UDK 528.94:517.52:511.1:514
Izvorni znanstveni članak

Određivanje granica razreda metodama aritmetičkog i geometrijskog niza

Miljenko LAPAINE - Zagreb*

SAŽETAK. U radu je uočeno da poznate formule temeljene na metodama aritmetičkog i geometrijskog niza za određivanje granica razreda pri grupiranju podataka daju samo jedno od beskonačno mnogo mogućih rješenja. Problem određivanja granica razreda metodama aritmetičkog i geometrijskog niza postavljen je i riješen u najopćenitijem obliku, do sada nepoznatom u literaturi. Pokazano je da metoda jednakih intervala nije posebna metoda, već da se može interpretirati kao specijalan slučaj metode aritmetičkog ili geometrijskog niza. Nadalje, utvrđeni su odnosi između niza granica razreda i niza veličina razreda kod primjene metode aritmetičkog, odnosno geometrijskog niza. Sva su teorijska razmatranja ilustrirana odgovarajućim numeričkim primjerima.

Ključne riječi: granice razreda ili klasa, aritmetički niz, geometrijski niz

1. Uvod

Problem izbora razreda ili klasa za razdiobu podataka važan je u tematskoj kartografiji i GIS-u. Na primjer, jedan od zadataka koje rješava AutoCAD Map je izrada tematskih karata. Međutim, taj program ne nudi automatsku podjelu podataka u razrede, već taj dio posla ostavlja korisniku. Čak i kad bi koji sličan program imao ugrađenu mogućnost sortiranja podataka u razrede, opet je korisnik taj koji mora znati svojstva pojedinih metoda grupiranja podataka. Iz kartografske literature i prakse poznate su nam različite metode određivanja razreda: metoda jednakih intervala, upotreba sredine i standardne devijacije, kvantili, koraci jednakih površina, aritmetički, geometrijski, recipročni nizovi, grafičke tehnike (Robinson 1969) i dr.

Popratna teškoća pri izboru metode podjele podataka u razrede ili klasificiranju je izbor broja razreda, koji obično varira između tri i osam, iako ni tu autori nisu jednoglasni (Cromley 1995). Broj razreda određuje kako će detaljno različitost podataka biti prikazana na karti. Idealno bi bilo prikazati *najveći* broj razreda koji se mogu *lako* razlučiti. Taj maksimum ovisi o složenosti razdiobe podataka. On također

*Doc. dr. sc. Miljenko Lapaine, Sveučilište u Zagrebu, Geodetski fakultet, 10000 Zagreb, Kačićeva 26,
e-mail: mlapaine@public.srce.hr

ovisi o tome hoće li karta biti izrađena u jednoj ili više boja. Na jednobojnoj karti čitatelj može uočiti relativno malo različitih razreda. Čak i kad kartograf upotrebljava uzorak (raster) i ton kako bi prikazao različite razrede, čitatelj će teško uočiti više od pet do osam razreda na crno-bijeloj karti.

Tematske karte *bez podjele podataka na razrede* sastoje se, zapravo, od onolikog broja razreda koliko pojedinih različitih vrijednosti ima u prikazanu skupu podataka. Tematske karte bez razreda neće vjerojatno omogućiti čitatelju da uoči egzaktnu vrijednost za pojedino područje, ali mu mogu dati dobar utisak o općoj razdiobi podataka (Robinson i dr. 1995).

Vjerojatno ni jedan aspekt tematske kartografije nije dobio više mjesta u kartografskoj literaturi od metoda određivanja granica razreda. Pošto kartograf odluči o broju razreda za neku tematsku kartu, mora odrediti granice tih razreda. Pomoć računala povećala je broj metoda za određivanje granica razreda. Zbog tako mnogo metoda relativno je lako izabrati onu koja će dobro prikazati raspon i raspodjelu podataka. Naravno, uvijek postoji mogućnost poboljšanja prikaza mudrim izborom granica razreda.

Pri izboru granica razreda, kartograf bi trebao potražiti kritične vrijednosti među podacima. Na primjer, pretpostavimo da se općina kvalificira za državni program pomoći ako je 40% obitelji ispod razine siromaštva. Pri izradi karte o obiteljskom prihodu po općinama, imalo bi smisla izabrati tu granicu od 40% kao jednu od granica razreda.

