

## UTJECAJ POPRAVAKA MJERILA NIVELMANSKIH LETAVA NA TOČNOST II NVT

Nevio ROŽIĆ – Zagreb<sup>1</sup>

*SAŽETAK. Obavljeno je ispitivanje utjecaja pogrešaka mjerila nivelmanskih letava na točnost mjerenja Drugog nivelmana visoke točnosti – II NVT – za područje Hrvatske, Bosne i Hercegovine, Slovenije, Crne Gore i Vojvodine. I pored teorijskih očekivanja, popravci mjerila nisu znatnije pridonijeli povećanju točnosti mjerenja te bi se i bez njihova određivanja podaci II NVT mogli upotrijebiti za rješavanje praktičnih zadataka, iako bi takav postupak bio suprotan stručnim i znanstvenim načelima obrade nivelmanskih mjerenja. Analizom popravaka mjerila utvrđena je međusobna ovisnost dijagrama ukupnih nesuglasica i upotrijebljenih parova nivelmanskih letava, te pojava kompenzacije sistematskih pogrešaka u nivelmanskim vlakovima. Utvrđen je, također, nelogičan odnos nesuglasica zatvaranja nivelmanskih poligona određenih s popravcima mjerila letova i bez njih.*

### 1. UVOD

Visinski sustav Republike Hrvatske, definiran 1992., (Klak i dr. 1992) temelji se na mjerenjima Drugog nivelmana visoke točnosti – II NVT koja su obavljena u razdoblju od 1970. do 1973. na području Hrvatske, Bosne i Hercegovine, Slovenije, Vojvodine i Crne Gore te čine okosnicu tog sustava. U navedenom su opsegu mjerenja II NVT jedinstveno i cjelovito obrađena na Geodetskom fakultetu Sveučilišta u Zagrebu, a podaci mjerenja, primarne računске obrade, nekih analiza točnosti i preliminarnih izjednačenja objavljeni su u nizu posebnih publikacija Geodetskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu (Klak i dr. 1987). Objavljen je, također, i određeni broj manjih pogrešaka uočenih u primarnoj obradi podataka mjerenja (Feil i dr. 1992), kao i podaci izjednačenja, odnosno revizije mjerenja geometrijskog nivelmana nižih redova (preciznog nivelmana, gradskog nivelmana, tehničkog nivelmana povećane točnosti, tehničkog nivelmana) dobiveni njihovim uvrštenjem u okosnicu II NVT (Klak i dr. 1994, Klak i dr. 1994a, Klak i dr. 1995a, Klak i dr. 1995b).

Kao sustav visina za Republiku je Hrvatsku usvojen sustav normalnih ortometrijskih (sferoidnih) visina u suglasju s Geodetskim sustavom iz 1967, a zbog nepostojanja ocijenjene, verificirane i službeno prihvaćene gravimetrijske mreže.

<sup>1</sup> Doc. dr. sc. Nevio Rožić, dipl. ing., Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, 10 000 Zagreb, Kačićeva 26. E-mail: Nevio.Rozic@public.srce.hr

