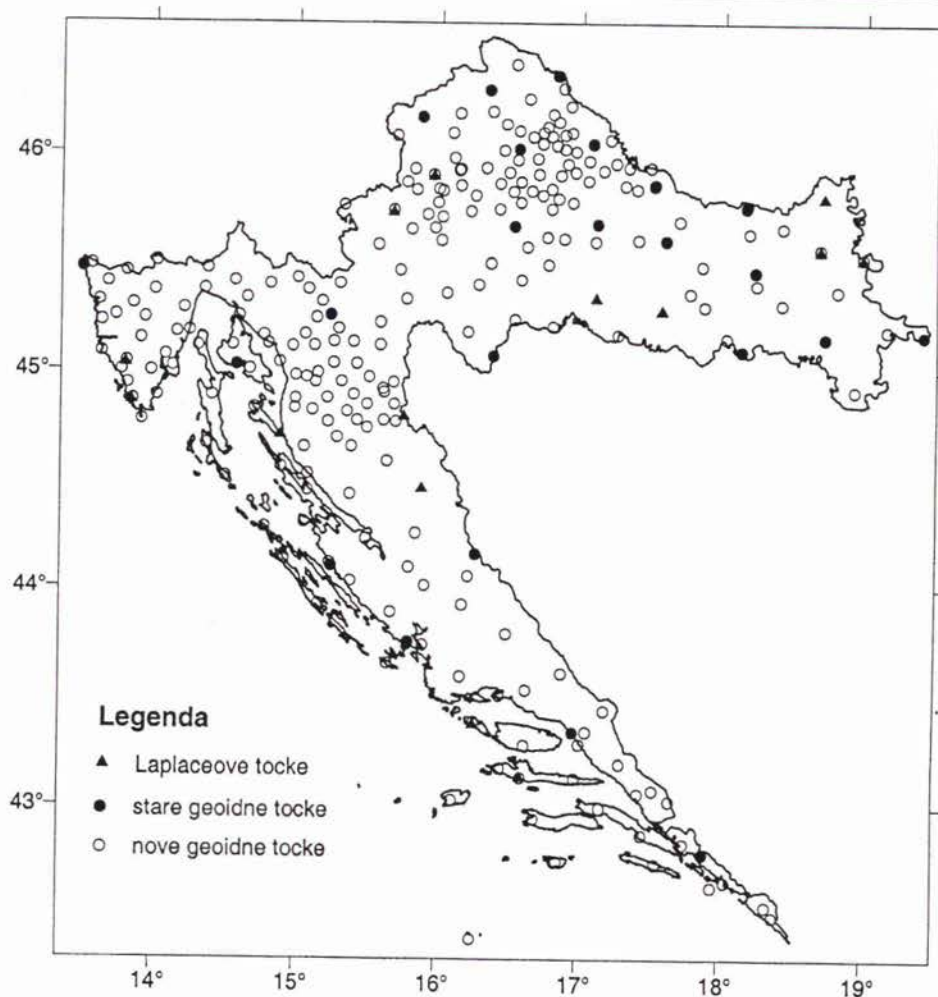


Slika 3a. Raspored Laplaceovih i "starih" geoidnih točaka na teritoriju Republike Hrvatske.

koder treba spomenuti i program "AS1", koji omogućuje računalnu izradbu "programa opažanja" za svaku pojedinu novu geoidnu točku.

Numeričku obradbu izvodio je čitav niz stručnjaka, među kojima treba izdvojiti Marijana Ratkajeca, dipl. ing. geod., i doc. dr. sc. Damira Medaka. Program izvodi računanje astronomskih koordinata  $\Phi$  i  $\Lambda$  za svaku pojedinu novu geoidnu točku te izračunavanje pripadnih astrogeodetskih otklona vertikale. Program također automatski određuje redukcije za ekscentrična opažanja na pojedinoj točki kao i korekcije za kretanje pola i promjenu brzine rotacije Zemlje.