Ako nema kritičnih vrijednosti, kartograf bi trebao nastojati maksimalizirati *homogenost unutar* razreda i *razlike između* razreda. Te je kriterije moguće izraziti statistički i odrediti uz pomoć računala.

Više autora bavilo se istraživanjem prednosti i nedostataka različitih načina raspodjela podataka u razrede. To su primjerice Jenks i Coulson (1963), Menke (1981), Paslawski (1984) i Coulson (1987).

U ovome se radu pokazuje da problem određivanja granica razreda, pod uvjetom da veličine razreda čine aritmetički ili geometrijski niz, nema jednoznačno rješenje. Daju se izrazi koji obuhvaćaju sva rješenja i uspoređuju se s prije poznatim formulama. Dosad upotrebljavane formule, osim što ne obuhvaćaju opći slučaj, imaju i određena ograničenja zbog upotrebe logaritama, korijena i eventualnog dijeljenja nulom.

2. Poznate formule

Prema Changu (1974), metodom aritmetičkog i geometrijskog niza skup podataka dijeli se u razrede nejednakih širina. Kod tih se metoda najprije izračuna stopa rasta, koja se zatim upotrebljava za određivanje granica razreda. Vrijednosti koje ulaze u račun su najmanja opažana vrijednost A, najveća opažana vrijednost B, i broj razreda n.

2.1. Metoda aritmetičkog niza

Prema toj metodi (Chang 1974) najprije se izračuna

$$x = \frac{B - A}{\sum_{i=1}^{n} i} \tag{2.1}$$

a zatim granice razreda

$$G_0 = A, \qquad G_k = A + \sum_{i=1}^{k} i\,x, \qquad k = 1, 2, \dots n-1 \tag{2.2}$$

Isti postupak Jenks i Coulson (1963) započinju objašnjenjem

$$A + x + 2x + \dots + nx = B \tag{2.3}$$

i dalje nastavljaju na konkretnom primjeru. Kishimoto (1972) ima također formulu (2.3), uz napomenu da bi se redoslijed mogao i obrnuti:

$$B - x - 2x - \dots - nx = A. \tag{2.4}$$

Drugim riječima, granice razreda koje se razlikuju od onih u izrazu (2.2) određene su formulom

$$G_0 = B, \qquad G_k = B - \sum_{i=1}^{k} i\,x, \qquad k = 1, 2, \dots n-1 \tag{2.5}$$

Frančula (1981, 1996), Lovrić (1988) i Kosek (1989) kažu da se kod *metode aritmetičkog niza* veličine razreda određuju tako da čine aritmetički niz. Granice razreda oni određuju po formulama:

$$G_1 = A, \qquad G_{n+1} = B, \qquad G_k = G_{k-1} + (k-1)x, \qquad k = 2, \dots, n. \tag{2.6}$$

gdje je x određen prema (2.1).

2.2. Metoda geometrijskog niza

Kod *metode geometrijskog niza* veličine razreda određuju se tako da čine geometrijski niz. Prema Kishimotu (1972), Frančuli (1981), Lovriću (1988) i Kosekovoj (1989) najprije se izračuna

$$\log x = \frac{\log B - \log A}{n}, \tag{2.7}$$

a zatim granice razreda

$$G_k = 10^{\log A + (k-1)\log x}, \qquad k = 2, \dots, n. \tag{2.8}$$

Kao i kod metode aritmetičkog niza, Kishimoto napominje da se redoslijed određivanja granica razreda može i obrnuti. Isto navodi i Kosek (1989). To potvrđuju i još proširuju Robinson i dr. (1995), tvrdeći da aritmetički i geometrijski niz mogu imati sljedećih šest oblika (vidi sliku 1 i komentar ispod nje):

1. povećanje uz konstantnu stopu
2. povećanje uz rastuću stopu
3. povećanje uz padajuću stopu
4. smanjenje uz konstantnu stopu
5. smanjenje uz rastuću stopu
6. smanjenje uz padajuću stopu.