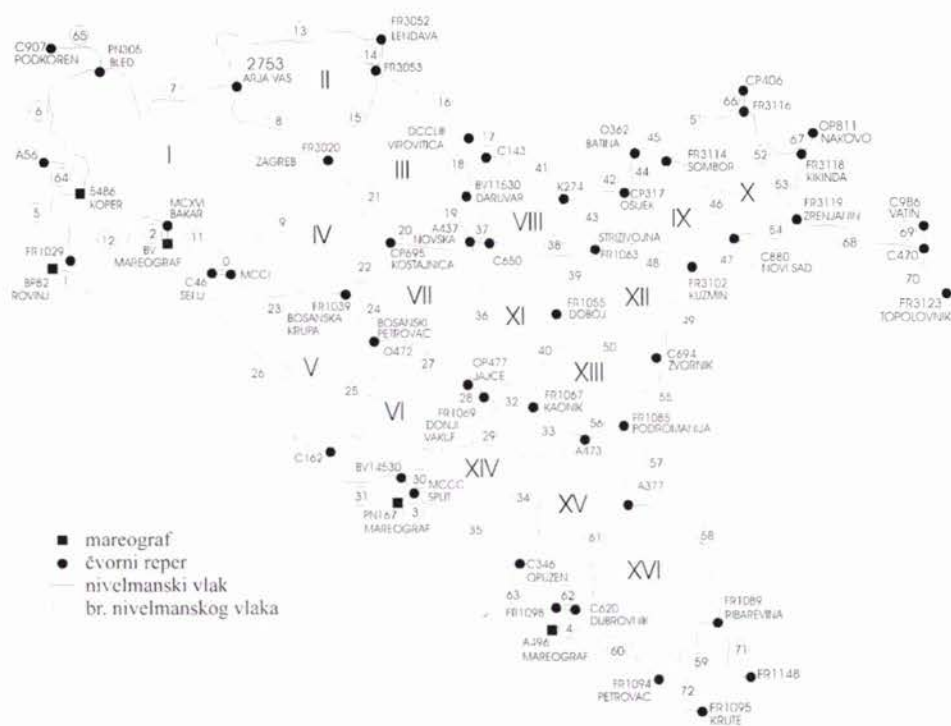
Tablica 1. Temeljni podaci o II NVT

<b>1. Opći podaci</b>	
Područje obuhvaćeno s II NVT	Hrvatska, Bosna i Hercegovina, Crna Gora, Slovenija, Vojvodina
Klasifikacija nivelmana	Nivelman visoke točnosti
Izvođači	Geodetski zavod Novi Sad, Geodetski zavod Sarajevo, Geopremer Beograd, Vojnogeoграфski institut Beograd, Zavod za fotogrametriju Beograd, Zavod za fotogrametriju Zagreb
Razdoblje izmjere	1970 - 1973. godina
<b>2. Podaci o nivelmanskim stranama, vlakovima, poligonima i mreži</b>	
Broj nivelmanskih strana	7558
Broj nivelmanskih vlakova	72
Broj nivelmanskih poligona	16
Broj mareografa	5
Broj temeljnih repera	6
Broj slijepih nivelmanskih vlakova	9
Ukupni broj stajališta	225871
Ukupna duljina nivelmanskih vlakova	6060.66 km
Srednja duljina nivelmanske strane	0.80 km
Srednja duljina nivelmanskog vlaka	84.18 km
Srednji opseg nivelmanskog poligona	529.53 km
<b>3. Metode i postupci mjerenja</b>	
Metoda mjerenja	Dvostruka mjerenja
Kriterij dopuštenih odstupanja $\Delta$	$\Delta = \pm 2 \sqrt{R}$ , (R -duljina nivelmanske strane u km, $\Delta$ u mm)
Instrumenti	WILD N3, kruti nivelmanski stativ, WILD invarne centimetarske nivelmanske letve
Pribor	Originalni podupirači nivelmanskih letava, nivelmanski klinovi
Redoslijed čitanja nivelmanskih letava na stajalištu	Prvi smjer: neparna stajališta $Z_1, P_1, Z_{22}$ , parna stajališta $P_1, Z_1, Z_2, P_2$ Drugi smjer: neparna stajališta $P_2, Z_2, Z_2, P_2$ , parna stajališta $Z_1, P_1, Z_2$
Način mjerenja duljina	Mjerenje vrpcom (provjera: optički daljinomjer)
Dopuštena razlika duljina vizura	0.30 m
Minimalna visina vizure iznad tla	0.60 m
<b>4. Primarna obrada podataka</b>	
Visinski sustav	Sustav normalnih ortometrijskih visina
Ortometrijski popravci	Normalni ortometrijski popravci (Geodetski sustav 1967)
Popravci mjerila letava	Popravci za srednji metar računati prema srednjem pravcu na temelju svih komparacija nivelmanskih letava
Epoha	1.7.1971. (1971.5)
Datum mreže	Srednja razina mora na temelju mareografa: Koper, Rovinj, Bakar, Split, Dubrovnik iz punog razdoblja mjerenja od 18.6 godina

<sup>2</sup> $Z_1$  i  $Z_2$  – čitanja lijeve i desne podjele zadnje letve na stajalištu,  $P_1$  i  $P_2$  – čitanje lijeve i desne podjele prednje letve na stajalištu.

Visinski je sustav definiran za epohu 1. 7. 1971. (1971.5) s ishodištem koordinatnog sustava određenim srednjim razinama mora na temelju mjerenja na pet mareografa duž obale Jadrana (Koper, Rovinj, Bakar, Split i Dubrovnik). Ishodište visinskog sustava na kopnenom dijelu teritorija fiksirano je sa šest posebno stabiliziranih temeljnih repera na geološki stabilnom području (Brajkovići, Knin, Koprivnica, Kostajnica, Otočac i Strizivojna). Visinski je sustav definiran prema konceptu skupine autora s Geodetskog fakulteta (Feil i dr. 1993, Feil i dr. 1993a, Klak i dr. 1995) nakon stjecanja suverenosti Hrvatske.

Temeljni opći podaci, podaci o broju nivelmanskih strana, vlakova i figura, o metodama i postupcima mjerenja, kao i primarnoj obradi podataka mjerenja navedeni su u tablici 1, a skica mreže II NVT na sl. 1. U tablicu nisu uključeni podaci mikronivelmanskih mreža smještenih oko fundamentalnih repera.



Slika 1. Mreža II NVT na području Hrvatske, Bosne i Hercegovine, Slovenije, Vojvodine i Crne Gore

Temeljne su karakteristike svakoga koordinatnog sustava, pa tako i koordinatnog visinskog sustava Republike Hrvatske, položaj njegova ishodišta, visinske osi i mjerilo. U visinskom je sustavu Republike Hrvatske položaj ishodišta definiran već spomenutim fizikalnim mjerenjima razine mora na mareografima, usmjerenje je koordinatne osi definirano smjerom ubrzanja sile teže, a mjerilo je određeno mjerilom podjela nivelmanskih letava kojima su obavljena mjerenja visinskih razlika.

U pogledu mjerila trebaju biti zadovoljena dva važna uvjeta. Mjerilo duž čitave visinske koordinatne osi mora biti konstantno i istodobno stvarno mjerilo mora biti jednako nominalnom mjerilu (metar mjerene visinske razlike mora biti jednak nominalnom metru). Ispunjenje navedenih uvjeta, u načelnom i teorijskom smislu, jednostavno je zbog poznatog uzroka i definirane matematičke zakonitosti nepodudaranja između stvarnog i nominalnog mjerila. Naime, zakonitost djelovanja sistematskih pogrešaka mjerila nivelmanskih letava u geometrijskom je nivelmanu dobro poznata (Čubranić 1974, Pelzer 1983). Nepodudarnost stvarnog i nominalnog mjerila uklanja se računanjem odgovarajućih popravaka mjerila nivelmanskih letava. Popravci se računaju na temelju podataka komparacije nivelmanskih letava posebnim postupcima i uređajima u odnosu na normalni metar. U našem slučaju on je materijaliziran etalonom s poznatom duljinom koja je određena pripadnom jednadžbom duljine i navedena u certifikatu normalnog metra.

