

Stručni rad

# **MATEMATIKA I POUČAVANJE**

Mag. Zarja Trček

OŠ 8 talcev, Logatec, Slovenija

### **Sažetak**

U članku su predstavljena iskustva nastala poučavanjem matematike te njeno značenje. Prikazana je povijest matematike, njen značaj i nastava u osnovnoj školi. Kroz pojedinačne ciljeve upoznajemo nastavne postupke i prikaz postupnosti.

**Ključne riječi:** osnovna škola, matematika, nastava, povijest

## 1. Uvod

Matematika je jedan od onih predmeta koje djeca i mladi u velikoj mjeri odbijaju, često potpuno neopravdano i neutemeljeno. Puno su im draži drugi predmeti poput povijesti, geografije i materinjeg jezika. Možda za matematiku ne odvajaju dovoljno vremena ili predmet nije na odgovarajućoj didaktičkoj razini, a nastava je takva kao da učenicima nije potrebno postupno upoznavanje s njom, već bi im odmah sve trebalo biti jasno.

### *Primjer kod ljudi*

Petogodišnja djevojčica od rođenja je gluhonijema i do pete godine nije pohađala nikakav tečaj ili školu koji bi joj olakšali komunikaciju s drugima; ni roditelji o tome nisu posebno vodili računa. Jednog dana igrala se u dvorištu sa tri limene kantice, punila ih zemljom i pijeskom i nosila uokolo. U dvorištu je bilo i druge djece, a trenutak kada se djevojčica odmaknula iskoristio je jedan dječak i uzeo joj jednu kanticu. Kada se djevojčica vratila, odmah je primijetila što se dogodilo te je sva uznemirana i uplakana otrčala kući i učinila ovo: prvo je podigla ruku s tri ispružena prsta, zatim je jedan prst skvrčila, a ostala dva uperila u preostale kantice. Iako nikad u životu nije čula ni izgovorila niti jednu riječ, imala je razvijenu mogućnost brojanja, barem za manje brojeve. Naravno, ljudi nisu jedini koji su razvili neku vrstu nepotpunog koncepta broja.

### *Primjer kod životinja*

Jato vrana skupljalo je zrna žita po zasijanom polju. Kada su došla dva lovca, odletjele su na vrh obližnjeg stabla. Tada su se dva lovca sakrila, a vrane su ih promatrale. Kada je prvi lovac izašao iz skloništa i otišao, vrane se nisu zbunile, već su strpljivo čekale. Tek kada je drugi lovac otišao, vratile su se u polje i nastavile s gozbom. Slično su reagirale i kada su došla tri lovca. Vrane se nisu vratile u polje ni kad je prvi lovac otišao, ni kad je drugi lovac otišao, doletjele su tek kad je otišao treći, posljednji lovac. Međutim, kada su im otežali za još jedan korak, na način da su došla i sakrila se četiri lovca, nastala je zbrka. Kad su tri lovca otišla, a četvrti ostao skriven, došlo je do pomutnje: neke su se vrane počele vraćati u polje, a druge su ostale na stablu. To ne znači da je njihovo brojanje svjestan proces, ali ne možemo reći ni da vrane, sa sposobnošću razlikovanja jedne ili dvaju osoba i grupe od troje ljudi koji su otprilike jednako odjeveni, ne pokazuju nikakvu sposobnost usporedbe grupa u smislu broja sudionika ili objekata koji ih čine.

## 2. Povijest matematike

O tome što je matematika može govoriti samo onaj tko poznaje matematiku i koji, stoga, već nešto zna o njoj na svoj način, a onaj koji ga samo sluša razumjet će ga samo ako već nešto zna o matematici i ako je dovoljno duboko razumije, drugim riječima, ako barem pretpostavlja što je matematika. Matematiku je stvorio i stvara čovjek, pa tako te tvorevine nose pečat vremena i mjesta gdje su nastale. Matematika je, dakle, djelo ljudi, koje uvelike ovisi o okolnostima i sredinama u kojima nastaje, o društvu i općim karakteristikama kultura i razdoblja u kojima se razvija.