Prema metodi geometrijskog niza Chang (1974) najprije izračuna

$$x = \frac{\log B - \log A}{n}, \tag{2.9}$$

a zatim granice razreda prema izrazu

$$G_k = 10^{\log A + (k-1)x}, \qquad k = 2, \ldots, n. \tag{2.10}$$

Prema Frančuli (1996), prethodno navedene formule za računanje granica razreda metodom geometrijskog niza mogu se pojednostaviti:

$$x = \sqrt[n]{\frac{B}{A}} \tag{2.11}$$

$$G_k = G_{k-1}\, x. \tag{2.12}$$

Formule (2.9) i (2.10) matematički su ekvivalentne formulama (2.7) i (2.8), ali su od njih jednostavnije. Još su jednostavnije formule (2.11) i (2.12), koje teorijski daju iste vrijednosti kao i prethodne. Međutim, sve one imaju lošu stranu, a ta je da se ne mogu primijeniti za bilo koje vrijednosti od A, B i n. Tako se formule (2.7) i (2.9) mogu primijeniti samo za pozitivne A i B, a formula (2.11) za $A \neq 0$ i samo za neparan n ako su A i B različita predznaka.

3. Nove formule

Teorem 1. Neka su zadana dva realna broja A i B između kojih treba interpolirati niz $G_1=A$, G_2, G_3, ..., G_n, $G_{n+1}=B$ tako da niz $G_2 - G_1$, $G_3 - G_2$, ..., $G_{n+1} - G_n$ bude aritmetički. Skup svih rješenja opisan je formulama

$$G_1 = A, \qquad G_{n+1} = B, \tag{3.1}$$

$$G_k = G_{k-1} + x + (k-2)y, \qquad k = 2, \ldots, n \tag{3.2}$$

ili

$$G_k = A + (k-1)x + y\sum_{j=1}^{k-2} j, \qquad k = 2, \ldots, n, \tag{3.3}$$

gdje su x i y bilo koja dva realna broja koja zadovoljavaju jednakost

$$B - A = nx + y\sum_{j=1}^{n-1} j. \tag{3.4}$$

Dokaz: Označimo

$$\begin{aligned} G_2 - G_1 &= a_1 \\ G_3 - G_2 &= a_2 \\ &\dots\dots \\ G_{n+1} - G_n &= a_n. \end{aligned} \tag{3.5}$$

Ako je $a_1, a_2, \ldots, a_n$ prvih n članova aritmetičkog niza, onda je iz matematike poznato da se može napisati

$$a_k = a_1 + (k-1)\,d, \tag{3.6}$$

odnosno

$$a_{k-1} = a_1 + (k-2)\,d, \tag{3.7}$$

gdje je d diferencija aritmetičkog niza. Ako sad u (3.7) uvrstimo (3.5), onda uz novouvedene oznake

$$G_2 - G_1 = x \tag{3.8}$$

i

$$d = y \tag{3.9}$$

možemo napisati redom

$$\begin{aligned} G_k &= G_{k-1} + x + (k-2)y \\ G_{k-1} &= G_{k-2} + x + (k-3)y \\ &\dots\dots \\ G_3 &= G_2 + x + 1\,y \\ G_2 &= G_1 + x. \end{aligned} \tag{3.10}$$

Iz (3.10) zbrajanjem se dobiva formula (3.3). Ako se u tu formulu uvrsti $k = n+1$, dobiva se

$$G_{n+1} = A + nx + y\sum_{j=1}^{n-1} j \tag{3.11}$$

što je samo drugačiji zapis formule (3.4). Time je teorem 1 dokazan.

Napomena 1.1. Teorem 1 pokazuje da problem određivanja granica razreda na temelju pretpostavke da veličine razreda čine aritmetički niz ima beskonačno mnogo rješenja. U posebnom slučaju ako se uzme $x = y$, teorem 1 daje otprije poznate formule navedene u poglavlju 2. ovog rada.

Napomena 1.2. Ako se upotrijebi poznata formula za zbroj prvih m prirodnih brojeva

$$1+2+\ldots+m=\sum_{j=1}^{m} j=\frac{m(m+1)}{2}, \tag{3.12}$$

moguće je pojednostaviti zapise (3.3) i (3.4). Može se vidjeti da se umjesto (3.3) dobiva

$$G_k = A + (k-1)x + \frac{(k-2)(k-1)}{2}y, \qquad k = 2,\ldots,n \tag{3.13}$$

a umjesto (3.4)

$$B - A = nx + \frac{n(n-1)}{2}y. \tag{3.14}$$

Primjer 1. Neka je A=0, B=30, n=3. Jedan par brojeva x i y koji zadovoljavaju (3.4) ili (3.14) je x=10, y=0. Prema (3.3) ili (3.13) može se izračunati

$$G_1 = A = 0,\ G_2 = 10,\ G_3 = 20,\ G_4 = B = 30$$

i odatle

$$G_2 - G_1 = G_3 - G_2 = G_4 - G_3 = 10$$

što znači da razlike čine niz jednakih brojeva, a to je aritmetički niz s diferencijom nula.

