

UDK 528.521.08:681.783.23:519.2
Izvorni znanstveni članak

Pogreška stabilizacije kompenzatora teodolita

Gorana NOVAKOVIĆ – Zagreb*

SAŽETAK. Prije primjene svakoga geodetskoga mjernog instrumenta, naročito pri visokopreciznim mjerenjima, neophodno je provjeriti njegove funkcije, što uključuje i one automatizirane. Pogreška stabilizacije kompenzatora i pogreška kompenzacije (Novaković 1999) osnovne su pogreške vezane uz funkciju kompenzatora teodolita. U ovom članku definira se pogreška stabilizacije, opisuju metode njezina ispitivanja u Laboratoriju za mjerenje i mjernu tehniku Geodetskog fakulteta u Zagrebu te predlaže najoptimalnija. Upotreba metoda matematičke statistike omogućuje provjeru stabilnosti preciznosti tokom ispitivanja, a također i pri računanju i analizi rezultata. S obzirom na današnje stanje mjerne tehnike, koje omogućuje vrlo precizno mjerenje kutova, rezultati ispitivanja pogreške stabilizacije pokazuju da se ta pogreška ne smije zanemariti, naročito pri strmim vizurama na ciljne točke i prilikom trigonometrijskog nivelmana najviše točnosti.

Ključne riječi: teodolit, kompenzator, pogreška stabilizacije kompenzatora

1. Uvod

Svaki mjerni instrument daje mjerne vrijednosti opterećene pogreškama koje nastaju utjecajem različitih faktora. Da bi se mogli analizirati rezultati mjerenja, a zatim se utjecalo na njihovu točnost, potrebno je poznavati pojedine sastavnice ukupne pogreške i njihove uzroke. Neke od tih sastavnica vezane su uz ispitivanje i rektifikaciju instrumentarija. Kod svih teodolita koji se danas primjenjuju za visokoprecizna mjerenja, korekcija položaja indeksa vertikalnoga kruga izvodi se automatski – pomoću kompenzatora. Pogreške vezane uz funkciju kompenzatora sustavnog su karaktera pa mogu imati značajan utjecaj na sveukupnu točnost mjerenja. Stoga je te pogreške potrebno, prije mjerenja, ispitati i utvrditi granice njihovih dopuštenih vrijednosti za traženu točnost mjerenja. Za razliku od definiranja i istraživanja pogrešaka funkcije kompenzatora nivelira, ne postoje neka značajnija ispitivanja ove vrste kod teodolita. Stoga su, na osnovi teorijskih razmatranja, definirane pojedine pogreške, a praktičnim ispitivanjem u Laboratoriju za mjerenje i

*Doc. dr. sc. Gorana Novaković, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Kačićeva 26, 10 000 Zagreb

mjernu tehniku Geodetskog fakulteta u Zagrebu ustanovljene su, s obzirom na raspoloživi mjerni pribor, i neke metode ispitivanja tih pogrešaka.

Dvije su osnovne pogreške vezane uz funkciju kompenzatora teodolita: *pogreška kompenzacije* i *pogreška stabilizacije kompenzatora*.

Ovaj rad tematski se nastavlja na članak (Novaković 1999), gdje je definirana pogreška kompenzacije i detaljno su opisani postupci za njezino određivanje u laboratoriju. U ovom radu definirat će se druga pogreška, opisati metode i izložiti rezultati ispitivanja uz statističku analizu.

2. Pogreška stabilizacije kompenzatora (PSK)

Budući da kompenzator, kao njihalo, djeluje pod utjecajem sile teže, potrebno je da se nakon otklona vrati u ishodišni položaj. Zbog različitih uzroka to će se dogoditi s izvjesnom nesigurnošću, odnosno pojavljuje se *pogreška stabilizacije*. Ne vrati li se kompenzator nakon otklona u isti položaj, nastat će pogreška indeksa vertikalnoga kruga, a time i pogrešno izmjeren vertikalni kut.

