

UDK 528.5:53.08:681.2:624.073-033.37  
Izvorni znanstveni članak

# Preciznost određivanja vertikalnih mikropomaka geodetskim i negeodetskim instrumentima

Boštjan KOVAČIČ – Maribor<sup>1</sup>, Zdravko KAPOVIĆ – Zagreb<sup>2</sup>,  
Miroslav PREMROV – Maribor<sup>1</sup>

*SAŽETAK.* Istraživanja u ovome radu temelje se na eksperimentalnom određivanju vertikalnih mikropomaka različitim geodetskim i negeodetskim instrumentima i analizi rezultata mjerenja tih pomaka. Mjerenja su provedena u laboratoriju Građevinskog fakulteta Sveučilišta u Mariboru, pri čemu je upotrebljena posebno izgrađena armiranobetonska ploča. Za postupno opterećivanje armiranobetonske ploče izračunane su teorijske vrijednosti vertikalnih pomaka, a stvarni su pomaci određivani različitim instrumentima. Na kraju se daje ocjena preciznosti određivanja pomaka.

*Ključne riječi:* teorijski pomak, mikropomak, geodetski i fizikalni instrumenti.

## 1. Uvod

Mjerenje pomaka i deformacija danas se izvodi pri izgradnji i eksploataciji gotovo svakoga većega građevinskog objekta. Rezultati mjerenja mogu poslužiti za kontrolu tijekom gradnje ili za poduzimanje mjera sanacije izgrađenog objekta, ali i u svrhu provjere novih projektnih rješenja. Za interpretaciju rezultata mjerenja osnovni su pokazatelji vrijednosti (iznos) pomaka. Poglavitno je bitno pouzdano ocijeniti značaj pomaka, tj. razlučiti signifikantni od nesignifikantnog pomaka. Primjenjujući neki od testova matematičke statistike, dolazi se do spoznaje je li neki pomak signifikantan ili nije. Općenito govoreći, s aspekta sigurnosti, pomaci koji se prema zakonima teorije vjerojatnosti mogu tretirati kao pogreške mjerenja, nisu signifikantni ni problematični. Očito su to pomaci manji od njihove standardne vrijednosti. Pomaci koji su veći od prosjeka ili od očekivanih vrijednosti (statistički rečeno, pomaci s jednog kraja distribucije), postaju "sumnjivi" i signifikantni (Kapović 1993).

Tom tematikom, metodama mjerenja pomaka i analizom deformacija bavili su se mnogi autori (Pelzer 1985; Welsh 1987; Caspary 1987). Ipak, još uvijek postoje ne-

<sup>1</sup>Dr. sc. Boštjan Kovačić, doc. dr. sc. Miroslav Premrov, Građevinski fakultet Sveučilišta u Mariboru, Smetanova 17, 2000 Maribor

<sup>2</sup>Prof. dr. sc. Zdravko Kapović, Sveučilište u Zagrebu, Geodetski fakultet, Kačićeva 26, 10000 Zagreb

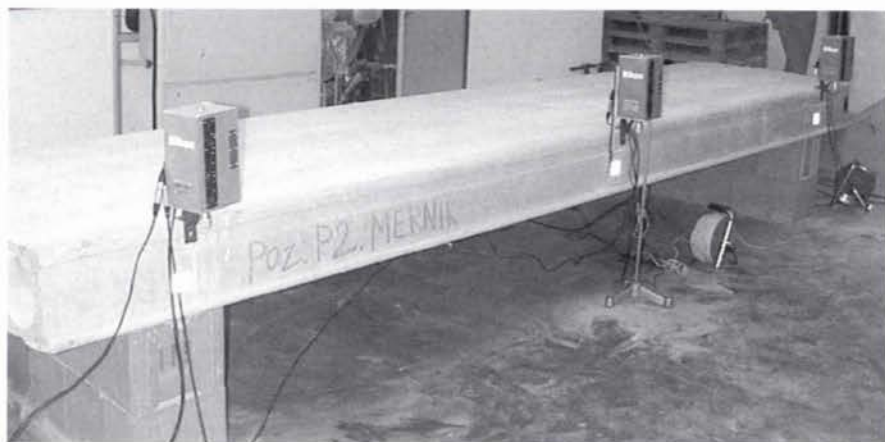
doumice i različiti pristupi toj problematici, poglavito vezani uz preciznost određivanja pomaka. Iskustva pokazuju da pri nekim konkretnim ispitivanjima (pri probnim opterećivanjima konstrukcija), zbog različitih utjecaja (Churchward, Sokol 1981), pomake treba mjeriti brzo i precizno, što je, treba priznati, najčešće teško spojivo (Kapović, Roić 1998).

Autori ovog članka već se duže vrijeme bave problematikom vezanom za mjerenje pomaka i deformacija različitih građevnih konstrukcija, a poglavito mjerenjima pri probnim ispitivanjima mostova. Kod tih potonjih ispitivanja, teoretski, nema višestrukog mjerenja jedne te iste veličine, nema ponovljenih mjerenja, kontrole, mogućnosti računanja standardnog odstupanja pa ni kvalitetne ocjene preciznosti mjerenja (Kapović 1993).