Jedan drugi par brojeva x i y koji zadovoljavaju (3.4) ili (3.14) je $x = 9$, $y = 1$. Prema (3.3) ili (3.13) može se izračunati

$$G_1 = A = 0,\ G_2 = 9,\ G_3 = 19,\ G_4 = B = 30$$

i odatle

$$G_2 - G_1 = 9,\ G_3 - G_2 = 10,\ G_4 - G_3 = 11$$

što je aritmetički niz s diferencijom 1.

Na isti način mogli bismo primjerice uzeti $x = 11$, $y = -1$. Prema (3.3) ili (3.13) može se izračunati

$$G_1 = A = 0,\ G_2 = 11,\ G_3 = 21,\ G_4 = B = 30$$

i odatle

$$G_2 - G_1 = 11,\ G_3 - G_2 = 10,\ G_4 - G_3 = 9$$

što je aritmetički niz s diferencijom –1.

Teorem 2. Neka su zadana dva realna broja A i B između kojih treba interpolirati niz $G_1=A$, G_2, G_3, ..., G_n, $G_{n+1}=B$ tako da niz $G_2 - G_1$, $G_3 - G_2$, ..., $G_{n+1} - G_n$ bude geometrijski. Skup svih rješenja opisan je formulama

$$G_1 = A, \qquad G_{n+1} = B, \tag{3.15}$$

$$G_k = G_{k-1} + x\, y^{k-2}, \qquad k = 2,\dots,n \tag{3.16}$$

ili

$$G_k = A + x \sum_{j=1}^{k-1} y^{j-1}, \qquad k = 2,\dots,n, \tag{3.17}$$

gdje su x i y bilo koja dva broja koja zadovoljavaju jednakost

$$B - A = x \sum_{j=1}^{n} y^{j-1}. \tag{3.18}$$

Dokaz: Označimo

$$\begin{aligned} G_2 - G_1 &= a_1 \\ G_3 - G_2 &= a_2 \\ &\cdots\cdots \\ G_{n+1} - G_n &= a_n\ . \end{aligned} \tag{3.19}$$

Ako je a_1, a_2, ..., a_n prvih n članova geometrijskog niza, onda je poznato da se može napisati

$$a_k = a_1\, q^{k-1}, \tag{3.20}$$

odnosno

$$a_{k-1} = a_1\, q^{k-2}, \tag{3.21}$$

gdje je q kvocijent geometrijskog niza. Ako sad u (3.21) uvrstimo (3.19), onda uz novouvedene oznake

$$G_2 - G_1 = x \tag{3.22}$$

i

$$q = y \tag{3.23}$$

možemo napisati redom

$$
\begin{aligned}
G_k &= G_{k-1} + x\, y^{\,k-2} \\
G_{k-1} &= G_{k-2} + x\, y^{\,k-3} \\
&\dots\dots \\
G_3 &= G_2 + x\, y \\
G_2 &= G_1 + x.
\end{aligned}
\tag{3.24}
$$

Iz (3.24) zbrajanjem se dobiva formula (3.17). Ako se u tu formulu uvrsti $k = n+1$, dobiva se

$$G_{n+1} = A + x\sum_{j=1}^{n} y^{j-1} \tag{3.25}$$

što je samo drugačiji zapis formule (3.18). Time je teorem 2 dokazan.

Napomena 2.1. Teorem 2 pokazuje da problem određivanja granica razreda na temelju pretpostavke da veličine razreda čine geometrijski niz ima beskonačno mnogo rješenja. U posebnom slučaju ako se uzme $x = (y-1)A$, teorem 2 daje otprije poznate formule navedene u 2. poglavlju ovog rada.