Rezultate mjerenja kroz sve terenske sezone karakterizira unutrašnja točnost od 0,2" do 0,3", izračunana kao standardno odstupanje u jednoj noći. Standardno od-



Slika 3b. Raspored novih geoidnih točaka određenih od 1985. do 2000. godine na teritoriju Republike Hrvatske.

stupanje, dobiveno iz razlika dviju opažanih noći na istoj točki, leži u pravilu u granicama od 0,3" do 0,4". Takva se preciznost može smatrati vrlo visokom za tu vrstu astronomskih mjerenja. Iz tako dobivenih astronomskih koordinata  $\Phi$  i  $\Lambda$  te pripadajućih geodetskih koordinata  $i$  (u službeno valjanome državnom koordinatnom sustavu ili u novom sustavu ETRS89), izračunane su vrijednosti za otklone vertikale na svakoj novoj geoidnoj točki.

Detaljni opis obradbe podataka mjerenja te svih redukcija koje se provode prilikom obradbe kao i statistička obradba postignutih rezultata dani su u sljedećem poglavlju.



## 6. Obradba mjerenja i statistička ispitivanja

Kvaliteta mjerenja izvedenih astrolabom ovisi o nizu čimbenika. Oni se mogu razvrstati u nekoliko skupina ovisno o:

1. upotrijebljenom instrumentariju,
2. pridržavanju poznatih teoretskih postavki pri opažanju,
3. uvježbanosti opažača i osobnoj pogreški opažača,
4. modeliranju atmosferskih parametara,
5. stručnjaku koji izvodi obradbu.

Prva skupina čimbenika što utječu na kvalitetu mjerenja astrolabom detaljno je izložena u Kaniuthovu radu (1984) te se ovdje neće posebno razmatrati.

Druga je skupina čimbenika osobito važna i opsežna, pa počinjemo s nekoliko poznatih teoretskih znanja o kretanju zvijezda s obzirom na azimute u kojima se pojavljuju na zenitnoj udaljenosti  $z=30^\circ$ :

- U meridijanu je mjerenje gotovo neizvedivo zbog horizontalnoga kretanja zvijezde. Zato se ne opažaju zvijezde koje su u odnosu na meridijan  $< 20^\circ$ .
- Točnost opažanja ovisi o brzini zvijezde u vertikalnom smislu, što se može opisati izrazom:

$$\frac{dz}{dt} = \cos \Phi \cdot \sin \alpha. \quad (15)$$

- Točnost opažanja ovisi i o kutu pod kojim zvijezda siječe horizontalnu nit. Taj je kut jednak paralaktičkom kutu  $q$ , koji je funkcija azimuta:

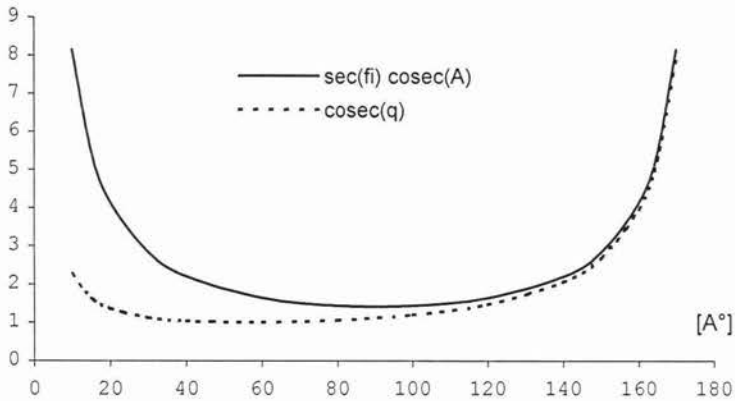
$$\sin q = \frac{\cos \Phi \cdot \sin \alpha}{\sqrt{1 - (\cos z \cdot \sin \Phi + \sin z \cdot \cos \Phi \cdot \cos \alpha)^2}}, \quad (16)$$

otkuda slijedi i poznati izraz za standardno odstupanje opažanja pojedine zvijezde:

$$s = a + b \cdot \sec \Phi \cdot \operatorname{cosec} \alpha + c \cdot \operatorname{cosec} q. \quad (17)$$

Dakle, standardno odstupanje jednog mjerenja zavisna je o brzini projiciranoj u vertikalni pravac. Parametri  $a$ ,  $b$  i  $c$  u formuli (17) mogu se odrediti empirijski za pojedinog opažača iz probnih registracija (Lichtenegger 1984).

