

# POVRŠINA REPUBLIKE HRVATSKE

Miljenko Lapaine, Nedjeljko Frančula, Nada Vučetić, Zagreb

*Mr. sc. Miljenko Lapaine  
Sveučilište u Zagrebu  
Geodetski fakultet*



*Prof. dr. sc. Nedjeljko Frančula  
Sveučilište u Zagrebu  
Geodetski fakultet*



*Nada Vučetić, dipl. inž.  
Sveučilište u Zagrebu  
Geodetski fakultet*



**SAŽETAK.** Daje se pregled teorijskih i praktičnih saznanja o određivanju površine Republike Hrvatske na Geodetskom fakultetu Sveučilišta u Zagrebu.

## 1. UVOD

Prema objavljenim podacima [1, 2, 18, 20, 21, 22, 25] površina kopnenog dijela Hrvatske jednaka je 56538 km<sup>2</sup>. Mogu se, međutim, naći i drugačije numeričke vrijednosti [8,9]. Zajednička je karakteristika za sve spomenute publikacije da se u njima ne spominje izvor iz kojeg su podaci preuzeti niti opis postupka određivanja površine.

## 2. ODREĐIVANJE POVRŠINE NA TEMELJU KOORDINATA

Geometrijska metoda određivanja koordinata teritorijalnih jedinica u obliku poligona sastoji se u razlaganju poligona u jednostavnije geometrijske likove kao što su, primjerice, trokuti ili četverokuti. Mjereći odgovarajuće elemente tih likova i primjenjujući poznate matematičke formule, mogu se izračunati površine pojedinih likova, a njihov zbroj će onda dati ukupnu površinu poligona.

Herring i Freeman [10] predložili su automatizaciju geometrijske metode pri čemu se poligoni razlažu na trokutove, a površina svakog trokuta računa se primjenom poznate formule: stranica puta

visina kroz dva. Uzevši u obzir da kod spomenutog postupka autori rabe digitalizator koji daje koordinate digitaliziranih točaka, jasno je da oni ne mogu izravno primijeniti citiranu formulu. Prije toga moraju izračunati duljinu stranice i duljinu odgovarajuće visine trokuta. Dakle, postupak se nepotrebno komplicira. Začudujuće je da je tako nespretna metoda uopće bila predložena (tamo je također priložen i listing programa na četiri stranice), kad su odavno poznate formule za računanje površine poligona  $P$  izravno iz koordinata vrhova.

Manje je, međutim, poznato da postoji velik broj takvih formula:

$$2P = \sum (y_{i+1} - y_i) (x_{i+1} + x_i) \quad (1)$$

$$2P = \sum (x_i - x_{i+1}) (y_i + y_{i+1}) \quad (2)$$

$$2P = \sum x_i (y_{i+1} - y_{i-1}) \quad (3)$$

$$2P = \sum y_i (x_{i-1} - x_{i+1}) \quad (4)$$

$$2P = \sum (x_i y_{i+1} - y_i x_{i+1}) \quad (5)$$

$$2P = \sum (x_i \Delta y_i - y_i \Delta x_i) \quad (6)$$

$$2P = \sum x_i (\Delta y_i + \Delta y_{i-1}) \quad (7)$$

$$2P = -\sum y_i (\Delta x_i + \Delta x_{i-1}) \quad (8)$$

$$2P = \sum (\Delta y_i \Delta x_i + 2x_i \Delta y_i) \quad (9)$$

$$2P = -\sum (\Delta y_i \Delta x_i + 2y_i \Delta x_i) \quad (10)$$

Svaka od formula ima onoliko članova koliko poligon ima vrhova. Koordinatne razlike su uvedene s

$$\Delta x_i = x_{i+1} - x_i, \quad \Delta y_i = y_{i+1} - y_i. \quad (11)$$

Obilazeći poligon u smjeru suprotnom od smjera kazaljke na satu, sve formule (1)-(10) dat će pozitivnu vrijednost površine.