Napomena 2.2. Ako se upotrijebi poznata formula za zbroj prvih m članova geometrijskog niza

$$1 + y + y^2 + \ldots + y^{m-1} = \sum_{j=1}^{m} y^{j-1} = \frac{1-y^m}{1-y}, \qquad y \neq 1 \tag{3.26}$$

moguće je pojednostaviti zapise (3.17) i (3.18). Može se vidjeti da se umjesto (3.17), uz uvjet $y \neq 1$ dobiva

$$G_k = A + \frac{1-y^{k-1}}{1-y}x, \qquad k = 2, \ldots, n, \tag{3.27}$$

a umjesto (3.18)

$$B - A = nx + \frac{1-y^n}{1-y}x. \tag{3.28}$$

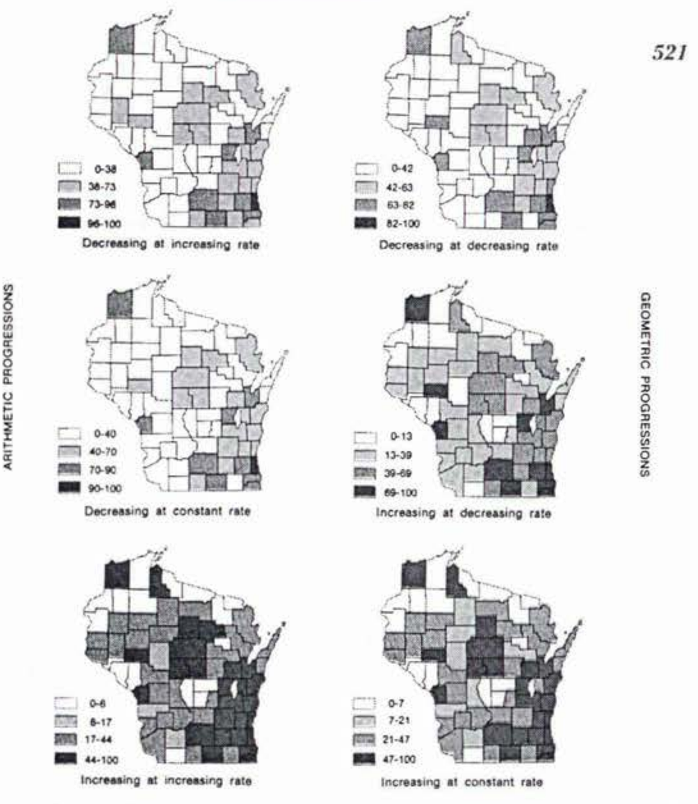
Primjer 2. Neka je $A=0$, $B=30$, $n=4$. Jedan par brojeva x i y koji zadovoljavaju (3.18) je $x = 7.5$, $y = 1$. Prema (3.16) može se izračunati

$$G_1 = A = 0,\ G_2 = 7.5,\ G_3 = 15,\ G_4 = 22.5,\ G_5 = B = 30$$

i odatle

$$G_2 - G_1 = G_3 - G_2 = G_4 - G_3 = G_5 - G_4 = 7.5$$

što znači da razlike čine niz jednakih brojeva, a to je geometrijski niz s kvocijentom 1.



Slika 1. *I poznati autori mogu pogriješiti! Od šest podjela na razrede koje bi trebale prikazivati primjenu aritmetičkog (lijevo) i geometrijskog niza (desno) samo je srednja s lijeve strane dobra. Sve ostale nisu nastale ni po pravilu aritmetičkog ni geometrijskog niza (Preuzeto iz Robinson i dr. (1995): Elements of Cartography)*

Jedan drugi par brojeva x i y koji zadovoljavaju (3.18) ili (3.28) je $x = 2, y = 2$. Prema (3.16) ili (3.27) može se izračunati

$$G_1 = A = 0,\ G_2 = 2,\ G_3 = 6,\ G_4 = 14,\ G_5 = B = 30$$

i odatle

$$G_2 - G_1 = 2,\ G_3 - G_2 = 4,\ G_4 - G_3 = 8,\ G_5 - G_4 = 16,$$

a to je geometrijski niz s kvocijentom 2.

Primjer 3. To je poučan primjer preuzet iz poznate knjige *Elements of Cartography* (Robinson i dr. 1995), koja je izašla već u šestom izdanju. Uz objašnjenje izbora granica razreda za ilustraciju je dano i nekoliko slika. Slika koja bi trebala ilustrirati primjenu aritmetičkog i geometrijskog niza preuzeta je i u ovome radu kao slika 1. Od šest površinskih kartograma samo jedan odgovara opisu!