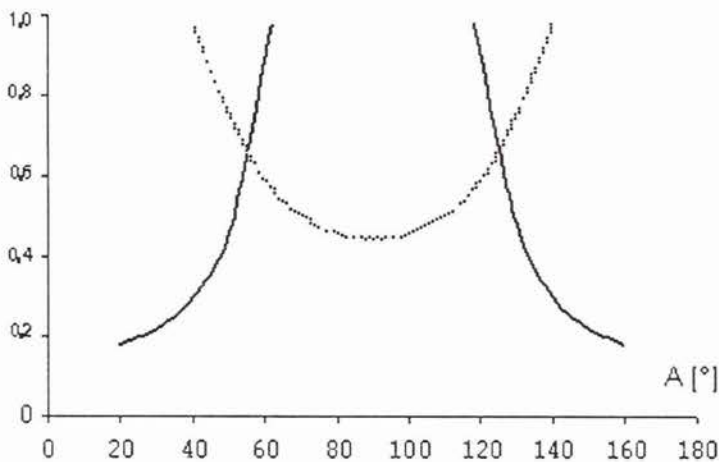
Iz tih triju točaka može se zaključiti da je točnost opažanja bržih zvijezda bolja u odnosu na sporije, dakle očekuje se da minimum standardnog odstupanja  $s$  leži u blizini prvog vertikalna. S druge strane optimalni kut presjeka  $q$  iznosi  $90^\circ$ , tj. kada se pojedina zvijezda nalazi u elongaciji. Na srednjoj astronomskoj širini od  $45^\circ$ , odnosno kod nas, to su zvijezde koje nailaze pod azimutom  $55^\circ$ . Da bi se pomirile te dvije teoretske pretpostavke očekuje se da je standardno odstupanje minimalno za azimute zvijezda između  $50^\circ < A < 160^\circ$ , odnosno  $200^\circ < A < 310^\circ$  (vidi sliku 4).



Slika 4. Recipročne vrijednosti vertikalne brzine i sinusa paralaktičkoga kuta ovisno o azimutu.

Međutim, ne smije se zaboraviti činjenica znana iz klasične pozicijske astronomije da se astronomska širina najpovoljnije određuje iz opažanja zvijezda u meridijanu (Terzić 1988). Stoga, kada se biraju zvijezde u blizini meridijana kviri se naizgled cjelokupna točnost mjerenja pojedine večeri, ali se dobiju pouzdani rezultati određivanja astronomske širine.

Analizirajući temeljnu formulu metode jednakih visina u smislu formiranja normalnih jednadžbi možemo uočiti da će mješoviti članovi postati nule ako biramo zvijezde strogo simetrično prvom vertikalnu i simetrično meridijanu. Prema tomu, ta se simetričnost može postići u pravilu opažanjem  $n \cdot 4$  zvijezde. Izjednačenjem opažanja s takvim rasporedom zvijezda, koji je ostvariv samo teoretski, dobile bi se algebarski nekorelirane nepoznanice. Naime, korelacijska bi matrica bila dijagonalna jedinična matrica.



Slika 5. Kofaktori  $Q_{\phi\phi}$  i  $Q_{\Lambda\Lambda}$  za jednu zvijezdu u ovisnosti o azimutu.

Slika 5 prikazuje teoretske vrijednosti kofaktora (težinskih koeficijenata) nepoznanica  $Q_{\Phi\Phi}$  i  $Q_{\Lambda\Lambda}$  za jednu zvijezdu u obliku krivulja u ovisnosti o azimutu, pri čemu je krivulja za  $Q_{\Phi\Phi}$  prikazana samo u prvom kvadrantu. Uzimanjem u obzir više zvijezda trebalo bi odrediti srednju vrijednost kofaktora koji su zapravo recipročni težinama. Multipliciranjem kvadratnoga korijena tih vrijednosti s nekom empirijskim standardnim odstupanjem jedinične težine  $s_0$  može se odrediti teoretski očekivano standardno odstupanje nepoznanica.

Empirijska vrijednost za standardno odstupanje mjerenja jedinične težine može se uzeti na temelju višegodišnjeg prosjeka  $s_0 = 1''$ . Na azimutu  $55^\circ$  teoretski je  $Q_{\Lambda\Lambda} = Q_{\Phi\Phi} \approx 0,65$  te za opažanih npr. 26 zvijezda proizlaze sljedeće vrijednosti standardnih odstupanja nepoznanica:

$$s_{\Phi\Phi} \approx S_{\Lambda\Lambda} \approx 1,0'' \sqrt{\frac{0,65}{26}} = \pm 0,16'' \quad (18)$$

Ta procjena standardnih odstupanja širine odnosno duljine dobro se podudara sa stvarnim rezultatima uz opasku da je u gornjoj formuli uzet najpovoljniji kofaktor, a realno bi ga trebalo povećati zbog opažanja zvijezda na različitim azimutima.