2.1. Određivanje pogreške stabilizacije kompenzatora

Pogreška stabilizacije određuje se iz dovoljnog broja opažanja istoga cilja. Očitavanja se izvode pri mirovanju kompenzatora i uspoređuju s očitanjima dobivenim nakon pobuđivanja kompenzatora. Otklon kompenzatora može se postići na više načina: zakretom alhidade za određeni iznos, nagibom instrumenta pomoću podnožnih vijaka, lupkanjem po instrumentu i dr. Nije preporučljivo otklon kompenzatora izvoditi pomoću podnožnih vijaka, jer na točnost rezultata može utjecati pogreška ponovnog horizontiranja.

Računanje pogreške stabilizacije

Označimo:

s_v – standardno odstupanje viziranja cilja pri mirnom kompenzatoru

s_u – standardno odstupanje viziranja cilja pri pobuđenom kompenzatoru (ukupno standardno odstupanje – viziranje i stabilizacija)

s_{sk} – standardno odstupanje stabilizacije kompenzatora nakon otklona.

Za utvrđivanje postojanja pogreške stabilizacije potrebno je ispitati je li procjena varijabilnosti (s_u) nekog osnovnog skupa (podaci mjerenja nakon otklona kompenzatora) značajno različita od procjene varijabilnosti (s_v) drugoga osnovnog skupa (podaci mjerenja pri mirnom kompenzatoru). Kao pokazatelj poslužiti će odnos dviju varijanci. Testiranje hipoteze o jednakosti varijanci osnovnih normalnih distribucija omogućava F – test, koji se provodi varijablom F – razdiobe. Na osnovi dvaju uzoraka određene su empirijske varijance s_1^2 i s_2^2 uz $k_1 = n_1 - 1$ i $k_2 = n_2 - 1$ preko brojna mjerenja (n – broj elemenata u uzorku). Ako su varijance osnovnih normalnih distribucija međusobno jednake, varijabla

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} \quad (\text{uz } s_1^2 > s_2^2) \quad (1)$$

je varijabla F – razdiobe, sa stupnjem slobode $k_b = n_1 - 1$ u brojniku i $k_n = n_2 - 1$ u nazivniku. Hipoteza se obično provjerava jednostranim testom, a prihvaća se ako je:

$$F \leq F_{1-\alpha}(k_1, k_2). \quad (2)$$

$F_{1-\alpha}(k_1, k_2)$, za odabrani nivo signifikantnosti, uzima se iz statističkih tablica (npr. tablica VIII., Pavlič 1970). Ako je izračunani $F = s_u^2/s_v^2 > F_{1-\alpha}$, računa se standardna nesigurnost po formuli:

$$s_{sk} = \sqrt{s_u^2 - s_v^2}. \quad (3)$$

Veličina s_{sk} ujedno je i *pogreška stabilizacije kompenzatora*, jer je ta vrijednost odstupanje od pravog položaja kompenzatora.

Izbor veličine uzorka

Osnovne karakteristike koje se dobiju pri ispitivanju pogreške stabilizacije računaju se iz podataka samo jednog dijela elemenata osnovnog skupa – uzorka. Ako su ti elementi reprezentativan uzorak onda karakteristike uzorka mogu poslužiti za procjenu istoimenih karakteristika osnovnog skupa. Dakle, prvi je zadatak odrediti veličinu uzorka, t. j. broj elemenata n koje iz osnovnog skupa treba izabrati za uzorak. Pri odabiranju veličine uzorka potrebno je ustanoviti koliko mjerenja treba izvršiti da bi se dana *razlika standardnih odstupanja* dvaju uzoraka pokazala signifikantnom. I u tom slučaju upotrijebit ćemo F – test, koji se provodi varijablom F – razdiobe (formula 1). Ako razliku u standardnim odstupanjima (s_u i s_v) od 15% smatramo signifikantnom, dobit ćemo za veličinu uzorka, iz statističkih tablica:

$$F = 1,15^2/1^2 = 1,32 \Rightarrow \begin{aligned} n_1 = n_2 = 150 & \text{ (za } \alpha = 0,05) \\ n_1 = n_2 = 100 & \text{ (za } \alpha = 0,10). \end{aligned}$$