Prema načinu životu, primjerice, australskih i novogvinejskih plemena, možemo približno percipirati svakodnevni život ljudi mlađeg kamenog doba, pa tako i prema načinima brojanja starih plemena koji su preživjeli do danas možemo zaključiti kakav bi trebao biti postupak brojanja. Začetke matematike vrlo je teško odrediti, no po svoj prilici sve je započelo u mlađem kamenom dobu, odnosno prije desetak tisuća godina. Čak je i prvobitni čovjek bio prisiljen brojati. Nekadašnji stočar želio je imati pregled nad svojim stadom i isprva si je pomagao kamenčićima i školjkama. Prebrojao je stado stavljajući po jedan kamečić u zdjelu dok je svaka ovca napuštala tor. Kada bi se ovce vratile u tor, on bi ponovno uzeo kamenčić iz zdjelice za svaku životinju, a ako u zdjelici nije ostao nijedan kamenčić, znao bi da su se sve ovce vratile. Ljudi tog vremena također su koristili drvene štapove i kosti na kojima su radili ureze. No, čovjek nije uvijek imao uza se kamenčiće, školjke, upotrebljive kosti i štapove, pa je počeo brojati na prste. Naravno, bio je ograničen na manje brojeve, ali si je pomogao tako što je napravio različite oznake prilikom skupljanja i širenja šaka. Od brojanja na deset prstiju na rukama razvio se decimalni sustav za imenovanje, pisanje i računanje brojevima.

Kada prsti nisu bili dovoljni za računanje s velikim brojevima, već u ranim kulturama pomagali su si računalnim napravama s "većim kapacitetom". Ta pomagala bila su, primjerice, računске ploče s označenim redovima ili stupcima po kojima su se pomicali kamenčići i žetoni (tzv. abakus). Razvile su se u staroj Grčkoj, Rimu, starom Meksiku i Peruu. Kod drugih takvih uređaja za računanje, kuglice ili stošce nanizali su na paralelne šipke i žice. Zbog kamenčića se na latinskom računati kaže "calcolare", što dolazi od riječi "calculus" ili kamenčić. Dakle, računanje bi trebalo biti neka vrsta slaganja kamenčića. Pobude za matematikom dolaze prvenstveno iz potrebe. Razvijenije zemlje su, naravno, trebale i razvijenu matematiku za razvoj trgovine, "obradu podataka", astronomska promatranja, izradu kalendara, inženjerstvo, evidencije stanovnika, imovine, prihoda, poreza itd. Naše znanje o mezopotamskoj, egipatskoj, indijskoj i kineskoj matematici ovisi o našem općem poznavanju tih civilizacija. Egipatski papirus i mezopotamske glinene pločice zbog suhe su se klime lakše sačuvale u odnosu na kineske i indijske zapise na palminom lišću u vlažnim podnebljima. Preciznije i detaljnije informacije o matematici tih kultura ponekad se mogu dokučiti tek iz pojedinačnih dokumenata, a sa svakim otkrićem raste mogućnost korjenitije revizije našeg pogleda na razinu i širinu tadašnjeg matematičkog znanja.

### 3. Poučavanje matematike

Nastava matematike namijenjena je upoznavanju i učenju postupaka koji pojedincu omogućavaju integraciju u sustav matematičkih ideja i, posljedično, integraciju u kulturu u kojoj živimo. To se posebice odnosi na nastavu u osnovnoj školi, koja pak ima i dodatne posebnosti, jer obrađuje matematičke pojmove važne za svakoga na način koji mora biti usklađen s djetetovim kognitivnim razvojem, sposobnostima, karakteristikama ličnosti i njegovim životnim okruženjem.

Pomoću općih ciljeva nastave matematike definiramo svrhu nastave matematike. Učenici na nastavi matematike:

- Razvijaju matematičko mišljenje: apstraktno-logičko mišljenje i geometrijsko predočavanje;
- Formiraju matematičke pojmove, strukture, vještine i procese te povezuju znanje unutar matematike sa širim znanjem;
- Razvijaju korištenje različitih matematičkih postupaka i tehnologija;
- Uče o korisnosti matematike u svakodnevnom životu;
- Uče matematiku kao proces i uče se kreativnosti i preciznosti;
- Razvijaju sigurnost u vlastite (matematičke) sposobnosti, odgovornost i pozitivan odnos prema radu i matematici;
- Uče o važnosti matematike kao univerzalnog jezika
- Prihvaćaju i doživljavaju matematiku kao kulturnu vrijednost

Nastavnik koristi kombinaciju nastavnih metoda (razgovor, objašnjavanje, demonstracija, praktični prikaz...) za postizanje ciljeva.

Ciljevi prvog odgojno-obrazovnog razdoblja (1.-3. razred):

- Dijete se snalazi u prostoru i ravnini;
- Poznaje geometrijske oblike i može ih opisati;
- Služi se geometrijskim priborom i mjernim instrumentima;
- Prepoznaje i crta simetrične oblike;
- Procjenjuje i mjeri količine, izražava mjere mjernim brojem i odgovarajućom mjernom jedinicom;
- Poznaje i čita novčane vrijednosti;
- Koristi prirodne brojeve do 1000 pri izražavanju količina u svakodnevnom životu;
- Zbraja i oduzima do 1000;
- Pronalazi član koji nedostaje pri zbrajanju, oduzimanju, množenju i dijeljenju;
- Poznaje tablicu množenja i dijeljenja (10x10);
- Poznaje i koristi računske operacije: zbrajanje, oduzimanje, množenje i dijeljenje te njihova svojstva;
- Prepoznaje dijelove cjeline, imenuje ih i zapisuje;
- Rješava zadatke riječima iz svakodnevnog života;
- Raspoređuje elemente prema više svojstava i prikazuje raspored tablicom;
- Čita podatke iz tablica i prikaza;
- Prezentira prikupljene podatke;
- Prepoznaje, nastavlja i oblikuje obrazac;
- Poznaje matematičku terminologiju.