Često se smatra da ako su površine  $P$  izračunate po dvjema formulama, primjerice (1) i (2), međusobno jednake, onda je površina određena točno. Ipak, izračunate vrijednosti mogu biti međusobno jednake i u slučajevima kod kojih u račun ulaze pogrešne koordinate [15]. Odatle možemo zaključiti da posebnu pozornost treba pokloniti provjeri koordinata kao ulaznih podataka u postupak računanja.

S razvojem računalna metoda određivanja površina na temelju koordinata postala je još važnija jer omogućava određivanje površina ekstremno nepravilnih likova, a koordinate rubnih točaka moguće je dobiti izravno pomoću digitalizacije. Učinkovita i brza, to je sada najčešće korištena metoda u uredima koji imaju odgovarajuće digitalizatore [17].

### 3. DIGITALIZACIJA

Vlastiti je program izrađen za digitalizaciju preciznim velikim digitalizatorom CALCOMP 9100. Program je namijenjen za digitalizaciju pojedinih točaka s odgovarajućim atributima, kao i digitalizaciju izohipsi ili graničnih crta teritorijalnih jedinica. Prva iskustva u digitalizaciji opisali smo u jednom prethodnom radu [7].

Na Geodetskom fakultetu digitalizirana je granica Republike Hrvatske, obalna crta, otoci i granice općina. Digitalizacija je izvedena pomoću digitalizatora CALCOMP 9100 i vlastitog programa DIGIT, i pritom je digitalizirano oko 19000 točaka. Zbog podjele općine Split u tri nove općine, i činjenice da su neke granice i neki otoci ispušteni u prvoj digitalizaciji, to je naknadno napravljeno.

Karta hrvatskih općina u mjerilu 1 : 1 000 000 izrađena je 1979. u Zavodu za kartografiju Geodetskog fakulteta u Gauß-Krügerovoj projekciji sa srednjim meridijanom 16°30'. Tu je kartografsku projekciju za područje Hrvatske predložio Francula [3, 4]. Da bi se smanjile linearne deformacije uvedeno je linearno mjerilo 0.9997 na srednjem meridijanu. Zbog toga su najveće linearne deformacije na najudaljenijim meridijanima oko 40 cm na kilometar, što na udaljenosti od 500 km iznosi oko 150-200 m ili 0.15-0.20 mm u mjerilu 1 : 1 000 000. Deformacije površina u tom slučaju iznose od -0.06% na srednjem meridijanu do oko 0.08% na vanjskim meridijanima. Očito je da su deformacije duljina i površina praktički nezamjetljive na cijelom teritoriju, tj. deformacije ostaju unutar granica geometrijske točnosti karte.

### 4. TRANSFORMACIJA KOORDINATA

Pri svakoj transformaciji koordinata razlikujemo određivanje parametara transformacije i transformaciju pojedinih točaka. Parametri transformacije mogu se odrediti na različite načine. Ukoliko imamo nekoliko točaka s poznatim koordinatama u oba koordinatna sustava, najčešće se primjenjuje metoda najmanjih kvadrata. Mi također primjenjujemo tu metodu pri određivanju parametara afine ili Helmetrove transformacije iz lokalnog sustava digitalizatora u koordinatni sustav Gauß-Krügerove projekcije. Nepoznati su parametri procijenjeni na temelju većeg broja pridruženih točaka (presjeci meridijana i paralela).

### 5. PROCJENA TOČNOSTI DIGITALIZIRANIH TOČAKA

Pogreške koje se pojavljuju u postupku digitalizacije mogu se podijeliti na:

- 1) pogreške izvora podataka
- 2) pogreške digitalizatora
- 3) pogreške navođenja
- 4) pogreške metode digitalizacije.

Rezultat svih pojedinih pogrešaka određuje apsolutnu ili vanjsku točnost digitalizacije. Ukoliko ne možemo ispitati utjecaj pojedinih pogrešaka, moramo se domisliti kako napraviti procjenu točnosti na neki drugi način.