Zbog toga se istraživanja u ovome radu temelje na eksperimentalnom određivanju i analizi preciznosti, odnosno pouzdanosti rezultata mjerenja vertikalnih mikropomaka određenih različitim instrumentima. Planirano je posebno izgrađenu armiranobetonsku ploču tipa PVP5 postupno opterećivati u četiri (4) faze (koraka) povećavajući opterećenje u svakoj fazi za 1300 kg. Statičkim i numeričkim načinom izračunane su teorijske (očekivane) vrijednosti vertikalnih mikropomaka za planirana opterećenja. Stvarni pomaci određivani su elektronskim tahimetrom Nikon DTM 700 i preciznim nivelirom Nikon-AE 7C s mikrometrom, i to po četrnaest (14) mjerenja u svakoj fazi, a rotacijskim nivelirom Nikon-EPS-02A i fizikalnim uređajem – induktivnim mjeracem u prosjeku po 15.000 očitavanja u svakoj fazi (10 očitavanja u sekundi).

## 2. Statički izračun i određivanje pomaka

Teorijske veličine mikropomaka na armiranobetonskoj ploči PVP 5 (slika 1), za različite faze opterećenja, izračunane su statičkim i numeričkim načinom. Statičkim su načinom dobivene teorijske vrijednosti na temelju propisa za beton i armirani beton – Eurocode 2 (EC2), a numeričkim su načinom dobivene vrijednosti programom “Ocean”.



Slika 1. Armiranobetonska ploča tipa PVP 5.

## 2.1. Karakteristike ploče tipa PVP 5

Armiranobetonska ploča PVP 5 ima sljedeće značajke:

- statička računaska dužina: 418 cm
- širina: 120 cm
- visina: 26,5 cm
- armatura: 1680/1860 MPa, 10 kom  $7 \times \varnothing 4,2$  mm
- marka betona: 60
- vlastita težina:  $3,6 \times 1,2 = 4,32$  kN/m<sup>2</sup>
- granični nagibni moment  $R_d = 293,328$  kNm
- moment inercije površine presjeka (bez pukotina)  $I_c = 149,299$  cm<sup>4</sup>.

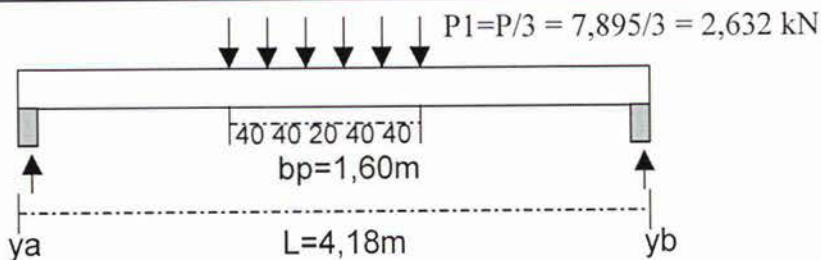
Na idućoj slici (slika 2) prikazana je jedna faza opterećenja ploče te tri senzora tipa EPS-02A za laserski rotirajući nivelir.



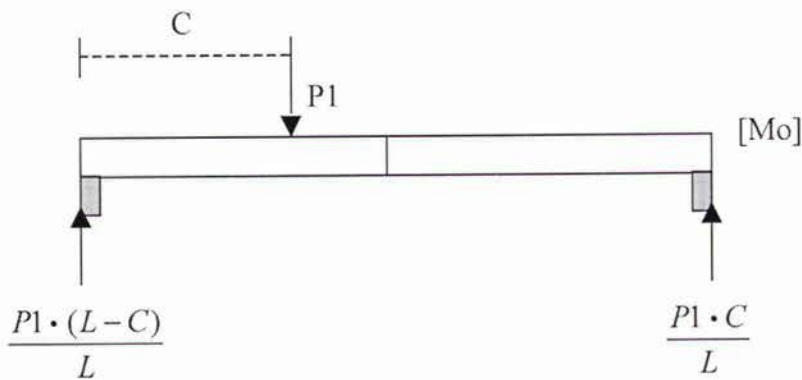
Slika 2. Opterećenje ploče u 4. fazi.

## 2.2. Analitički izračun teorijskih vrijednosti vertikalnih mikropomaka

U svakoj fazi opterećenja planirano je postavljanje po dvije palete (slika 2), od kojih je svaka težine  $P=7,895$  kN. Detaljni izračun teorijskih vrijednosti pomaka upotpunjen je odgovarajućim slikama (Kovačić 2001). Stvarno stanje pri opterećenju te statički sustav zbog djelovanja sile  $P_1$  prikazan je na slikama 3 i 4.



Slika 3. Stvarno stanje.

Slika 4. Statički sustav zbog djelovanja sile  $P_1$ .

Ukupno pomicanje zbog djelovanja sile  $P_1$  i nagibnog momenta iznosi:

$$v_{P_1}^{(M)} = \frac{P_1(L - C)}{L} \cdot C \cdot \frac{L}{4} \cdot L \cdot \frac{1}{12\beta} \cdot (3 - 4\alpha^2) \cdot \frac{1}{Eclc}$$

1. Proračun pomaka zbog djelovanja sile  $P_1$  na  $C = C_1$

$$C_1 = \frac{L}{2} - 90 \text{ cm}$$

$$\alpha = \frac{C_1}{L} = 0,285$$

$$v_{P_1}^{(M)} = 0,00555 \text{ cm} = 0,0555 \text{ mm.}$$

2. Proračun pomaka zbog djelovanja sile  $P_1$  na  $C = C_2$

$$C_2 = \frac{L}{2} - 50 \text{ cm}$$

$$\alpha = \frac{C_2}{L} = 0,3804$$

$$v_{P1}^{(M)} = 0,00672 \text{ cm} = 0,0672 \text{ mm.}$$

3. Proračun pomaka zbog djelovanja sile P1 na C = C<sub>3</sub>

$$C_3 = \frac{L}{2} - 10 \text{ cm}$$

$$\alpha = \frac{C_3}{L} = 0,476$$

$$v_{P1}^{(M)} = 0,00727 \text{ cm} = 0,0727 \text{ mm.}$$

Ukupno pomicanje zbog djelovanja nagibnog momenta za 2 palete (jedna faza) iznosi:

$$v_{P1}^{(M)} = 2 (0,0555 \text{ mm} + 0,0672 \text{ mm} + 0,0727 \text{ mm}) = 0,3908 \text{ mm.}$$