## 2. POPRAVCI MJERILA NIVELMANSKIH LETAVA U II NVT

Računanje popravaka mjerila nivelmanskih letava obavljeno je i za mjerenja II NVT. Čitanja nivelmanskih letava popravljena su popravcima za srednji metar podjele letava koji su računani na temelju srednjih pravaca određenih iz podataka komparacija svih nivelmanskih letava upotrijebljenih u mjerenjima (Klak i dr. 1983). Komparacija letava za mjerenja II NVT obavljena je normalnim metrom – »ženevskim linirom« br. 810 izrađenim od invara. Letve su komparirane u horizontalnom položaju, bez komparacije prvog i posljednjeg decimetra podjele, i to u pravilu prije i nakon svake terenske sezone mjerenja. Vidljivo je (tablica 1) da su se za mjerenja upotrebljavale odgovarajuće WILD-ove invarne centimetarske letve, duljine 3 m, s dvostrukim podjelama što su primjerene nivelmanu visoke točnosti.

Obrada podataka komparacije upozorila je i na određene probleme, nelogičnosti i pogreške pri komparaciji (Klak i Bilajbegović 1981, Klak i dr. 1983). Počevši od nelogičnosti podataka komparacije normalnog metra – »ženevskog linira« br. 810 što se ogledaju u različitostima jednadžbi za određivanje njegove duljine, dobivenih komparacijama u različitim vremenskim epohama, pa do nelogičnosti nekih podataka komparacije pojedinih nivelmanskih letava. Te su nelogičnosti pravodobno uočene, u mogućoj mjeri uklonjene i izračunani su popravci mjerila nivelmanskih letava. Oni su objavljeni zajedno sa svim podacim mjerenja i primarne računске obrade u već spomenutim publikacijama Geodetskog fakulteta (Klak i dr. 1987, Feil i 1992). Na temelju prethodne činjenice može se pretpostaviti da je mjerilo visinskog sustava Republike Hrvatske jedinstveno duž čitave visinske osi i da stvari metar odgovara nominalnom metru, tj. da je iz mjerenja II NVT isključen utjecaj sistematskih pogrešaka mjerila nivelmanskih letava.

Bez obzira na tu pretpostavku, koja je svakako u teorijskom smislu u potpunosti utemeljena, prijeko je potrebno odgovarajućim analizama empirijskih rezultata utvrditi je li uvođenjem popravaka mjerila nivelmanskih letava, u konkretnom slučaju za mjerenja II NVT, uistinu uklonjen sistematski utjecaj pogrešaka mjerila nivelmanskih letava, a time i smanjen ukupni utjecaj sistematskih pogrešaka, odnosno da li se uvođenje tih popravaka primjereno odrazilo na povećanje točnosti mjerenja.

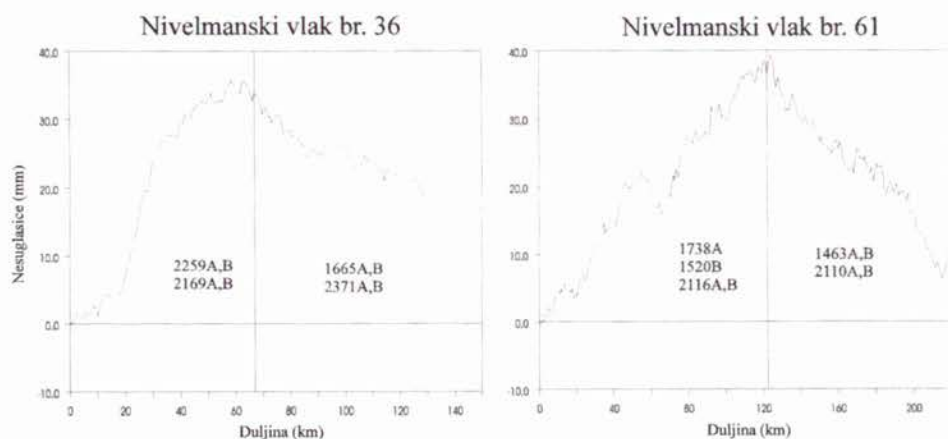
Treba naglasiti i činjenicu da je bez obzira na načelnu teorijsku jednostavnost određivanja popravaka mjerila nivelmanskih letava u praktičnom smislu taj zada-

tak veoma složen, osjetljiv i računski opsežan. Uzroci su tome velik broj nivelmanskih letava (ukupno 93 nivelmanske letve u II NVT), velik broj podataka komparacije i mjerenja (ukupno 225 871 stajališta nivelira) bez detaljnijeg ulaganja u postupke, odnosno kvalitetu komparacije.

### 3. ODNOS PAROVA NIVELMANSKIH LETAVA I DIJAGRAMA UKUPNIH NESUGLASICA NIVELMANSKIH VLAKOVA

Klasičan postupak koji daje uvid u prirast sistematskih pogrešaka u pojedinim nivelmanskim vlakovima geometrijskog nivelmana su dijagrami ukupnih nesuglasica. Zato su za sve nivelmanske vlakove II NVT (72 nivelmanska vlaka) izrađeni dijagrami ukupnih nesuglasica (Rožić 1995) na temelju dvostrukih mjerenja nivelmanskih strana s uključenim popravcima mjerila letava i normalnim ortometrijskim popravcima. Zbog pomanjkanja odgovarajućih podataka nije bilo moguće mjerenja popraviti za utjecaje drugih sistematskih pogrešaka koje u većoj mjeri kvare točnost mjerenja, kao što su npr. utjecaj nivelacijske refrakcije i utjecaj popuštanja stativa i podmetača letava. Može se s razlogom pretpostaviti da su dijagrami ukupnih nesuglasica i njihov sistematski trend, s obzirom na uvedene popravke mjerila nivelmanskih letava, neovisni od parova nivelmanskih letava upotrijebljenih pri niveliranju tih vlakova.