Nadalje, jednadžba (4) pokazuje sljedeće:

- kod simetrije samo prema meridijanu mijenja se predznak koeficijentima uz  $\Delta\Lambda$ , pa su prema tomu širina i zenitna udaljenost korelirane, a duljina je određena bolje nego širina;
- kod simetrije samo s obzirom na prvi vertikal mijenja se predznak samo koeficijentu uz  $\Delta\Phi$ , pa su stoga korelirane duljina i zenitna udaljenost.

Iz analize slike 4. proizlaze sljedeće poznate preporuke:

- za pouzdano određivanje duljine treba opažati zvijezde u blizini prvog vertikala uz poštovanje simetrije prema meridijanu;
- za pouzdano određivanje širine treba opažati zvijezde u blizini meridijana uz poštovanje simetrije s obzirom na prvi vertikal;
- paziti na ravnomjerni raspored zvijezda preko horizonta radi postizanja podjednake točnosti određivanja širine i duljine.

Želi li se postići brzi slijed opažanja treba računati s gubitkom točnosti, jer se zvijezde nalaze u širokom azimutnom području. Osobito je teško za određivanje širine izabrati zadovoljavajuće zvijezde u blizini meridijana, koje su simetrične prema prvom vertikalu, iz dva razloga:

- opažanje zbog prolaza zvijezde pod vrlo ostrim kutom s obzirom na horizontalne niti prilično dugo traje, pa za to vrijeme druga zvijezda "pobjegne",
- u tom području ima malo zvijezda u katalogu FK4.

Treća skupina čimbenika, držimo, ovisi ponajprije o uvježbanosti i iskustvu opažača. Tako su svi opažači koji su radili na projektu prošli sveobuhvatnu obuku na Opservatoriju Maksimir u Zagrebu. Tek nakon završene obuke potencijalni opažač mogao je krenuti na teren.



U tu skupinu čimbenika što utječu na cjelokupnu točnost opažanja uvrstili smo najvažniju sustavnu pogrešku, a to je osobna pogreška opažača. Ona punim iznosom ulazi u duljinu. Budući da može iznositi više lučnih sekundi, određivanju osobne pogreške treba posvetiti znatnu pozornost. Njezin se utjecaj eliminira na temelju opažanja na referentnoj točki duljina koje je određena nekom od preciznijih metoda. Kalibracijska mjerenja provode se u početku, u tijeku, i na kraju svake terenske kampanje odnosno sezone. Istraživanja tijekom rada na projektu uspostavljanja geoidnih točaka pokazala su da osobna pogreška opažača nije samo funkcija reakcije opažača već je i funkcija korištenog instrumentarija. To znači, ako bi opažatelj mijenjao instrumentarij trebala bi se određivati nova vrijednost osobne pogreške, pa se izbjegavalo mijenjati aparaturu u tijeku sezone.

Osobna pogreška određuje se za pojedinog opažača u sezoni na temelju određivanja izjednačujućeg pravca za astronomsku duljinu iz opažanja na referentnoj točki stupa u Opservatoriju Maksimir. Izjednačujući pravac računa se na temelju poznate jednadžbe pravca:

$$y = a \cdot x + b. \quad (19)$$

Pravac se postavlja prema poznatom Gaussovu principu, što znači da suma kvadrata odstupanja opažanja od izjednačujućeg pravca mora biti minimalna. U konkretnom slučaju jednadžba pravca glasi:

$$L_i + v_i = a \cdot x_i + b, \quad (20)$$

gdje je  $L_i$  opažana duljina na referentnoj točki a prikazuje se na ordinatnoj osi, dok  $x_i$  označuje dan u godini kada je konkretno opažanje obavljeno.