Za točnu obradu rezultata trebalo je unijeti i pomicanje zbog djelovanja poprečne sile. Pomak zbog djelovanja sile P1 na mjestu C iznosi:

$$v_{P1}^{(Q)} = \frac{P1 \cdot C}{2 \cdot G \cdot As}$$

Ukupno pomicanje zbog djelovanja poprečne sile za 2 palete (jedna faza) iznosi:

$$v^{(q)} = 2 \cdot (7,099 + 9,485 + 11,871) \cdot 10^{-4} = 56,91 \cdot 10^{-4} \text{ mm}$$

$$v^{(q)} = 0,5691 \cdot 10^{-2} \text{ mm.}$$

Ukupno izračunano pomicanje  $v^{(M)} + v^{(Q)}$  za svaku fazu iznosi:  $v = 0,39649 \text{ mm}$ .

Pri opterećenju u četvrtoj fazi pretpostavilo se da pomaci neće biti linearni. Naime, očekivala se pojava pukotina u nateznoj zoni, pa je za tu fazu, a prema EC2, izračunan teorijski pomak na temelju sljedećeg izračuna:

$$f_{ctm} = 4,1 \text{ MPa} = 0,41 \text{ kN/cm}^2$$

$$E_{cm} = 36,77 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2$$

$$W_I = \frac{I_I}{Z_I} = \frac{149299}{13,25} = 11267,58 \text{ cm}^2$$

$$M_I \cong f_{ctm} \cdot W_I = 0,41 \cdot 11267,85 = 4619,82 \text{ kNcm} = 46,198 \text{ kNm.}$$

4. faza

$$M_P = P_1^{(4)} \cdot 4,77 = 50,22 \text{ kNm} > M_I$$

$$M_g = \frac{g L^2}{8} = \frac{4,35 \cdot 4,18^2}{8} = 9,435 \text{ kNm}$$

$$M_g + M_P = 9,435 + 50,22 = 59,66 \text{ kNm} > M_I.$$

Za tu fazu izračunan je pomak na sredini ploče:

$$I_{II} = \frac{120 \cdot 4,5^3}{12} + 120 \cdot 4,5 \cdot (12,78 - 2,25)^2 + 22,8 \cdot \frac{(12,78 - 4,5)^2}{2} + 9,70 \cdot \frac{20000}{3677} \cdot (23 - 12,78)^2$$

$$I_{II} = 67079,25 \text{ cm}^4$$

$I_{II}$ ... moment inercije površine presjeka s pukotinama.

$$I_{ef} = \xi \cdot I_{II} + (1 - \xi) \cdot I_I$$

$$\xi = 1 - \beta_1 \cdot \beta_2 \cdot \left( \frac{\delta_{st}}{\delta_s} \right)^2 = 1 - \beta_1 \cdot \beta_2 \cdot \left( \frac{M_I}{M_{dej}} \right)^2$$

$$M_{dej} = M \text{ (4 korak)} = 50,22 \text{ kNm} > M_I$$

$$M_I = 46,198 \text{ kNm}$$

$$\beta_1 = 1,0$$

$$\beta_2 = 1,0$$

$$\xi = 1 - 1,0 \cdot 1,0 \cdot \left( \frac{46,198}{50,22} \right)^2 = 0,1538$$

$$I_{ef} = 136653,60 \text{ cm}^4$$

$$v_M \approx v_{m,I} \cdot \frac{I_I}{I_{ef}} = 1,5632 \cdot \frac{149299}{136653,60} = 1,708 \text{ mm}$$

$$v_Q = (0,5691 \cdot 10^{-2}) \cdot 4$$

$$v = v_M + v_Q = 1,708 + 0,0228 = 1,7307 \text{ mm.}$$

U četvrtoj se fazi opterećivanja očekivao pomak od 1,7307 mm. U toj je fazi učinjen i detaljni vizualni pregled ploče te su uočene određene pukotine. U tablici 1 iskazane su teorijske (očekivane) vrijednosti vertikalnih mikropomaka za svaku fazu opterećenja. Detaljniji izračun pomaka navodi se u radu (Kovačić i dr. 2000).

Tablica 1. Teorijske vrijednosti vertikalnih mikropomaka za svaku fazu opterećenja.

opterećenje	1. faza	2. faza	3. faza	4. faza
pomak	0,397 mm	0,793 mm	1,189 mm	1,731 mm

### 2.3. Numerički izračun predviđenih pomaka pomoću programa "Ocean"

Program "Ocean" numerički je program za statički izračun konstrukcija. Sastoji se iz više modula, a jedan je od njih i modul *Morje*, koji se koristi za proračun armiranobetonskih ploča.

Program se temelji na metodi konačnih elemenata, što znači da je ploču potrebno diskretizirati određenim brojem konačnih elemenata (Bathe 1990; Zienkiewicz 1977). Program je idealan za vizualnu simulaciju pomaka i za izračun velikih konstrukcija, gdje je analitičko rješenje manje pogodno. Na slikama 5 i 6 prikazana je simulacija pomaka s pomoću programa "Ocean".