Međutim, nakon međusobne usporedbe i analize dijagrama nesuglasica i upotrijebljenih parova nivelmanskih letava pokazalo se da u znatnom broju vlakova II NVT, poglavito vlakova primjerenih duljina (od oko 100 i više km), postoji signifikantna koreliranost između sistematskih trendova dijagrama i promjena parova upotrijebljenih nivelmanskih letava. Dijagrami izrazito mijenjaju svoj dobro izraženi sistematski trend na onim stacionažama trase niveliranja koje se podudaraju s promjenama parova letava upotrijebljenih u mjerenjima. Promjena nivelmanskih letava podudara se s točkama loma dijagrama ukupnih nesuglasica, odnosno s točkama u kojima dolazi do promjene njegova temeljnog trenda. To se zorno pokazuje na primjeru vlakova br. 36 i 61, sl. 2.



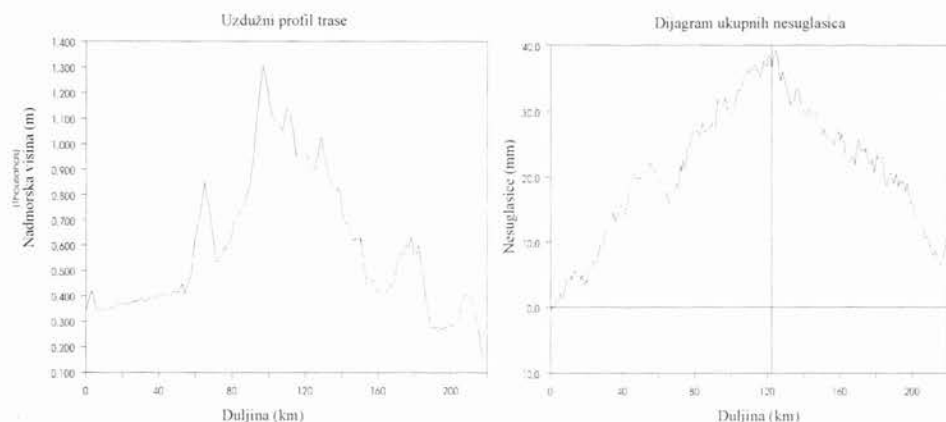
Slika 2. Odnos parova nivelmanskih letava i dijagrama ukupnih nesuglasica

Na sl. 2. može se uočiti da se trend prirasta sistematskih pogrešaka u tim vlakovima nedovmsmisleno podudara s promjenom parova nivelmanskih letava upotrijebljenih za niveliranje njihovih pojedinih odsječaka. Podjedanka se situacija, u nešto blažoj, ali ipak dobro izraženoj formi javlja u 17 nivelmanskih vlakova (br.: 7, 9, 13, 15, 18, 19, 21, 25, 26, 34, 36, 38, 49, 54, 61, 68 i 71) od ukupno 72 u mreži. To je znatan broj vlakova s obzirom na činjenicu da je jedan dio od ukupno 72 vlaka u mreži relativno manjih duljina, pa se zbog toga na njihovim dijagramima ukupnih nesuglasica ne može jasno uočiti prirast sistematskih pogrešaka, dok je dio vlakova mjereno istim parom nivelmanskih letava u cijeloj duljini, pa se glede uvedenih popravaka mjerila nivelmanskih letava ne može analizirati korelacija između sistematskog trenda dijagrama i nivelmanskih letava.

Na temelju prethodne analize može se zaključiti da u znatnom broju nivelmanskih vlakova II NVT (ukupno 17) primjerenih duljina postoji korelacija između promjene sistematskog trenda dijagrama ukupnih nesuglasica s promjenom parova nivelmanskih letava. Taj zaključak upućuje na pretpostavku da su bez obzira na uvedene popravke mjerila nivelmanskih letava u mjerenjima još uvijek vjerojatno prisutni preostali dijelovi tog sistematskog utjecaja.

Utemeljenje te pretpostavke otežavaju dvije činjenice. Naime, zbog opsega dostupnih i raspoloživih podataka za II NVT više nije moguće ustanoviti jesu li pojedine nivelmanske vlakove mjerila samo dvojica stručnjaka, bez obzira na promjenu više parova nivelmanskih letava ili su, što je realnije, pojedini par nivelmanskih letava kao i pripadni instrumentarij upotrebljavali uvijek isti stručnjaci. U slučaju da su mjerenja obavljala samo dvojica stručnjaka, ali s većim brojem parova nivelmanskih letava, podudaranja sistematskih trendova dijagrama ukupnih nesuglasica s promjenama parova nivelmanskih letava ne bi se mogla tumačiti kao posljedica sistematskih pogrešaka stručnjaka, odnosno instrumentarija. Dodatno u jednom dijelu od tih 17 nivelmanskih vlakova istodobno postoji i izrazito visoka razina koreliranosti dijagrama ukupnih nesuglasica s uzdužnim profilima trasa niveliranja. Takav je slučaj npr. s nivelmanskim vlakom br. 61, sl. 3, gdje je razina podudarnosti uzdužnog profila trase vlaka i dijagrama ukupnih nesuglasica veoma dobro izražena.

### Nivelmanski vlak br. 61



Slika 3. Podudarnost uzdužnog profila trase niveliranja i dijagrama ukupnih nesuglasica

U takvom slučaju je vrlo teško objasniti je li sistematski trend dijagrama nesuglasica posljedica preostalih pogrešaka mjerila nivelmanskih letava ili je posljedica nekih drugih sistematskih pogrešaka vezanih uz veličine i predznak visinskih razlika, odnosno konfiguracije trase niveliranja nivelanskog vlaka.