Proizlazi da je potrebno odrediti nagib pravca  $a$  i odsječak na ordinatnoj osi  $b$ . Uvođenjem približnih vrijednosti u formulu (20) i preuređivanjem dobivamo jednadžbe popravaka:

$$v_i = x_i \cdot \delta a + \delta b - l_i, \quad (21)$$

pri čemu je:

$$-l_i = b_0 - L_i, \quad a_0 = 0. \quad (21)$$

Normalne jednadžbe nastale iz (21) u uobičajenom matričnom obliku glase:

$$N \cdot x - n = 0, \quad (22)$$

s time da je transponirani vektor nepoznanica:

$$x^t = [\delta a \quad \delta b], \quad (23)$$

Određivanjem nepoznanica definiran je pravac pa se na temelju njega može izračunati astronomska duljina za bilo koji dan u godini na referentnoj točki, a odbijanjem te duljine od referentne dobije se osobna pogreška, koju treba uzimati u obzir

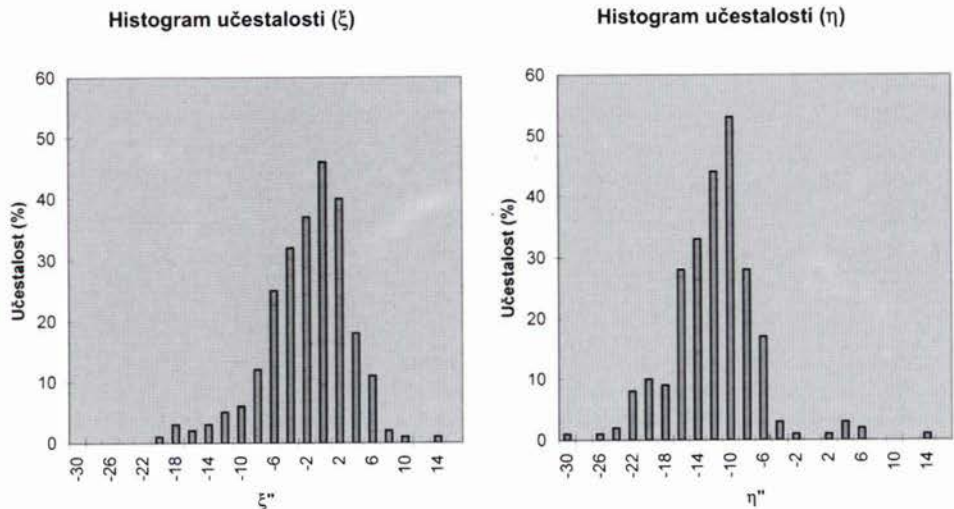
pri računanju aritmetičke sredine duljine iz dviju večeri kako bi se dobila definitivna astronomska duljina na geoidnoj točki.

Četvrta su skupina atmosferski čimbenici i njihovo modeliranje. Efekt ovisnosti zenitne udaljenosti o temperaturi ispitivali su mnogi znanstvenici, a ovdje ćemo dati pregled dvojice autora koji su taj utjecaj istraživali u svjetlu astronomskih opažanja:

- 0,51"/ °C Gerstenecker (1978)
- 1,00"/ °C Gerstbach (1975)
- 0,53"/ °C Gerstbach (1975)

Jedan od načina za eliminiranje tog utjecaja temelji se na dovoljno čestom mjerenju temperature instrumenta tijekom opažanja i njegovu modeliranju. Drugi način, primijenjen u okviru određivanja geoidnih točaka u nas, uvođenje je dodatnog parametra u izjednačenje kojim se obuhvati promjena zenitne udaljenosti na način da se odrede do najviše četiri nepoznanice zenitne udaljenosti.

Za petu skupinu čimbenika o kojim ovisi kvaliteta mjerenja možemo kazati da je u izravnoj povezanosti sa stručnjakom koji izvodi obradbu. Naime, tijekom rada na projektu mijenjali su se i operateri pri obradbi. Tako su neka opažanja obrađena u "dvije ruke", pa su se u rezultatima katkad uočile razlike. Razina značajnosti razlike u obradbi nije ispitivana već bi se prihvatio rezultat iskusnijeg operatera. Proizašla iskustva tijekom godina rada na projektu pokazala su da najbolji izbor zvijezda iz programa opažanja proizade ako su operater na terenu i operater za obradbu zapravo ista osoba. Nadalje, na taj način operater je izravno upoznat s vremenskim i terenskim prilikama, te raznim detaljima vezanima uz odvijanje mjerenja što utječe na pouzdanost obradbe.