Ako promatramo 10%-tnu razliku kao signifikantnu, dobit ćemo:

$$F = 1,10^2/1^2 = 1,21 \Rightarrow n_1 = n_2 = 300 \text{ (za } \alpha = 0,05).$$

Izračunani je broj mjerenja minimalan za danu razliku standardnih odstupanja. Ako je razlika u stvarnosti veća, onda je i potreban broj mjerenja manji. Uzme li se veći broj elemenata n , širina intervala pouzdanosti bit će manja, pa će samo procjena biti preciznija od one kojom bismo se zadovoljili. Dakle, pri odabiranju veličine uzorka (broja mjerenja) potrebno je odlučiti se s kojom vjerojatnosti P želimo donositi zaključke i koju razliku u standardnim odstupanjima uzimamo kao signifikantnu.

2.1.1. Postupci određivanja pogreške stabilizacije

Za određivanje pogreške što se razmatra u ovome članku, kao i za određivanje pogreške kompenzacije (Novaković 1999), postoji nekoliko metoda ispitivanja, i to s obzirom na raspoloživi mjerni pribor:

1) *cilj na konačnoj udaljenosti*

- a) na optičkoj klupi s kliznom stazom gdje se nalazi zrcalo, preko kojeg se opaža mikrometerski pomična vizurna marka, čiji se pomak očitava na mjernoj uri. Vizurna marka smještena je na betonskom stupu, pokraj instrumenta. Opažanje vizurne marke izvodi se preko zrcala čijim se pomakom po kliznoj stazi mijenja udaljenost vizurne točke (razmak instrument – zrcalo polovina je udaljenosti između instrumenta i vizurne marke).
- b) pseudoautokolimacija – vizurna marka smještena je na instrumentu, a također se vizira preko zrcala koje se nalazi na optičkoj klupi. Ta metoda i mjerni pribor detaljno su opisani u (Novaković 1986).

2) *cilj u ∞* – pomoću kolimatora kod kojeg se horizontalna mjerna os postiže vrhunjenjem njegove libele.

Što se tiče preciznosti mjerenja, metode se značajno ne razlikuju. Ipak, pri pseudoautokolimacijskoj metodi, izvodi li se odklon kompenzatora zakretom alhidade, može doći do pomaka vizurne marke koja je pričvršćena na durbinu teodolita. Osim toga, i tu se, kao i kod metode pomoću pomične vizurne marke, mora precizno namjestiti zrcalo na određenu udaljenost od instrumenta i preračunavati rezultate mjerenja iz linearnih u kutne veličine. Dakle, preporuča se izvršiti ispitivanje pomoću kolimatora, jer je vizurna marka (nitni križ kolimatora) tokom čitavanja mjerenja nepomična, a i rezultate ne treba preračunavati.

3. Rezultati ispitivanja pogreške stabilizacije kompenzatora

Ovdje će biti prikazani rezultati ispitivanja pogreške stabilizacije pomoću mikrometerski pomične vizurne marke koja se vizira preko zrcala smještenog na optičkoj klupi s kliznom stazom. Vizurna marka bila je optički udaljena od instrumenta $d = 8$ m. Otklon kompenzatora postignut je zakretom alhidade za 180° .

Mjerenja su izvođena pri čvrstom durbinu pri očitavanju na vertikalnom krugu od 90° .

Za veličinu uzorka, odnosno za neophodan broj ukupnih mjerenja uzeto je $n = 150$. Time se može, prema izloženom u 2.1., s razinom signifikantnosti $\alpha = 0,05$ utvrditi 15% razlike standardnih odstupanja dvaju uzoraka.

Pogreška stabilizacije ispitana je za dva teodolita: THEO 010B (Zeiss, Jena) – br. 106337 i DKM 2-A (Kern, Aarau) – br. 230910. Konstrukcija kompenzatora kod teodolita THEO 010B, primijenjena je kao njihalo s prisilnim otklonom, odnosno kompenzator je optički sustav za preslikavanje podjele limba na njihalu. Radno područje kompenzatora iznosi $\pm 4'$. Instrument DKM 2-A pripada skupini teodolita koji kao kompenzator upotrebljavaju tekućinu. Tu je primijenjeno načelo totalne refleksije svjetlosti na graničnoj plohi tekućine (specijalno ulje). Područje kompenzacije kod tog teodolita iznosi $\pm 2'$.