Uzevši sve navedene elemente u obzir, do izražaja dolazi temeljni problem analize mjerenja i utjecaja sistematskih pogrešaka u geometrijskom nivelmanu, a to je pomanjkanje podataka i postupaka za jasno međusobno razlučivanje utjecaja bar najznačajnijih sistematskih pogrešaka koje utječu na točnost mjerenja.

#### 4. UTJECAJ POPRAVAKA MJERILA LETAVA NA NESUGLASICE NIVELMANSKIH FIGURA

Doprinos popravaka mjerila nivelmanskih letava, u skladu s teorijskim načelima, morao bi se odraziti na ukupno smanjenje sistematskih utjecaja, odnosno na povećanje točnosti mjerenja. Jedan od načina koji daje uvid u smanjenje ukupnih sistematskih utjecaja i povećanje točnosti mjerenja je analiza nesuglasica zatvaranja nivelmanskih poligona. U tom su slučaju nesuglasice zatvaranja nivelmanskih poligona računane dva puta: prvi put s mjerenjima u koja su uključeni popravci mjerila nivelmanskih letava i drugi put bez njih. U tablici 2. su za 17 zatvorenih nivelmanskih poligona mreže II NVT, u skladu sa sl. 1. uključujući obodni nivelmanski poligon, uvrštene pripadne nesuglasice poligona i njihove duljine.

Tablica 2. Nesuglasice poligona sa popravkama mjerila letava i bez njih

Redni broj	Nivelmanski poligon	Srednja duljina	Nesu- glasica s poprav. mjerila	Nesu- glasica bez poprav. mjerila
		F km	$\varphi$ mm	$\varphi$ mm
1	I	879.71	30.06	11.87
2	II	453.43	-5.14	-2.24
3	III	442.69	12.36	10.51
4	IV	459.34	-17.41	-21.30
5	V	620.28	-7.20	14.20
6	VI	583.40	-61.95	-70.89
7	VII	442.48	9.62	3.92
8	VIII	385.09	-1.09	-0.97
9	IX	432.04	-2.19	-1.44
10	X	436.61	-28.01	-27.87
11	XI	557.62	-2.05	-1.74
12	XII	429.62	-3.84	-3.83
13	XIII	453.59	-19.88	-24.05
14	XIV	615.46	21.20	24.20
15	XV	614.07	46.48	48.68
16	XVI	666.99	-59.44	-62.16
17	OBODNI	2860.73	-88.45	-103.11

Može se uočiti da se, protivno očekivanju u čak 9 od ukupno 17 nivelmanskih poligona smanjuju nesuglasice računane bez uključenih popravaka mjerila nivelmanskih letava. Djelomično se smanjuju u nivelmanskim poligonima II, III, VIII, IX, X, XI i XII, znatno u poligonima I i VII. Izrazito povećanje nesuglasice javlja se samo u poligonu V, gdje ona čak mijenja svoj predznak, a djelomično povećanje nesuglasica u poligonima VI, XIII, XIV, XV i XVI što se posljedično odražava i na nesuglasticu obodnog nivelmanskog poligona.

Na temelju nesuglasica zatvaranja nivelmanskih poligona izračunani su i odgovarajući kriteriji ocjene točnosti mjerenja (Bratten i dr. 1952), tj. referentne vjerojatne pogreške  $u_F$ , prema izrazima:

$$\begin{aligned} u'_F{}^2 &= \frac{4}{9} \frac{1}{n_F} \left[ \frac{\varphi\varphi}{F} \right], \\ u''_F{}^2 &= \frac{4}{9} \frac{[\varphi\varphi]}{[F]}, \end{aligned} \quad (1)$$

gdje su:

$\varphi$  – nesuglasice zatvaranja nivelmanskih poligona,  
 $F$  – duljine nivelmanskih poligona u km.

Na temelju nesuglasica zatvaranja nivelmanskih poligona, tablica 2, s uključenim popravcima mjerila nivelmanskih letava određene su vrijednosti

$$\begin{aligned} u'_F{}^2 &= \frac{4}{9} \frac{1}{n_F} \left[ \frac{\varphi\varphi}{F} \right] = 0.6265 \text{ mm}^2/\text{km}, \\ u''_F{}^2 &= \frac{4}{9} \frac{[\varphi\varphi]}{[F]} = 0.8054 \text{ mm}^2/\text{km}, \\ u'_F &= \sqrt{u'_F{}^2} = \pm 0.79 \text{ mm}/\sqrt{\text{km}}, \\ u''_F &= \sqrt{u''_F{}^2} = \pm 0.90 \text{ mm}/\sqrt{\text{km}}, \end{aligned} \quad (2)$$

a bez uključenih popravaka mjerila

$$\begin{aligned} u'_F{}^2 &= \frac{4}{9} \frac{1}{n_F} \left[ \frac{\varphi\varphi}{F} \right] = 0.7268 \text{ mm}^2/\text{km}, \\ u''_F{}^2 &= \frac{4}{9} \frac{[\varphi\varphi]}{[F]} = 0.9717 \text{ mm}^2/\text{km}, \\ u'_F &= \sqrt{u'_F{}^2} = \pm 0.85 \text{ mm}/\sqrt{\text{km}}, \\ u''_F &= \sqrt{u''_F{}^2} = \pm 0.99 \text{ mm}/\sqrt{\text{km}}. \end{aligned} \quad (3)$$

Iz usporedbe izraza (2) i (3) može se zaključiti da je točnost mjerenja II NVT određena s uključenim popravcima mjerila nivelmanskih letava u formalnom pogledu ipak povećana, iako je praktički to povećanje neznatno. Drugim riječima, nije se ostvarilo očekivanje da će eliminiranje tog sistematskog utjecaja znatnije pridonijeti povećanju točnosti mjerenja.