Slika 6. Histogrami učestalosti vrijednosti pojedinih komponenta otklona vertikalne na novim geoidnim točkama u Republici Hrvatskoj.

Na temelju rezultata svih 245 novih geoidnih točaka na slici 6 su prikazane relativne učestalosti pojavljivanja određenih vrijednosti komponenata otklona vertikalne. Jednostavna statistička obradba pokazuje dobru centriranost vrijednosti meridijanske komponente  $\xi$  oko nule, dok su vrijednosti za longitudinalnu komponentu  $\eta$  centrirane oko vrijednosti  $-12''$ . Ta je razlika jedini empirijski dokaz pogreške u orijentaciji astrogeodetske mreže bivše države.

## 7. Zaključna razmatranja

U Republici Hrvatskoj bilo je do početka predmetnih istraživanja samo 24 geoidne i 13 Laplaceovih točaka. Jasno je da taj broj točaka s određenim astronomskim koordinatama nije ni približno zadovoljavao potrebe budućih istraživanja plohe geoida. To je bio jedan od razloga zašto je uopće došlo do ideje o pokretanju astronomsko-geodetskih radova, odnosno projekta "Određivanje novih geoidnih točaka u Republici Hrvatskoj".

Istodobno su se završavale velike kampanje određivanja geoidnih točaka u Austriji, Švicarskoj i Njemačkoj, koje su bile osnova za do tada najtočnija istraživanja plohe geoida. Upravo po ugledu na te zemlje, koje imaju reljef sličan našem, naša se istraživačka ekipa odlučila za astrogeodetsku metodu određivanja otklona vertikalne.

Sveukupno, projekt je uz prekid u 1999. godini, izvođen punih 15 terenskih sezona te je u tom razdoblju samo na teritoriju Republike Hrvatske određeno 245 novih geoidnih točaka.

Velika se pozornost posvećivala određivanju "osobne pogreške" te svim potrebnim redukcijama, tako da je postignuta točnost na zavidnoj razini za tu vrstu mjerenja.

Na kraju se može zaključiti da je predmetni projekt uz golemi trud i entuzijazam uključenih istraživača završen, te da su njegovi ciljevi u potpunosti ispunjeni: dobiveni otkloni vertikalne postali su osnova za mnoga provedena računanja plohe geoida u Hrvatskoj, kao i za mnoga druga interdisciplinarna istraživanja iz područja geologije i geofizike.

## Literatura

- Benčić, D. (1990): Geodetski instrumenti. Školska knjiga, Zagreb.
- Čolić, K., Bašić, T., Pribičević, B., Medak, D. (1994): Primjena nove kombinirane geodetsko-gravimetrijske metode u određivanju geološko-geofizičkih struktura u odbranom test području Hrvatske (1992 - 1994), Za: INA-industrija nafte Zagreb - Naftaplin, Zagreb.
- Čolić, K., Bašić, T., Petrović, S., Pribičević, B., Ratkajec, M. (1992): Istraživanja Zemljinog polja sile teže u Hrvatskoj i Sloveniji (1975-1992). Zbornik Geodetskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu u povodu 30. obljetnice samostalnog djelovanja 1962-1992. 123-136, Zagreb, 1992.
- Čolić, K., Pribičević, B. (1999): Završni elaborat na projektu: GPS-mreža Grada Zagreba, Knjiga 1 - Zbirni elaborat o izvršenim radovima, Zagreb.