U tablici I. prikazano je standardno odstupanje viziranja s_v , dobiveno na osnovi očitavanja kod mirnog kompenzatora i ukupno standardno odstupanje s_u , dobiveno na osnovi očitavanja nakon pobuđivanja kompenzatora. Na temelju tih standardnih odstupanja, pomoću F – testa (formule 1 i 2) ispitujemo postojanje pogreške stabilizacije. Ako su standardna odstupanja signifikantno različita, pogreška stabilizacije kompenzatora s_{sk} računa se po formuli 3.

Tablica I. *Iskaz signifikantnih razlika između s_u i s_v pri ispitivanju s_{sk}*

Udalj. cilja m	Način otklona kompen.	Ukupna pogr. s_u "	n	Pogr. vizir. s_v "	n	$F = s_u^2/s_v^2$	F_{n_1-1, n_2-1}		Razlika		PSK s_{sk} "
							a=0,05	a=0,01	sign.	v.sign.	
THEO 010 B – br. 106337											
8,0	zakret za 180°	0,22	150	0,10	150	4,84	1,32	1,47	da	da	0,20
DKM 2-A – br. 230910											
8,0	zakret za 180°	0,20	150	0,09	150	4,94	1,32	1,47	da	da	0,18

Rečeno je da se testiranje hipoteze o jednakosti varijanci provodi F-testom, uz pretpostavku da su osnovni skupovi, čiji se odnos varijanci promatra, normalno distribuirani. Dakle, prije upotrebe F-testa potrebno je provjeriti pokorava li se varijabla x , na koju se odnose podaci mjerenja, zakonu normalne razdiobe. Kod analize naših podataka mjerenja primijenjeni su Pearsonov χ^2 -test (Serdar, Šošić 1981) i test Kolmogorova (Perović 1989) i ustanovljeno je da se podaci mjerenja pokoravaju zakonu normalne razdiobe.

Budući da je trebalo odrediti vrlo male mjerne veličine, prema statističkoj analizi, trebalo ih je odrediti iz većeg broja mjerenja. To znači i duže vrijeme mjerenja u toku kojega se može pojaviti djelovanje utjecajnih veličina, koje nisu predmet mjerenja, ali neželjeno uzrokuju sustavna odstupanja. Posljedica toga je nesigurnost odnosno netočnost mjernog rezultata. Stoga je trebalo tokom mjerenja stalno kontrolirati, odnosno osigurati stabilnost preciznosti mjerenja, za što su bile potrebne različite provjere uz statističke analize. Zbog toga je ukupan broj mjerenja bio podijeljen u grupe od 10 mjerenja i primijenjen je kriterij mjerne ponovljivosti za ispitivanje i kontrolu preciznosti mjerenja (Benčić, Dusman 1995). Taj kriterij temelji se na ispitivanju međusobne razlike rezultata mjerenja. Na temelju broja mjerenja, izvršenih u kraćem vremenskom razdoblju, utvrđuje se mjerna vrijednost ponovljivosti, koja je zatim mjera preciznosti za daljnja ispitivanja. U tu svrhu određuje se kritična razlika ponovljivosti, pa ako pri ponovljenim mjerenjima razlike rezultata mjerenja prelaze kritičnu, to može biti pokazatelj nekih promjena, odnosno sustavnih utjecaja. Primjena kriterija mjerne ponovljivosti vrlo je detaljno prikazana na primjerima u radovima (Benčić, Dusman 1996) i (Novaković, Ivković 1999). Iz rezultata (tablica I) vidljivo je da se pogreška stabilizacije kompenzatora očitovala kod oba ispitana teodolita (Theo 010B: 0,20" sa standardnom nesigurnošću rezultata 0,04", DKM 2-A: 0,18" sa standardnom nesigurnošću rezultata 0,03"). Dakle, kod preciznih mjerenja tu pogrešku ne smijemo zanemariti.