## 5. UTJECAJ POPRAVAKA MJERILA LETAVA NA REZULTATE IZJEDNAČENJA NIVELMANSKJE MREŽE

Utjecaj popravaka mjerila nivelmanskih letava na točnost mjerenja ispitan je i na temelju podataka izjednačenja mreže II NVT. Obavljena su dva klasična izjednačenja te mreže po posrednim mjerenjima (Rožić 1993), jedno s mjerenjima bez popravaka mjerila nivelmanskih letava i drugo s popravcima mjerila. Primijenjen je programski sustav za izjednačenje nivelmanskih mreža NIVEL (Rožić 1992). Težine mjerenja su određene na uobičajeni način recipročno duljinama nivelmanskih vlakova, primijenjena je metoda najmanjih kvadrata, a u oba je izjednačenja zadržana potpuno ista geometrijska konfiguracija mreže. Kao zadani (fiksni) reperi usvojeni su reperi najbliži mareografima sa zadanom nadmorskom visinom iznad srednje razine mora (Rožić 1995).

U tablicama 3 i 4 navedeni su usporedni podaci izjednačenih vrijednosti mjerenja (visinskih razlika), nadmorskih visina čvornih repera i pripadnih srednjih pogrešaka položaja i razlike tih veličina dobivene iz oba izjednačenja.

Na temelju popravaka mjerenja izračunane su i vrijednosti referentnih vjerojatnih pogrešaka mjerenja  $u_v$  prema izrazu

$$u_v = \pm \frac{2}{3} \sqrt{\frac{v^T P_{II} v}{n_f}}, \quad (4)$$

gdje je:

- $P_{II}$  – matrica težina mjerenja,
- $v$  – vektor popravaka mjerenja
- $n_f$  – broj prekobrojnih mjerenja.

U izjednačenju gdje su mjerenja popravljena popravcima mjerila nivelmanskih letava ta je pogreška

$$u_v = \pm \frac{2}{3} \sqrt{\frac{v^T P_{II} v}{n_f}} = \pm 0.79 \text{ mm}/\sqrt{\text{km}}, \quad (5)$$

a u izjednačenju gdje ti popravci nisu uvedeni jest

$$u_v = \pm \frac{2}{3} \sqrt{\frac{v^T P_{II} v}{n_f}} = \pm 0.80 \text{ mm}/\sqrt{\text{km}}. \quad (6)$$

Odnos tih referentnih vjerojatnih pogrešaka pokazuje potpunu podudarnost. Na isti se način međusobno odnose i srednje položajne pogreške, tj. srednje pogreške nepoznanica (čvornih repera), tablica 4. One su istog reda veličine, a međusobne neznatne razlike proizlaze iz faktora proporcionalnosti određenog omjerom referentnih vjerojatnih pogrešaka mjerenja iz oba izjednačenja.

Razlike su izjednačenih mjerenja male i za gotovo sve visinske razlike manje od točnosti mjerenja, tablica 3. Isto su tako i razlike izjednačenih nadmorskih visina znatno manje od pripadnih položajnih pogrešaka. Može se zaključiti, u suglasju s analizom nesuglasica nivelmanskih poligona, da popravci mjerila nivelmanskih letava u mjerenjima II NVT nisu pridonijeli povećanju točnosti i smanjenju ukupnih sistematskih utjecaja, ali nisu niti narušili točnost mjerenja. Treba upozoriti i na činjenicu da dijagrami ukupnih nesuglasica, određeni s uključenim popravcima mjerila letava pokazuju visoku razinu kompenzacije sistematskih pogrešaka. To je vrlo dobro vidljivo na sl. 2. Ako su sistematski utjecaji dijelom i posljedica preostalog utjecaja mjerila nivelmanskih letava, na razini nivelmanskih vlakova, oni se vrlo dobro kompenziraju. Ta razina kompenzacije dolazi do