- Čolić, K., Bašić, T., Biljecki, Z., Solarić, N., Solarić, M. i dr. (1984): Izvedbeni projekt za uspostavljanje novih geoidnih točaka na području SR Hrvatske. Umnoženi manuskript, Zagreb.
- Deichl, K. (1971): Eine Vorrichtung zur unpersönlichen Registrierung der Zeit beim Ni2 Astrolab. Zeitschrift für Vermessungswesen, Nr. 11, 500-507, Stuttgart.
- Erker, E. (1983): Astro-geodätische Messungen des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen für die Bestimmung des Geoides in Österreich. Geodätische Arbeiten Österreichs für die Internationale Erdmessung, Band III, ÖKIE, Wien.
- Feil, L. (1989): Teorija pogrešaka i račun izjednačenja, 1. i 2. dio. Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- Gerstbach, G. (1975): Beiträge zur Optimierung von Astrolabbeobachtungen. Geowissenschaftliche Mitteilungen, Nr. 7, 103-134, Wien.
- Gerstenecker, C. (1978): Beiträge zur simultanen Bestimmung von Breite und Länge mit Zeiss Ni2 Pendelastrolabien. Beiträge zur Astronomischen Geodäsie und Geodynamik, Institut für Physikalische Geodäsie der TH Darmstadt, 69-82, Darmstadt.
- Heiskanen, W., Moritz, H. (1996): Physical Geodesy. Reprint, Institute of Physical Geodesy, Technical University Graz, Austria.
- Kaniuth, K. (1984): Untersuchungen zur Verringerung der systematischen Fehler bei Beobachtungen mit Ni2 Astrolabien. Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut, Abteilung I, München.
- Lichtenegger, H. (1984): Astrogeodätische Beobachtungen zur Geoidbestimmung in Österreich. Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu – javno predavanje.
- Moritz, H. (1983): Theorie der lokalen Geoidbestimmung. Das Geoid in Österreich. Geodätische Arbeiten Österreichs für die Internationale Erdmessung, Band III, ÖKIE, Wien.
- Muminagić, A., Čolić, K. (1983): Idejni projekt za uspostavljanje novih geoidnih točaka na cijelom području SFR Jugoslavije. Umnoženi manuskript, Sarajevo-Zagreb.
- Pribičević, B. (1999): Nov preračun geoida Republike Slovenije. Magistarski rad, Sveučilište u Ljubljani, Ljubljana.
- Pribičević, B. (2000): Geoid Researches in Republic of Slovenia. Raziskave s področja geodezije in geofizike 2000. Vodopivec, F. (ur.), Ljubljana: Slovensko združenje za geodeziju in geofiziku, 55-66.
- Pribičević, B. (2001): Uporaba geološko-geofizičnih in geodetskih baz podatkov za računanje ploskve geoida Republike Slovenije. (Doktorska disertacija). Edicija Znanstvenih monografija Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo.
- Pribičević, B., Medak, D. (2001): Utjecaj gustoće pripovršinskih masa Zemljine kore na geoidne undulacije. Geodetski list, 1, 19-32.
- Pribičević, B., Medak, D., Đapo, A. (2001): Uspostava novih geoidnih točaka na teritoriju Republike Hrvatske u 2000. godini. Izvješća o znanstveno-stručnim projektima iz 2000. godine. Landek, I. (ur.), Državna geodetska uprava Republike Hrvatske, Zagreb.
- Ratkajec, M. (1989): Praktična obrada opažanja Ni-2 astrolabom u SR Sloveniji i na referentnoj točki opservatorija Maksimir u 1989. godini s posebnim osvrtom na obuhvaćanje sistematskih pogrešaka. Diplomski rad, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu.

- Schödlbauer, A. (2000): Geodätische Astronomie – Grundlagen und Konzepte. Walter de Gruyter, Berlin – New York.
- Solarić, N. (1991): Automatic time recording in determination of astronomical latitude and longitude using an astrolabe and an HP41CX. *Astrophysics and space science*, 177, 169–173.
- Solarić, N. (1992): Automatizacije iz geodetske astronomije i praktične geodezije. Zbornik Geodetskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu u povodu 30. obljetnice samostalnog djelovanja 1962–1992., Zagreb, 165–174.
- Terzić, P. (1988): Geodetska astronomija II. Sveučilišna naklada Liber, Zagreb.

## Astrogeodetic works on determination of new geoidal points in the Republic of Croatia

*ABSTRACT. This paper reviews astrogeodetic works on determination of new geoidal points in the Republic of Croatia. Project activities were performed continuously from 1983 and concluded in 2000. The method of equal heights is described in detail. The choice of Zeiss Ni2 astrolabe for difficult night fieldwork is explained. Systematic errors affecting the observation results are investigated and all reductions necessary for processing are examined. Finally, the statistics about astronomical coordinates of all geoidal points determined during 15 field seasons in 17 years is given. The importance of astrogeodetic measurements in determination of the geoid surface in the Republic of Croatia is emphasized.*

*Keywords: astrogeodetic methods, geoidal points, deflections of vertical, geoid.*

*Primljeno: 2002-1-17*