Na primjer, kad bismo imali par teorijski identičnih točaka, od kojih bi jedna imala bespogrešne koordinate, dok bi druga točka imala koordinate dobivene digitalizacijom, tada bi razlika spomenutih koordinata bila stvarna pogreška. Na temelju većeg broja takvih odstupanja mogli bismo reći nešto o kvaliteti digitalizacije.

Tu je, međutim, obično problem jer nemamo točaka s teorijskim koordinatama uzduž digitaliziranih linijskih elemenata (državna granica, obalna linija, otoci itd.). Takve se točke ipak mogu odrediti na način sličan onom primijenjenom na Geodetskom fakultetu u Zagrebu u okviru određivanja presjeka zračnih koridora s državnom granicom [16, 13, 6, 12].



## 6. RAČUNANJE POVRŠINE UZ PROCJENU TOČNOSTI

Pod teritorijalnom jedinicom podrazumijevamo dio zemljišta ili mora omeđen graničnom crtom koja je zatvorena, tj. koja počinje i završava u istoj točki. Površina teritorijalne jedinice je površina njezine projekcije na referentni, u našem slučaju, Besselov elipsoid. Pretpostavimo li da je Gauß-Krügerova projekcija teritorijalne jedinice zatvoreni ravninski poligon, tada možemo izračunati njeovu površinu primjenom formule [23]:

$$P = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (y_{i+1} - y_i) (x_{i+1} + x_i) / p_i \quad (12)$$

gdje su  $x_i, y_i$  kartezijeve koordinate vrhova poligona ( $x_1 = x_n, y_1 = y_n$ ), i  $p_i$  faktor korekcije zbog kartografske projekcije.

Procjena točnosti izračunate površine po formuli (12) uz  $p_i \approx 1$  može se odrediti na temelju izraza [19]:

$$m_p^2 = \frac{1}{8} m_T^2 \sum_{i=1}^n [(y_{i+1} - y_{i-1})^2 + (x_{i+1} + x_{i-1})^2] \quad (13)$$

gdje je  $m_T$  srednja pogreška pojedine točke. Pritom pretpostavljamo da koordinate nisu korelirane i da su srednje pogreške apscisa i ordinata međusobno jednake.

## 7. REZULTATI DOBIVENI NA TEMELJU DIGITALIZACIJE KARTE U MJERILU 1 : 1 000 000

Primjenom formule (12) izračunali smo površine 90 najvećih hrvatskih otoka i 94 teritorijalne jedinice kopnenog dijela Hrvatske. Dobivene konačne vrijednosti površina općina objavljene su u [5]. Da bi se dobio bolji uvid u deformacije zbog projekcije, površine su izračunate bez korekcija ( $p = 1$ ) i s korekcijama. Apsolutna vrijednost najveće relativne pogreške izračunate površine sa i bez korekcije iznosi oko 0.1 %. Ukupna površina kopnenog dijela Republike Hrvatske izračunata je kao zbroj svih površina općina i iznosi 56488 km<sup>2</sup>. To je za 50 km<sup>2</sup> manje od najčešće citirane vrijednosti.

U radu [14] dan je pregled dobivene procjene točnosti za površine otoka i kopnenog dijela Hrvatske na temelju srednje pogreške točaka koje pripadaju graničnim crtama. Srednja pogreška ukupne površine kopnenog dijela Hrvatske je oko 13 km<sup>2</sup>.

Zanimljivo je da otoci Krk i Cres imaju približno podjednaku površinu, te da nema znanstvenog argumenta za tvrdnju da je Krk naš najveći otok. Naši su rezultati u skladu s nedavnim istraživanjima drugih autora [24, 11].

### NAPOMENA

Numeričke vrijednosti navedene u ovome radu nisu za službenu upotrebu.

### LITERATURA

- [1] Atlas svijeta (1974): Jugoslavenski leksikografski zavod, 5. izdanje, Zagreb.
- [2] Enciklopedija Leksikografskog zavoda (1958): knjiga 3, Leksikografski zavod, Zagreb.
- [3] Frančula, N. (1973): Matematička osnova i numerički postupci u izradi karata SR Hrvatske mjerila 1 : 1 000 000. Savjetovanje Kartografija u prostornom planiranju, Ljubljana 1973, A4/1-9.