Tablica 2. Očekivani pomaci dobiveni programom "Ocean".

opterećenje	1. faza	2. faza	3. faza	4. faza
pomak	0,56 mm	0,88 mm	1,20 mm	1,67 mm

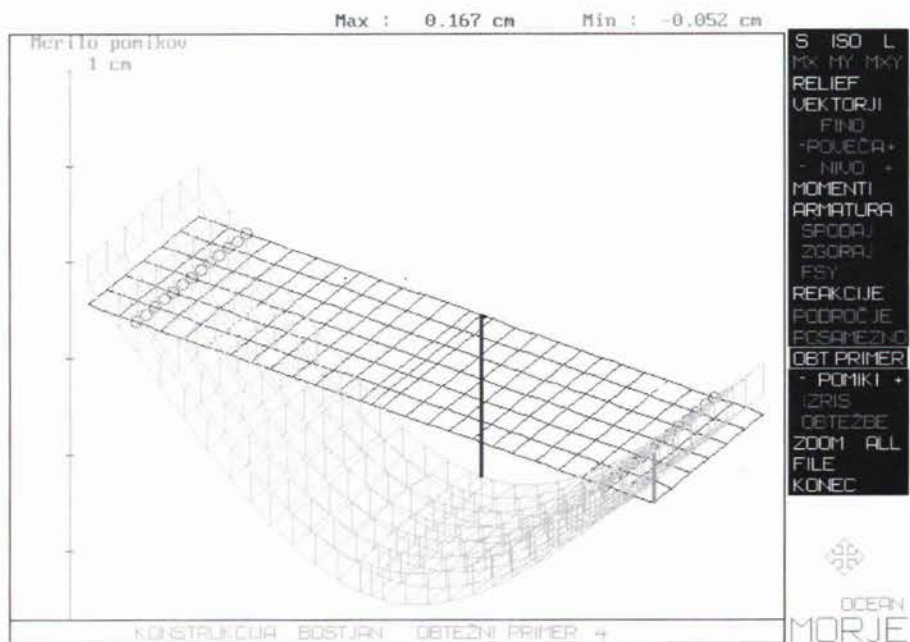
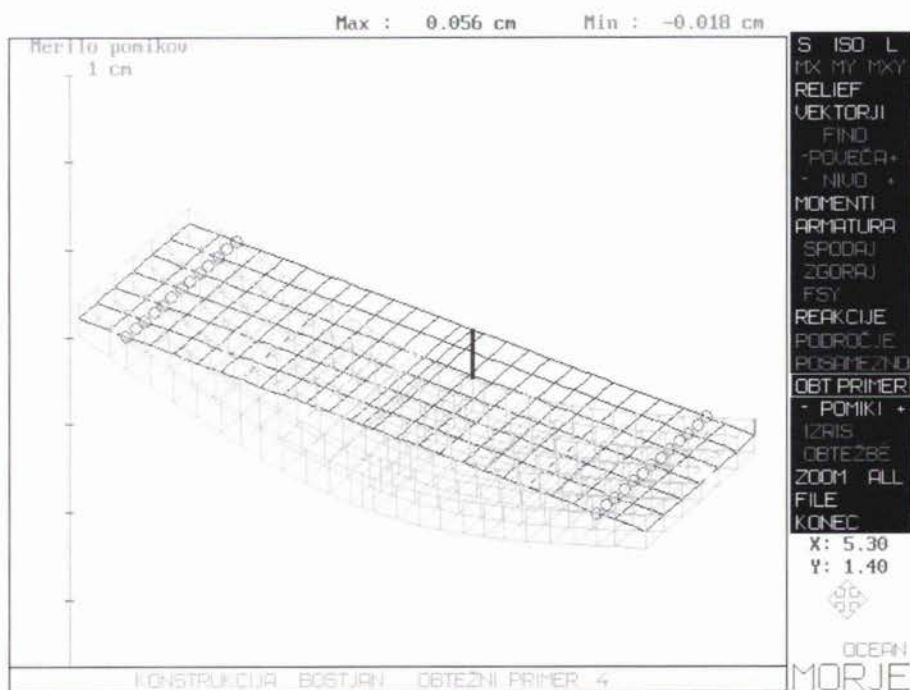
U tablici 2 dane su teorijske vrijednosti pomaka dobivenih numeričkim postupkom s pomoću programa "Ocean".

Iz rezultata navedenih u tablicama 1 i 2 vidi se da je došlo do značajnijih razlika u vrijednostima dobivenima metodom EC2 u odnosu na one dobivene "Oceanom". Do tih razlika došlo je zbog toga što je u programu "Ocean" uzet manji broj konačnih elemenata, što daje i manje pouzdane rezultate. Za daljnju analizu korišteni su podaci dobiveni na temelju EC2 (tablica 1).

### 2.4. Rezultati mjerenja pomaka

U svakoj fazi opterećenja (instrumentima navedenim u uvodu) obavljen je određeni broj očitavanja: mjernom stanicom i niveliirom po 14, a rotacijskim niveliirom i induktivnim mjeračem u prosjeku po 15.000 očitavanja. Dobiveni rezultati prikazani su u tablici 3, a grafički prikaz dan je na slikama 7 i 8.

Iz grafikona se može zaključiti da su se očekivanim pomacima najviše približili podaci dobiveni rotacijskim niveliirom, a da su podaci dobiveni induktivnim mjeračem najudjednjeniji.