4. Metoda jednakih intervala

Jedna od najjednostavnijih metoda grupiranja podataka u razrede je *metoda jednakih intervala* koja se spominje u svim tekstovima o podjeli podataka u razrede. Neka su zadana dva realna broja A i B između kojih treba interpolirati niz $G_1=A$, G_2, $G_3, \ldots, G_n, G_{n+1}=B$ tako da su svi članovi niza $G_2-G_1, G_3-G_2, \ldots, G_{n+1}-G_n$ međusobno jednaki. Poznato je, a i lako se vidi da je rješenje opisano formulama

$$G_1 = A, \qquad G_{n+1} = B, \tag{4.1}$$

$$G_k = G_{k-1} + x, \qquad k = 2, \ldots, n \tag{4.2}$$

ili

$$G_k = A + (k-1)x, \qquad k = 2, \ldots, n, \tag{4.3}$$

gdje je x takav broj da vrijedi

$$B - A = nx, \tag{4.4}$$

Prirodno se nameće misao da bi metoda razdiobe podataka na jednake intervale trebala biti poseban slučaj metode artimetičkog niza kad mu je diferencija među susjednim članovima jednaka nuli, a isto tako poseban slučaj geometrijskog niza kad mu je kvocijent među susjednim članovima jednak jedan. Međutim, otprije poznate formule to ne daju, što se može vidjeti u preglednom 2. poglavlju. S druge strane, prema novoizvedenim formulama u 3. poglavlju ovoga rada, navedeni je zaključak neposredno vidljiv. U tu je svrhu dovoljno u formulama (3.2)–(3.14) staviti da je $y = 0$, a u formulama (3.16)–(3.25) da je $y = 1$.

Prema tome, može se zaključiti da metoda jednakih intervala nije nova metoda, nego da je ona poseban slučaj metode aritmetičkog niza i istodobno poseban slučaj metode geometrijskog niza.

5. Granice razreda i veličine razreda

Kod metoda aritmetičke ili geometrijske sredine za određivanje granica razreda postavljaju se odgovarajući uvjeti na veličine razreda. Iz tih uvjeta proizlaze izrazi za računanje granica razreda. Postavlja se pitanje kako se aritmetičnost ili geometričnost niza veličina razreda odražava na niz granica razreda i obratno, kako se aritmetičnost ili geometričnost niza granica razreda odražava na niz veličina razreda. Odgovor na ta pitanja iskazuje se u sljedeća dva teorema koja se lako dokazuju.

Teorem 3. Niz relanih brojeva $G_1, G_2, G_3, \ldots, G_n, \ldots$ je aritmetički niz ako i samo ako je $G_2-G_1, G_3-G_2, \ldots, G_{n+1}-G_n, \ldots$aritmetički niz s diferencijom nula, tj. niz jednakih brojeva.

Dokaz

Ako je $G_1, G_2, G_3, \ldots, G_n, \ldots$ aritmetički niz s diferencijom y, onda je $G_2 = G_1+y$, $G_3 = G_2+y$ itd., pa je $G_2-G_1 = G_3-G_2 = \ldots = y$, odnosno $(G_3-G_2)-(G_2-G_1) = 0$ itd. Analogno se dokazuje suprotna implikacija.

Teorem 4. Ako je niz relanih brojeva $G_1, G_2, G_3, \ldots, G_n, \ldots$ geometrijski niz s kvocijentom $y \neq 1$, onda je niz $G_2 - G_1, G_3 - G_2, \ldots, G_{n+1} - G_n, \ldots$ također geometrijski niz s istim kvocijentom y. Obratno općenito ne vrijedi.

Dokaz

Ako je $G_1, G_2, G_3, \ldots, G_n, \ldots$ geometrijski niz s kvocijentom y, onda je $G_2 = G_1 y$, $G_3 = G_2 y = G_1 y^2$ itd., pa je $G_2 - G_1 = (y-1)\ G_1$, $G_3 - G_2 = y(y-1)\ G_1$, $G_4 - G_3 = y^2(y-1)\ G_1$, itd., što znači da je $G_2 - G_1, G_3 - G_2, \ldots$ također geometrijski niz s kvocijentom y.