Ciljevi drugog odgojno-obrazovnog razdoblja (4.-6. razreda):

- Učenik poznaje i crta geometrijske elemente, imenuje ih i zapisuje simbolima;
- Opisuje odnose među geometrijskim elementima i zapisuje ih simbolima;
- Pravilno se služi geometrijskim priborom i mjernim instrumentima;
- Opisuje karakteristike likova i tijela;
- Oblikuje i opisuje simetrične elemente odnosno koncepte;
- Procjenjuje rezultat prije mjerenja;

- Mjeri, bilježi, pretvara i računa s izmjerenim veličinama;
- Razlikuje opseg, površinu i volumen;
- Koristi različite strategije u rješavanju problema vezanih uz opseg i površinu;
- Oblikuje modele kocke/kvadra i izračunava površinu i volumen;
- Poznae svojstva i odnose među prirodnim brojevima i koristi ih u danim situacijama;
- Smisleno zaokružuje brojeve;
- Pouzdano koristi računske operacije i računske zakone unutar skupa prirodnih brojeva s brojem 0;
- Izračunava vrijednost brojevnog izraza;
- Poznae pojam razlomka;
- Decimalni razlomak zapisuje u decimalnom zapisu;
- Pouzdano koristi aritmetičke operacije s brojevima u decimalnom zapisu;
- Predviđa rezultate računskih operacija;
- Koristi se kalkulatorom;
- Rješava jednadžbu i nejednadžbu u odabranom skupu;
- Služi se zapisom omjera dvaju veličina;
- Oblikuje obrasce i numeričke nizove i nastavlja ih;
- Rješava matematičke zadatke i probleme iz svakodnevnog života;
- Prikuplja, uređuje i prikazuje podatke u računskoj tablici te analizira podatke i rezultate (istražuje)
- Istražuje kombinatorni zadatak i prikazuje sve moguće ishode;
- Pri rješavanju zadataka riječima koristi se različitim strategijama čitanja te kritički promišlja o potrebnim i dostatnim podacima;
- Opisuje problemsku situaciju matematičkim jezikom;
- Poznae i koristi matematičku terminologiju

Ciljevi trećeg odgojno-obrazovnog razdoblja (7.-9. razred):

- Učenik poznae i koristi pojmove i postupke s pojmovima u geometriji ravnine;
- Poznae i koristi pojmove i postupke s pojmovima prostorne geometrije;
- Koristi se geometrijskim priborom pri skiciranju geometrijskih konstrukcija;
- Opisuje i obrazlaže postupke geometrijskog konstruiranja;
- Koristi se transformacijama pri rješavanju zadataka geometrije ravnine i prostorne geometrije;
- Koristi različite strategije mjerenja, pretvara mjerne jedinice u geometrijskim zadacima i zadacima iz svakodnevnog života;
- Koristi se formulama geometrije ravnine i prostorne geometrije pri rješavanju zadataka;
- Ima razvijenu perspektivu o numeričkim pojmovima i poznae odnose među skupovima brojeva;
- Poznae i koristi svojstva brojčanih skupova i računskih zakona;
- Rješava zadatke s postocima;
- Procjenjuje rješenje, zaokružuje ga i kritički analizira;
- Prepoznaje odnose među količinama i koristi ih u problemskim situacijama;
- Opisuje i bilježi odnos između varijabli;

- Bavi se linearnom funkcijom;
- Koristi se pojmom varijable, računa s algebarskim izrazima;
- Opisuje problemsku situaciju izrazom ili jednadžbom;
- Rješava linearne jednadžbe i nejednadžbe;
- Pozna i koristi načine prikupljanja, strukturiranja i prezentiranja podataka;
- Planira i provodi statistička istraživanja, kritički analizira rezultate i prezentira ih na najprikladniji način;
- Kritički promišlja o interpretiranim podacima;
- Pozna i koristi aritmetičku sredinu, modus i medijan;
- Rješava kombinatorni zadatak i prikazuje rješenje;
- Koristi računalne tablice;
- Razvija učinkovite strategije čitanja za daljnje učenje i obrazovanje (sporazumijevanje materinim jezikom);
- Razvija matematičku i nematematičku terminologiju u skladu sa sadržajima matematike u osnovnoj školi (sporazumijevanje materinim jezikom);
- Koristi matematički jezik u komunikaciji