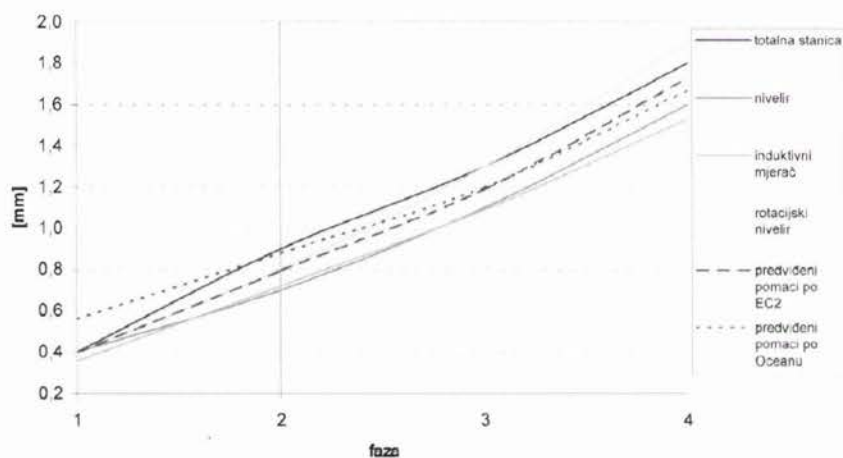
Slike 5 i 6. Simulacija pomaka s pomoću programa "Ocean" – faze 1(gore) i 4 (dolje).



Tablica 3. Rezultati mjerenja pomaka.

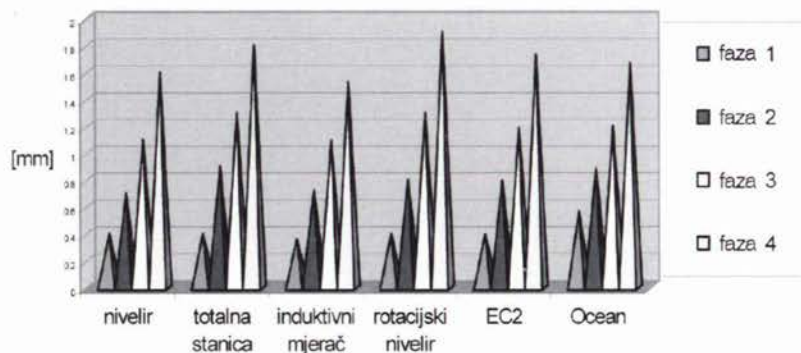
instrument	1. faza	2. faza	3. faza	4. faza
mjerna stanica	0,44 mm	0,86 mm	1,25 mm	1,78 mm
nivelir	0,40	0,78	1,11	1,63
induktivni mjerač	0,357	0,719	1,109	1,535
rotacijski nivelir	0,39	0,77	1,28	1,98
očekivani (EC2)	0,397	0,793	1,189	1,731

## Izmjereni i izračunani vertikalni pomaci



Slika 7. Grafički prikaz dobivenih pomaka.

## Izmjereni i izračunani pomaci



Slika 8. Grafički prikaz izmjerenih pomaka.

Sličan bi se zaključak mogao donijeti i na temelju grafa prikazanoga na slici 8.

Naoko izvedena zapažanja pokušat će se argumentirano obrazložiti.

Preciznost mjerenja iskazuje se pomoću standardnih odstupanja. Na osnovu poznate jednadžbe (Feil 1989)

$$s = \sqrt{\frac{[vv]}{n-1}}$$

izračunana su standardna odstupanja te provedena detaljnija obrada podataka. U ovom će članku biti prikazan samo izračun standardnih odstupanja za nivelir i mjernu stanicu (tablice 3a i 3b), a opširniji se prikaz daje u radu (Kovačić 2001).

Tablica 3a. Podaci mjerenja i standardna odstupanja za nivelir.

1. faza		2. faza		3. faza		4. faza	
podatak [m]	odstupanje [v]	podatak [m]	odstupanje [v]	podatak [m]	odstupanje [v]	podatak [m]	odstupanje [v]
0,8003	- 0,0001	0,8007	- 0,0001	0,8010	- 0,0001	0,8016	0,0000
0,8003	- 0,0001	0,8007	- 0,0001	0,8010	- 0,0001	0,8016	0,0000
0,8003	- 0,0001	0,8008	0,0000	0,8009	- 0,0002	0,8016	0,0000
0,8005	0,0001	0,8008	0,0000	0,8010	- 0,0001	0,8014	- 0,0002
0,8004	0,0000	0,8008	0,0000	0,8012	0,0001	0,8016	0,0000
0,8005	0,0001	0,8008	0,0000	0,8010	- 0,0001	0,8016	0,0000
0,8005	0,0001	0,8008	0,0000	0,8010	0,0000	0,8016	0,0000
0,8005	0,0001	0,8008	0,0000	0,8013	0,0002	0,8016	0,0000
0,8005	0,0001	0,8008	0,0000	0,8011	0,0000	0,8017	0,0001
0,8004	0,0000	0,8008	0,0000	0,8012	0,0001	0,8017	0,0001
0,8004	0,0000	0,8008	0,0000	0,8012	0,0001	0,8017	0,0001
0,8004	0,0000	0,8007	- 0,0001	0,8012	0,0001	0,8017	0,0001
0,8004	0,0000	0,8007	- 0,0001	0,8012	0,0001	0,8017	0,0001
0,8004	0,0000	0,8007	- 0,0001	0,8012	0,0001	0,8017	0,0001
S = 0,08 mm		S = 0,06 mm		S = 0,12 mm		S = 0,09 mm	

Tablica 3b. Podaci mjerenja i standardna odstupanja za mjernu stanicu.