Da obratno ne mora, ali može vrijediti pokazat ćemo na primjerima. Ako je

$$G_1 = 1,\ G_2 = 29/3,\ G_3 = 55/3,\ G_4 = 27,$$

onda je

$$G_2 - G_1 = G_3 - G_2 = G_4 - G_3 = 26/3,$$

tj. polazni niz nije geometrijski, a niz razlika jest, i to s kvocijentom 1.

Ako je

$$G_1 = 1,\ G_2 = 33/7,\ G_3 = 85/7,\ G_4 = 27,$$

onda je

$$G_2 - G_1 = 26/7,\ G_3 - G_2 = 52/7,\ G_4 - G_3 = 104/7,$$

tj. polazni niz nije geometrijski, a niz razlika jest, i to s kvocijentom 2.

Ako je

$$G_1 = 1,\ G_2 = 3,\ G_3 = 9,\ G_4 = 27,$$

onda je

$$G_2 - G_1 = 2,\ G_3 - G_2 = 6,\ G_4 - G_3 = 18,$$

tj. i polazni niz i niz razlika su geometrijski nizovi, oba s kvocijentom 3.

Literatura

Autodesk (1997): AutoCAD Map, Release 2, User's Guide.

Chang, Kang-Tsun (1974): An Instructional Computer Program on Statistical Class Intervals, The Canadian Cartographer, Vol. 11, No. 1, 69–77.

Coulson, M. R. C. (1987): In the Matter of Class Intervals for Choropleth Maps: With Particular Reference to the Work of George F Jenks, Cartographica, Vol. 24, No. 2, 16–39

Cromley, R. G. (1995): Classed Versus Unclassed Choropleth Maps: A Question of How Many Classes, Cartographica, Vol. 32, No. 4, 15-27.

Frančula, N. (1981): Primjena kompjutora u izradi karata SR Hrvatske, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zbornik radova, Niz D, Svezak 2.

Frančula, N. (1996): Digitalna kartografija, Sveučilište u Zagrebu, Geodetski fakultet, Zagreb.

Frančula, N. (1999): Digitalna kartografija, 2. prošireno izdanje, Sveučilište u Zagrebu, Geodetski fakultet, Zagreb.

Jenks, G. F., Coulson, M. R. C. (1963): Class Intervals for Statistical Maps, Internationales Jahrbuch für Kartographie, III, 119-134.

Kishimoto, H. (1972): Ein Beitrag zur Klassenbildung in statistischer Kartographie unter besonderer Berücksichtigung der maschinellen Herstellung von Choroplethenkarten, Kartographische Nachrichten, Vol. 22, No. 6, 224-259.

Kosek, M. (1989): Kompjutorski podržana izrada tematskih karata, magistarski rad, Sveučilište u Zagrebu, Geodetski fakultet, Zagreb.

Lovrić, P. (1988): Opća kartografija, SNL, Zagreb.

Menke, K. (1981): Bemerkungen zu Prinzipien der Klassenteilung in der thematischen Kartographie und Vorstellung eines EDV-gestützten Verfahrens, Kartographische Nachrichten, Vol. 31, No. 4, 139-149.

Paslawski, J. (1984): In Search of a General Idea of Class Selection for Choropleth Maps, International Yearbook of Cartography, XXIV, 159-171.

Robinson, A. H. (1969): Elements of Cartography, 3. izdanje, John Wiley & Sons, New York.

Robinson, A. H., Morrison, J. L., Muehrcke, Ph. C., Kimerling, A. J., Guptill. S. C. (1995): Elements of Cartography, 6. izdanje, John Wiley & Sons, New York.

Determination of Class Intervals by Using Arithmetic and Geometric Progression

ABSTRACT. The paper noticed that the known formulas based on the methods of arithmetic and geometric progression in determining the class intervals gives only one of infinitely many possible solutions. The problem of determination of class intervals by using arihtmetic and geometric progression is stated and solved in its most general form, unknown up to date. It is shown that the equal intervals method is not a special method, while it can be interpreted as a special case of the arithmetic or geometric progression method. Furthermore, the relationships between the sequence of class borders and the sequence of class intervals are established in applying the arithmetic and geometric progression method. All theoretical derivations are illustrated with the appropriate numerical examples.

Key words: class intervals, arithmetic progression, geometric progression

Primljeno: 1999-02-23