- [4] Frančula, N. (1981): Primjena kompjutera u izradi karata SR Hrvatske, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb 1981, Zbornik radova, Niz D, Svezak 2.
- [5] Frančula, N., Lapaine, M., Vučetić, N. (1993): Površina Republike Hrvatske na temelju digitaliziranih granica općina. 38th Annual Conference KoREMA, Zagreb 1993, Proceedings 372-375.
- [6] Frančula, N., Lapaine, M., Vučetić, N. (1994): Procjena srednjih pogrešaka koordinata digitaliziranih točaka. 39th Annual Conference KoREMA, Zagreb 1994, Proceedings 242-245.
- [7] Frančula, N., Lapaine, M., Vučetić, N., Žic-Nejašmić, M. (1991): Digitalizacija. Zbornik radova savjetovanja Nove tehnologije u geodeziji, SGIGJ, Neum 1991, 115-126.
- [8] Geografski atlas i statističko geografski pregled svijeta (1951): Seljačka sloga, Zagreb.
- [9] Geografski atlas i statističko geografski pregled svijeta (1956): 5. prošireno izdanje, Seljačka sloga, Zagreb.
- [10] Herring, B. E., Freeman, M. L. (1985): Areal Calculations Using an Accoustical Digitizer Mini-computer System. Surveying and Mapping, Vol.45, No.4, 319-330.
- [11] Krivičić, I. (1993): O površinama otoka Cresa i Krka. Geodetski list 1993, 4, 370-372.
- [12] Lapaine, M., Frančula, N. (1995): Novo određivanje presjeka zrakoplovnih koridora s državnim granicom između Republike Slovenije i Republike Hrvatske. Sveučilište u Zagrebu, Geodetski fakultet.
- [13] Lapaine, M., Frančula, N., Lovrić, P. (1993): Presjeci zrakoplovnih koridora s državnim granicama. Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu.
- [14] Lapaine, M., Frančula, N., Vučetić, N. (1994): Procjena točnosti površina određenih na temelju digitaliziranih granica. 39th Annual Conference KoREMA, Zagreb 1994, Proceedings 246-249.
- [15] Larčenko, E. G. (1988): O nadežnosti vyčislenija ploščadej zemel'nyh učastkov. Geodezija i kartografija 1988, 6, 20-21.
- [16] Lovrić, P., Frančula, N., Lapaine, M., Babić, B. (1992): Određivanje točaka presjeka zrakoplovnih koridora s državnim granicama Republike Hrvatske i Republike Bosne i Hercegovine. Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu.
- [17] Maling, D. H. (1989): Measurements from Maps. Pergamon Press, Oxford, New York, Beijing, Frankfurt, São Paulo, Sydney, Tokyo, Toronto.
- [18] Mardešić, P., Dugački, Z. (urednici, 1961): Geografski atlas Jugoslavije, Znanje, Zagreb.
- [19] Maslov, A. V. (1955): Sposobi i točnost' opredelenija ploščadej. Moskva.
- [20] Roglić, J. (1960): Hrvatska, Opći podaci. U: Enciklopedija Jugoslavije, knjiga 4, Leksikografski zavod, Zagreb 1960.
- [21] Rubić, I., Petrović, R., Medarić, J. (1958): Geografija svijeta, knjiga druga, Južna Evropa, Sovjetski Savez. Zagreb.
- [22] Statistički godišnjak SR Hrvatske (1986): Republički zavod za statistiku, Zagreb.
- [23] Štemberger, D. (1992): Računanje površine lika proizvoljnog oblika na elipsoidu. Geodetski list 1992, 3, 301-313.
- [24] Štemberger, D. (1993): Recenzija članka Frančula, N., Lapaine, M., Vučetić, N.: Površina Republike Hrvatske na temelju digitaliziranih granica općina.
- [25] Veliki geografski atlas Jugoslavije (1987): Sveučilišna naklada Liber, Zagreb.