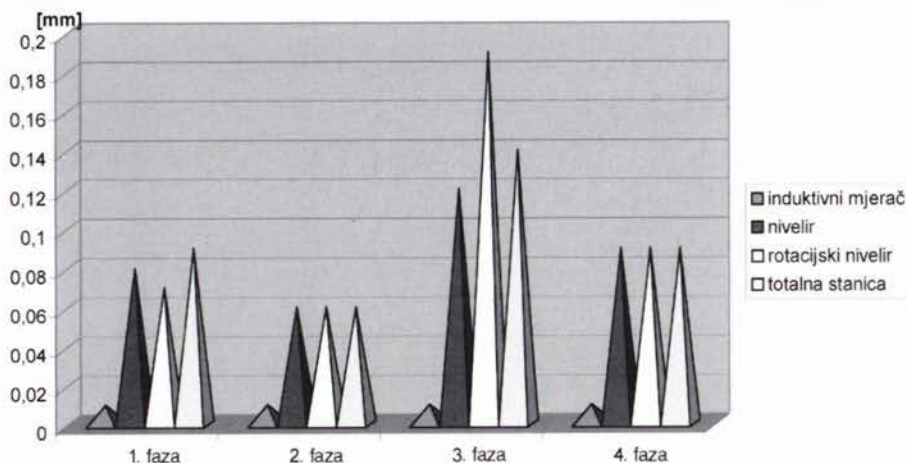
1. faza		2. faza		3. faza		4. faza	
podatak [m]	odstupanje [v]	podatak [m]	odstupanje [v]	podatak [m]	odstupanje [v]	podatak [m]	odstupanje [v]
100,6422	- 0,0002	100,6418	- 0,0001	100,6413	- 0,0002	100,6411	0,0001
100,6423	- 0,0001	100,6418	- 0,0001	100,6413	- 0,0002	100,6412	0,0002
100,6422	- 0,0002	100,6419	0,0000	100,6416	0,0001	100,6410	0,0000
100,6425	0,0001	100,6420	0,0001	100,6417	0,0002	100,6410	0,0000
100,6423	- 0,0001	100,6418	- 0,0001	100,6413	- 0,0002	100,6409	- 0,0001
100,6424	0,0000	100,6419	0,0000	100,6413	- 0,0002	100,6411	0,0001
100,6424	0,0000	100,6419	0,0000	100,6416	0,0001	100,6411	0,0001
100,6424	0,0000	100,6419	0,0000	100,6417	0,0002	100,6409	- 0,0001
100,6424	0,0000	100,6419	0,0000	100,6415	0,0000	100,6409	- 0,0001
100,6424	0,0000	100,6419	0,0000	100,6415	0,0000	100,6410	0,0000
100,6424	0,0000	100,6419	0,0000	100,6415	0,0000	100,6410	0,0000
100,6424	0,0000	100,6419	0,0000	100,6415	0,0000	100,6410	0,0000
100,6424	0,0000	100,6419	0,0000	100,6415	0,0000	100,6410	0,0000
100,6424	0,0000	100,6419	0,0000	100,6415	0,0000	100,6410	0,0000
100,6424	0,0000	100,6419	0,0000	100,6415	0,0000	100,6410	0,0000
S = 0,09 mm		S = 0,06 mm		S = 0,14 mm		S = 0,09 mm	

Standardna odstupanja za sve instrumente i faze mjerenja daje se u tablici 4, te grafički na slici 9.

Navedeni rezultati pokazuju da su mjerenja izvedena s vrlo visokom preciznošću. Međutim, treba istaknuti da su uvjeti mjerenja bili gotovo idealni: mjerenja su obavljena u laboratoriju pri konstantnoj temperaturi, a instrumenti su za cijelo vrijeme mjerenja bili stabilizirani na fiksnim, čvrstim stajalištima.

Tablica 4. Izračunana standardna odstupanja za pojedinačne instrumente.

instrument	s u 1. fazi	s u 2. fazi	s u 3. fazi	s u 4. fazi
mjerna stanica	0,09	0,06	0,14	0,09
nivelir	0,08	0,06	0,12	0,09
rotacijski nivelir	0,07	0,06	0,19	0,09
induktivni mjerач	0,01	0,01	0,01	0,01



Slika 9. Prikaz standardnog odstupanja ( $s$ ) u 3D grafu.

### 3. Obrada rezultata mjerenja

Nakon završetka procesa mjerenja pristupilo se detaljnoj obradi mjerenih podataka i njihovoj pojedinačnoj analizi. Pri analizi i interpretaciji rezultata izmjerenih pomaka važnu ulogu imaju metode razradene u matematičkoj statistici. Općenito, njima se ispituju tzv. stohastičke (korelativne) zavisnosti, svojstvene slučajnim varijablama. Kao putokaz statističkim istraživanjima pomaka korisno mogu poslužiti različiti grafički prikazi. Po jednoj osi nanose se izmjereni pomaci, a po drugoj veličine koje uvjetuju promjenu njihovih vrijednosti. Iz grafikona se uočavaju eventualne zakonitosti i dobiva približni uvid o stupnju fluktuacije varijabli.

Prihvatljivost pojedinih rezultata može se ispitati i na drugi način.