4. Zaključak

Pogreška stabilizacije kompenzatora jedna je od osnovnih pogrešaka vezanih uz funkciju kompenzatora teodolita. Ne vrati li se kompenzator nakon otklona u ishodišni položaj, nastaje pogreška indeksa vertikalnoga kruga, čija je posljedica pogrešno izmjeren vertikalni kut. Ispitana je pogreška stabilizacije kod teodolita THEO 010B i DKM 2-A. Rezultati su pokazali da se pogreška podjednako očitovala

kod oba teodolita, i to u iznosu od 0,2" sa standardnom nesigurnošću rezultata od 0,03" (za $P = 95\%$). Može se izračunati koliko pogreška vertikalnog kuta, izazvana pogreškom stabilizacije, kod zadane udaljenosti, utječe na visinsku razliku (npr. 0,2" odgovara $\pm 0,2$ mm/200 m). Pogreška se ne poništava mjerenjem u dva položaja durbina pa se kod mjerenja visoke točnosti ta pogreška ne smije zanemariti. To je naročito potrebno radi li se o trigonometrijskom nivelmanu najviše točnosti, gdje se pri povoljnim meteorološkim uvjetima, pri istodobnom obostranom mjerenju zenitnih kutova i kod približno horizontalne vizure, može izmjeriti visinska razlika sa standardnom nesigurnošću od 0,3 do 0,5 mm na 200 m (to je 0,3" – 0,5"/200 m).

Budući da se kod pogreške stabilizacije radi o vrlo malim mjernim veličinama, samo laboratorijske metode ispitivanja, pribor i uvjeti mjerenja mogu osigurati dobivanje vrlo preciznih rezultata. Usprkos tome, budući da je potrebno izvršiti velik broj mjerenja, tokom ispitivanja treba kontrolirati i osigurati stabilnost preciznosti, za što su potrebne različite provjere uz statističke analize.

Literatura

- Benčić, D., Dusman, F. (1995): Pojam i značenje mjerne ponovljivosti i obnovljivosti. Geodetski list, 2, 107-120.
- Benčić, D., Dusman, F. (1996): Analiza višestrukih mjerenja. Geodetski list, 3, 255-267.
- Novaković, G. (1986): Primjena pseudo-autokolimacione metode kod ispitivanja i justriranja geodetskih instrumenata. Geodetski list, 4-6, 123-131.
- Novaković, G. (1999): Pogreška kompenzacije kompenzatora teodolita. Geodetski list, 1, 1-15.
- Novaković, G., Ivković, M. (1999): Control of measurement precision by application of the repeatability criterion. Allgemeine Vermessungs-Nachrichten, 3, 95-99.
- Pavlić, I. (1970): Statistička teorija i primjena. Tehnička knjiga, Zagreb.
- Perović, G. (1989): Račun izravnjanja. Naučna knjiga, Beograd.
- Serdar, V., Šošić, I. (1981): Uvod u statistiku. Školska knjiga, Zagreb.

Stabilisation Error of the Theodolite Compensator

ABSTRACT. Before applying any geodetic measuring instrument, especially in the case of highly precise measurements, its functions should be checked including also the automated ones. Stabilisation error of compensator and compensation error (Novaković 1999) are basic errors connected with the function of theodolite compensator. In this paper, the stabilisation error is defined, the methods of its testing in the Laboratory for Measurements and Measuring Techniques at the Faculty of Geodesy in Zagreb are described and the most optimal one suggested to be used. The usage of methods of mathematical statistics makes it possible to check the stability of precision during the testing, and also in computing and analysing the results. Regarding the present situation in the measuring techniques which enables very precise measurements of angles, the results of testing the stabilisation error indicate that this error should not be neglected, especially in the case of trigonometric levelling of highest accuracy.

Key words: theodolite, compensator, stabilisation error of the compensator

Primljeno: 1999-09-12