Tablica 3. Usporedba izjednačenih mjerenja

Red. br.	Od repera	Do repera	Srednja duljina km	Izjednačene vis.razlike s pop.mjer. m	Izjednačene vis.razlike bez pop.mjer. m	Razlika izjednač. vis.razl. mm
1	BP82	FR1029	13.51	167.18869	167.18902	-0.33
2	BV	MCXVI	1.38	58.94323	58.94238	0.85
3	MCCC	PN167	0.18	0.08064	0.08064	0.00
4	FR1098	A496	5.53	0.67172	0.67172	0.00
5	5486	FR1029	75.47	170.14379	170.14412	-0.33
6	5486	PN305	190.59	506.00223	506.00512	-2.89
7	2753	PN305	116.50	256.22745	256.23290	-5.45
8	FR3020	2753	112.89	134.09110	134.09109	0.01
9	FR3020	MCCI	152.16	364.92234	364.92508	-2.75
10	C46	MCCI	23.61	476.54695	476.54896	-2.01
11	C46	MCXVI	56.50	55.66166	55.66263	-0.96
12	MCXVI	FR1029	152.00	110.42306	110.42424	-1.18
13	FR3052	2753	224.94	91.02112	91.02096	0.15
14	FR3052	FR3053	36.46	9.76347	9.76367	-0.20
15	FR3020	FR3053	79.15	52.83346	52.83380	-0.34
16	DCCLIII	FR3053	111.62	48.65958	48.65893	0.64
17	C143	DCCLIII	11.63	4.41964	4.41956	0.08
18	C143	BV11530	42.51	39.74188	39.74193	-0.06
19	A437	BV11530	52.39	34.79399	34.79391	0.08
20	A437	CP695	51.08	53.01004	53.00968	0.36
21	FR3020	CP695	94.32	57.71216	57.71301	-0.85
22	FR1039	CP695	63.57	18.42347	18.42307	0.40
23	FR1039	MCCI	149.29	325.63364	325.63514	-1.50
24	FR1039	O472	55.11	511.76037	511.76157	-1.20
25	C162	O472	160.18	583.35177	583.35024	1.53
26	C46	C162	232.10	79.32190	79.32515	-3.25
27	OP744	O472	108.55	288.37964	288.37986	-0.22
28	OP744	FR1069	36.58	173.04243	173.04230	0.13
29	BV14530	FR1069	191.68	542.26825	542.26775	0.50
30	MCCC	BV14530	7.38	7.75832	7.75837	-0.05
31	BV14530	C162	86.42	74.25368	74.25507	-1.39
32	FR1067	FR1069	56.05	176.21516	176.21544	-0.28
33	FR1067	A473	52.06	137.24518	137.24467	0.51
34	C346	A473	174.38	510.90630	510.90517	1.13
35	MCCC	C346	133.93	0.15030	0.15018	0.12
36	C650	OP744	141.81	261.26455	261.26526	-0.71
37	C650	A437	22.37	3.29724	3.29693	0.31
38	FR3063	C650	109.68	33.26100	33.26032	0.68
39	FR3063	FR1065	102.14	108.47834	108.47830	0.04
40	FR1065	FR1067	111.37	182.87449	182.87413	0.35
41	C143	K274	58.55	0.68107	0.68153	-0.46
42	CP317	K274	50.76	26.12608	26.12579	0.29
43	FR3063	CP317	48.83	6.16534	6.16496	0.38
44	CP317	O362	43.17	64.01441	64.01452	-0.11
45	FR3114	O362	31.31	68.85256	68.85264	-0.08
46	C880	FR3114	109.79	7.62706	7.62688	0.19
47	C880	FR3102	100.50	4.12330	4.12404	-0.74
48	FR3102	FR3063	98.44	2.17657	2.17600	0.57
49	FR3102	C694	107.81	63.03627	63.03666	-0.39
50	C694	FR1065	121.23	47.61864	47.61764	1.00
51	FR3116	FR3114	88.93	1.60329	1.60316	0.13
52	FR3118	FR3116	82.65	4.57723	4.57722	0.01
53	FR3119	FR3118	57.78	0.16692	0.16691	0.01
54	C880	FR3119	97.46	1.27963	1.27958	0.04
55	C694	FR1085	103.16	716.32331	716.32063	2.67
56	A473	FR1085	65.78	348.58500	348.58419	0.81
57	A377	FR1085	51.29	517.71982	517.71961	0.21
58	A377	FR1089	159.70	239.30592	239.30652	-0.59
59	FR1094	FR1089	175.90	481.71569	481.71525	0.44
60	FR1094	C620	112.52	33.33834	33.33892	-0.57
61	C620	A377	218.88	209.07142	209.06982	1.61
62	FR1098	C620	8.85	133.09658	133.09634	0.24
63	FR1098	C346	94.90	0.39653	0.39640	0.12

Tablica 4. Usporedba izjednačenih nepoznanica i srednjih pogrešaka položaja

Reper	Izjednač. nadmorska visina s pop.mjer. m	Srednja pogreška položaja mm	Izjednač. nadmorska visina bez pop.mjer. m	Srednja pogreška položaja mm	Razlika izjednač. nadmorsk. visina mm
FR1029	172.02639	± 3.85	172.02672	± 3.93	-0.33
PN305	507.88483	12.68	507.88772	12.94	-2.89
MCXVI	61.60333	1.37	61.60248	1.40	0.85
2753	251.65738	12.52	251.65482	12.79	2.56
C46	5.94167	7.47	5.93985	7.63	1.81
MCCI	482.48861	8.53	482.48881	8.71	-0.20
FR3052	160.63626	13.43	160.63386	13.71	2.40
FR3053	170.39973	12.31	170.39753	12.57	2.21
FR3020	117.56628	10.71	117.56373	10.94	2.55
CP695	175.27844	10.51	175.27674	10.73	1.70
FR1039	156.85497	10.22	156.85367	10.43	1.30
O472	668.61534	10.28	668.61524	10.50	0.10
C162	85.26357	8.97	85.26501	9.15	-1.44
DCCLIII	121.74016	12.37	121.73859	12.63	1.56
C143	117.32052	12.14	117.31903	12.39	1.48
BV11530	157.06239	12.13	157.06097	12.38	1.43
A437	122.26840	10.83	122.26706	11.06	1.34
K274	118.00158	12.90	118.00056	13.17	1.02
C650	118.97116	10.98	118.97013	11.21	1.03
OP744	380.23570	10.20	380.23538	10.42	0.32
FR1069	553.27814	9.75	553.27768	9.96	0.45
BV14530	11.00989	3.16	11.00994	3.23	-0.05
MCCC	3.25156	0.49	3.25156	0.50	0.00
FR3114	87.03735	14.61	87.03665	14.91	0.70
O362	155.88991	13.96	155.88929	14.25	0.62
CP317	91.87550	12.53	91.87477	12.79	0.73
FR3063	85.71016	11.70	85.70981	11.94	0.35
FR1065	194.18849	11.93	194.18811	12.18	0.38
FR1067	377.06298	10.17	377.06224	10.38	0.74
FR3116	85.43406	17.01	85.43349	17.37	0.58
FR3118	80.85683	17.65	80.85626	18.02	0.57
FR3119	80.68992	17.29	80.68936	17.66	0.56
C880	79.41029	15.05	79.40977	15.37	0.52
FR3102	83.53359	13.14	83.53381	13.42	-0.23
C694	146.56985	12.18	146.57047	12.44	-0.62
FR1085	862.89316	10.58	862.89111	10.81	2.05
A377	345.17334	10.90	345.17150	11.13	1.84
A473	514.30816	10.12	514.30692	10.33	1.24
C346	3.40186	8.16	3.40175	8.33	0.12
FR1098	3.00534	2.72	3.00534	2.77	-0.01
C620	136.10191	4.36	136.10168	4.45	0.24
FR1089	584.47926	14.12	584.47801	14.42	1.25
FR1094	102.76357	±11.80	102.76276	±12.05	0.81