#### 3.1. Matematički izračun prihvatljivosti rezultata

Za ispitivanje rezultata mjerenja primijenjena je metoda interpolacijskog polinoma 3. reda. Za svaki instrument sastavljen je sustav jednačbi. Na osnovi rješenja izvedena je integralna usporedba sustava:

$$\int_a^b |T_1(x) - f_n(x)| dx.$$

Kao najbolji rezultat integralnog rješenja smatra se onaj koji zadovoljava postavljenu hipotezu (Jamnik 1995):

$$\int_a^b |T_1(x) - f_n(x)| dx = \min,$$

gdje je:

$T_n(x)$  – funkcija dobivena teorijskom metodom (EC2 i “Ocean”),

$f_n(x)$  – polinomske procjene 3. reda za pojedine instrumente dobivene mjerenjem.

Osnovni je sustav (polinom 3. reda):

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d.$$

Interpoliranje sustava:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$x = 1, 2, 3, 4$$

$$f(1) = a + b + c + d$$

$$f(2) = 8a + 4b + 2c + d$$

$$f(3) = 27a + 9b + 3c + d$$

$$f(4) = 64a + 16b + 4c + d$$

gdje su  $f(n)$ , ( $n=1, 2, 3$  i  $4$ ) rješenja interpolacije sustava. Tako smo sastavili sustav linearnih jednadžbi u koje smo uveli konačne vrijednosti pomaka u svakom koraku.

a) Mjerna stanica:

$$a + b + c + d = 0,4$$

$$8a + 4b + 2c + d = 0,9$$

$$27a + 9b + 3c + d = 1,3$$

$$64a + 16b + 4c + d = 1,8$$

Rješenje sustava:  $\{b = -0,25, a = 0,03, c = 1,02, d = -0,40\}$  koeficijenti za  $f_1$ .

b) Nivelir:

$$a + b + c + d = 0,4$$

$$8a + 4b + 2c + d = 0,7$$

$$27a + 9b + 3c + d = 1,1$$

$$64a + 16b + 4c + d = 1,6$$

Rješenje sustava:  $\{b = 0,05, a = 0, c = 0,15, d = 0,20\}$  koeficijenti za  $f_2$ .

c) Induktivni mjerač:

$$a + b + c + d = 0,356$$

$$8a + 4b + 2c + d = 0,715$$

$$27a + 9b + 3c + d = 1,051$$

$$64a + 16b + 4c + d = 1,530$$

Rješenje sustava:  $\{b = -0,47, a = 0,01, c = 0,44, d = -0,40\}$  koeficijenti za  $f_3$ .

d) Rotirajući nivelir:

$$a + b + c + d = 0,4$$

$$8a + 4b + 2c + d = 0,8$$

$$27a + 9b + 3c + d = 1,3$$

$$64a + 16b + 4c + d = 1,9$$

Rješenje sustava:  $\{b = 0,05, a = 0, c = 0,25, d = 0,10\}$  koeficijenti za  $f_4$ .

e) Predviđeni pomaci prema EC2:

$$a + b + c + d = 0,397$$

$$8a + 4b + 2c + d = 0,793$$

$$27a + 9b + 3c + d = 1,189$$

$$64a + 16b + 4c + d = 1,731$$

Rješenje sustava:  $\{b = -0,14, a = 0,02, c = 0,66, d = -0,15\}$  koeficijenti za  $T_1$ .

f) Predviđeni pomaci prema "Oceanu":

$$a + b + c + d = 0,56$$

$$8a + 4b + 2c + d = 0,88$$

$$27a + 9b + 3c + d = 1,20$$

$$64a + 16b + 4c + d = 1,67$$

Rješenje sustava:  $\{b = -0,15, a = 0,25, c = 0,59, d = 0,09\}$  koeficijenti za  $T_2$ .

g) Rješenje polinoma za pojedine instrumente

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$f_1(x) = 0,03x^3 - 0,25x^2 + 1,02x - 0,40 \quad \text{mjerna stanica}$$

$$f_2(x) = 0x^3 + 0,05x^2 + 0,15x + 0,20 \quad \text{nivelir}$$

$$f_3(x) = 0,01x^3 - 0,47x^2 + 0,44x - 0,40 \quad \text{induktivni mjerač}$$

$$f_3(x) = 0x^3 + 0,05x^2 + 0,25x + 0,10 \quad \text{rotacijski nivelir}$$

h) Integralna usporedba izmjerenih pomaka prema EC2:

Integralna dužina  $d(T_1, f_i)$  za  $i = 1, 2, 3, 4$

$$T_1(x) = 0,02x^3 - 0,14x^2 + 0,66x - 0,15$$

$$\int_1^4 |T_1(x) - f_1(x)| dx = 0,27267 \quad \text{mjerna stanica}$$

$$\int_1^4 |T_1(x) - f_2(x)| dx = 0,25262 \quad \text{nivelir}$$

$$\int_1^4 |T_1(x) - f_3(x)| dx = 0,28256 \quad \text{induktivni mjerač}$$

$$\int_1^4 |T_1(x) - f_4(x)| dx = \underline{0,21668} \quad \underline{\text{rotacijski nivelir}}$$

i) Integralna usporedba izmjerenih pomaka prema "Ocean":

Integralna dužina  $d(T_2, f_i)$  za  $i = 1, 2, 3, 4$

$$T_1(x) = 0,25x^3 - 0,15x^2 + 0,59x + 0,09$$

$$\int_1^4 |T_2(x) - f_1(x)| dx = \underline{0,24622} \quad \underline{\text{mjerna stanica}}$$

$$\int_1^4 |T_2(x) - f_2(x)| dx = 0,40125 \quad \text{nivelir}$$

$$\int_1^4 |T_2(x) - f_3(x)| dx = 0,43125 \quad \text{induktivni mjerač}$$

$$\int_1^4 |T_2(x) - f_4(x)| dx = 0,35604 \quad \text{rotacijski nivelir}$$

Integralna usporedba rezultata s EC2 daje minimalni iznos hipoteze za rotacijski nivelir. Zaključak donesen na temelju slika 7 i 8 tim je dokazima potvrđen. U usporedbi s "Oceanom" minimalna integralna dužina dobivena je za mjernu stanicu.