U nastavi je potrebno voditi računa o načelima jasnoće, postupnosti, sistematičnosti, prilagođenosti dobnoj razini, individualizacije i pozitivne usmjerenosti. Nastavu matematike na početku treba temeljiti na iskustvu učenika koje se u višim razredima, kroz razne aktivnosti, postupno nadograđuje na formalnu matematiku. Holistički pristup učenja i poučavanja ostvarujemo kroz istraživanje, rješavanje problema iz svakodnevnog života te uključivanjem aktualnih sadržaja i suvremenih tehnologija. Na nastavi matematike učenike upućujemo da matematičkim jezikom opisuju pojave i stvari na način da ih drugi mogu razumjeti. Dodatnu motivaciju i bolje razumijevanje moguće je postići konkretnim ilustracijama, raznim didaktičkim pomagalicama, izazovima, primjerima koji osmišljavaju matematičke sadržaje, suvremenim gradivom, informacijsko-komunikacijskom tehnologijom i drugim. Iako su slične i česte računske vježbe potrebne i korisne za razvoj matematičkih vještina, potrebno je voditi računa o tome da razumijevanje sadržaja prevladava nad mehaničkim rukovanjem simbolima. Planskim radom i primjenom različitih pristupa učenju i poučavanju nastavnik mora osigurati uspostavljanje veza između dijelova i pojmova predviđenih nastavnim planom i programom. Učenici bi se s matematikom prvo trebali upoznavati kroz iskustvo materijalnog svijeta, zatim kroz govorni jezik koji to iskustvo generalizira, u sljedećoj fazi kroz slike i prikaze, a tek na kraju na simboličkoj i apstraktnoj razini. Zadaća učenja i poučavanja matematike u osnovnoj školi je i razvijanje sposobnosti učenika za daljnji rad i obrazovanje. Učenicima s posebnim potrebama treba prilagoditi učenje matematike, koristiti drugačiji didaktički pristup i drugačiji pristup tehnologiji od ostalih učenika. U takvim slučajevima učitelj matematike treba odlučiti o didaktičkim pristupima i korištenju tehnologije u suradnji s nadležnim stručnim službama.

## 4. Zaključak

Glede matematike također se možemo vratiti u povijest, budući da je njezin nastanak u mnogočemu sličan današnjoj matematici. Nije dovoljno poznavati formule i jednadžbe, važna je i povijesna pozadina i tijek razvoja matematike, jer tako bolje razumijemo mnoge suvremene matematičke probleme, a i lakše predajemo školsko gradivo. Matematika ima svoj početak, ali razvija se i u današnje vrijeme. Poznavanje matematike preduvjet je za suvremenu tehnologiju i modernu komunikaciju, od interneta do mogućnosti koje pružaju pametni telefoni. Bavljanje matematikom može značiti mentalni izazov i povećanje kapaciteta i dinamike mozga. Najvažniji čimbenik u nastavi matematike je sam nastavnik. On bi kod učenika i učenica trebao potaknuti interes za matematiku, približiti im predmet, skrenuti pozornost na njegovu korisnost, široku primjenu i zanimljivost. Za savladavanje računalnih postupaka, koje mladi ljudi jako vole, matematika ima veliko značenje. Omogućuje mentalnu fleksibilnost i nova znanja. Bitno je imati zajednički cilj, tražiti ideje, prilagođavati se i biti pozitivno usmjeren.

## 5. Literatura

- [1.] Devide, V. (1984): Matematika skozi kulture in epohe, DMFA, Ljubljana.
- [2.] Domajnko, V. (1993): Z nalogami v zgodovino matematike, DZS, Ljubljana.
- [3.] Kubale, V. (2003). Didaktika matematike. Maribor: v samozaložbi.
- [4.] Peček, M. in Razdevšek-Pučko, C. (2003). Uspešnost in pravičnost v šoli. Ljubljana: Pedagoška fakulteta.
- [5.] Palling, D. (1982): Teaching Mathematics in Primary School, Oxford University Press, 99-110.
- [6.] Žakelj, A. (2003). Kako poučevati matematiko: teoretična zasnova modela in njegova didaktična izpeljava. Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
- [7.] [https://www.gov.si/assets/ministrstva/MIZS/Dokumenti/Osnovna-sola/Ucni-nacrti/obvezni/UN\\_matematika.pdf](https://www.gov.si/assets/ministrstva/MIZS/Dokumenti/Osnovna-sola/Ucni-nacrti/obvezni/UN_matematika.pdf)