## 4. Zaključak

Na temelju provedenih analiza došlo se do vrlo zanimljivih zaključaka i odgovora na pitanje koji je od ispitivanih instrumenata najprikladniji za mjerenje pomaka.

Određivanje vertikalnih pomaka geometrijskim nivelmanom najčešće je primjenjivana metoda. Rezultati ispitivanja u laboratoriju, gdje se standardna odstupanja kreću u granicama od 0,06 do 0,12 mm, pokazuju da se mjerenja nivelirom mogu izvesti s vrlo velikom preciznošću.

Određivanje vertikalnih pomaka trigonometrijskim putem (mjernom stanicom) koriste se sve više u ispitivanju različitih konstrukcija. Razlog je tomu što navedeni instrument daje vrlo dobre rezultate, a to pokazuju ispitivanja u laboratoriju, gdje se standardno odstupanje kreće u granicama od 0,06 do 0,19 mm. Prednost je mjerne stanice u odnosu na druge instrumente u tome što se s jednog stajališta, koje može biti i udaljenije od konstrukcije, može opažati veći broj točaka, a dobivaju se, osim vertikalnih, i horizontalni pomaci.

Mjerenje s pomoću rotacijskog nivelira jednostavno je i vrlo precizno što pokazuju i dobivena standardna odstupanja koja se kreću u granicama od 0,06 do 0,14 mm. Matematičkom je analizom dokazano da se teorijskim veličinama najbliže približio upravo rotacijski nivelir. Sve analize rezultata mjerenja u laboratoriju pokazuju da je on najprikladniji instrument za mjerenje vertikalnih pomaka konstrukcija. I mjerenja na terenu, pri probnim ispitivanjima mostova, pokazuju prednosti rotacijskog nivelira. Naime, na monitoru povezanome s nivelirom može se uočiti kada se konstrukcija smirila te kada je optimalno vrijeme za očitavanje zaostale (trajne) deformacije.

Međutim, pri praktičnim mjerenjima na terenu pokazuju se i neki njegovi nedostaci. Naime, sve je senzore potrebno postaviti na istu visinu, visinu rotacijskog nivelira, što na prenapregnutim konstrukcijama nije lako postići. Isto tako, svi senzori moraju biti redno povezani komunikacijskim kabelom i napajani strujom od 110 V, što je, npr. pri ispitivanjima mostova, katkad teško izvesti.

### Literatura:

- Bathe, K. J. (1990): *Finite-Elemente – Methoden*. Berlin.
- Caspary, W. F. (1987): *Concepts of network and deformation analysis*. Monograph 11, School of surveying, The University of New South Wales, Kensington, n.s.w. Australia.
- Churchward, A., Sokol, Y. (1981): *Prediction of Temperatures in concrete Bridges*. Journal of the Str. Div., ASCE, Vol. 107, No. ST. 11, Nov 1981, 2163-2167.
- Jamnik, R. (1995): *Verjetnostni račun in statistika*. Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije, Ljubljana.
- Kapović, Z. (1993): *Prilog određivanju i analizi pomaka i deformacija mostova s posebnim osvrtom na temperaturne utjecaje*. Doktorska disertacija, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- Kapović, Z., Roić, M. (1998): *The influence of temperature on the vertical movements of Krk bridge*. Paper presented at the IAG-SC4 Symposium – Geodesy for Geotechni-



- cal and Structural Engineering – Proceedings, Eisenstadt/Austria, 307–312, April 20–22, 1998.
- Kovačić, B. (2001): Analiza preciznosti različitih metoda za određivanje vertikalnih mikropomaka objekata. Doktorska disertacija, Sveučilište u Zagrebu, Geodetski fakultet, Zagreb.
- Kovačić, B., Kapović Z., Premrov M., Breznikar A. (2000): Determining vertical displacements of concrete plates using different methods. International Journal of Engineering Modelling, Vol. 13, No. 3–4, 85–91, Split.
- Pelzer, H. (1985): Geodatische Netze in Landes-und Ingenieurvermessung II. Konrad Wittwer, Stuttgart.
- Welsch, W. (1985): Lecture Notes in Earth Sciences. Geneva.
- Zienkiewicz, O.C. (1977): The Finite Element Method. McGraw-Hill, London.

## Precision ID Determination of Micromovements with Geodetic and Non-geodetic Instruments

*ABSTRACT. The research in this work is based on experimental determination and analysis of the results obtained from measuring the vertical micromovements with various geodetic and non-geodetic instruments. The measurements have been carried out in the laboratory of the Faculty of Civil Engineering at the University in Maribor using specially built reinforced concrete plate for that purpose. The theoretical values of vertical movements have been computed for gradual straining of the reinforced-concrete plate, and the true movements have been determined with various instruments. At the end, there is an estimation of precision in movement determination given.*

*Key words: theoretical movement, micromovement, geodetic and physical instruments.*

*Primljeno: 2002-1-9*