izražaja pri izjednačenju nivelmanske mreže pa istovjetnost referentnih vjerojatnih pogrešaka dobivenih iz oba izjednačenja, u odnosu na nešto veću međusobnu razliku referentnih vjerojatnih pogrešaka dobivenih iz nesuglasica, ne iznenaduje.

## 6. ZAKLJUČAK

Kao temeljni nameće se zaključak da popravci mjerila nivelmanskih letava, određeni za mjerenja II NVT, nisu znatnije pridonijeli smanjenju ukupnih sistematskih utjecaja nasuprot teorijskim očekivanjima. Pokazuje se da bi i bez njihova računanja rezultati mjerenja II NVT mogli dobro poslužiti za rješavanje praktičnih zadaća, premda bi takav postupak bio u suprotnosti sa stručnim i znanstvenim načelima obrade geometrijskog nivelmana. To je zorno vidljivo iz usporednih podataka izjednačenja navedenih u tablicama 3 i 4, iz odnosa referentnih vjerojatnih pogrešaka mjerenja  $u_v$  određenih izrazima (5) i (6), te odnosa referentnih vjerojatnih pogrešaka  $u_F$  određenih izrazima (2) i (3).

Međutim, računani popravci mjerila letava nisu niti narušili točnost mjerenja, a njihovim je određivanjem uklonjena velika neizvjesnost i dilema koja bi se pojavila da nisu određeni, odnosno da mjerenja s tim popravcima nisu popravljena.

Može se tvrditi da je takvo stanje jednim dijelom posljedica kvalitete obavljanja komparacije nivelmanskih letava, s obzirom na postupke, uređaje i metode, na što je već i prije upozoreno (Klak i Bilajbegović 1981, Klak i dr. 1983).

S druge strane može se pretpostaviti da odabrani funkcijski model određivanja popravaka mjerila letava, u slučaju II NVT, ne odgovara najbolje podacima komparacije nivelmanskih letava. Tu mogućnost na određeni način potvrđuje uočena korelacija dijagrama ukupnih nesuglasica s parovima nivelmanskih letava i međusobno nelogičan odnos nesuglasica zatvaranja nivelmanskih poligona. Može se objasniti pojavom da su u mjerenjima ipak preostali određeni dijelovi sistematskih pogrešaka mjerila letava, tj. utjecaji tih pogrešaka nisu u potpunosti uklonjeni odabranim funkcijskim modelom iz mjerenja. Određeni zaključci, u pogledu te pretpostavke, mogli bi se donijeti samo nakon računanja popravaka mjerila letava u skladu s nekim »primjerenijim« funkcijskim modelom, ne ulazeći u ocjene kvalitete podataka dobivenih komparacijom.

Činjenicu da popravci mjerila nivelmanskih letava nisu znatnije pridonijeli povećanju točnosti treba, također, razmotriti i u svjetlu ocjene točnosti ukupnog utjecaja sistematskih pogrešaka na mjerenja II NVT. Naime, utvrđeno je da referentna vjerojatna sistematska pogreška za mjerenje II NVT poprima iznos od  $\pm 0.86 \text{ mm}/\sqrt{\text{km}}$  (Rožić 1995). Taj iznos oko 4.5 puta premašuje međunarodno propisane kriterije točnosti NVT (Bratten i dr. 1952) i pokazuje da su na mjerenja djelovali znatni sistematski utjecaji. Ti su utjecaji, kao posljedica djelovanja svih sistematskih pogrešaka, očigledno znatno veći od sistematskih utjecaja pogrešaka mjerila nivelmanskih letava. Može se pretpostaviti da su te sistematske pogreške prigušile utjecaje pogrešaka mjerila letava i stoga se, suprotno očekivanjima, popravci mjerila letava nisu izrazitije odrazili na povećanje točnosti mjerenja. Uočena je i pojava znatne kompenzacije sistematskih utjecaja na razini nivelmanskih vlakova.

Bez obzira na neočekivano mali ili praktički zanemariv doprinos tih popravaka povećanju točnosti mjerenja II NVT, u visinskom je sustavu s obzirom na unificirani postupak njihova određivanja postignuto jedinstveno mjerilo. Pritom, s obzirom na određene nelogičnosti određivanja duljine normalnog metra, nije moguće decidirano tvrditi odgovara li stvarni metar odgovara nominalnom metru (Klak i dr. 1983).

## LITERATURA

- Bratten, Dore, Kukamaki, Rune, Vignal (1952): Ocjena točnosti jednog nivelmana. Geodetski list, 1–3, 57–80.
- Čubranić, N. (1974): Viša geodezija – I dio. Sveučilišna naklada Liber, Zagreb.
- Feil, L., Klak, S., Rožić, N. (1992): II nivelman visoke točnosti: Bosne i Hercegovine, Crne Gore, Hrvatske, Slovenije i Vojvodine, 1970–1973. – Ispravci. Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, Zbornik radova, Niz D, Svezak broj 6/8.
- Feil, L., S., Rožić, N. (1993): Nivellement von hoher Genauigkeit auf dem Gebiet der Republik Kroatien. Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen und Photogrammetrie, Heft 4, 176–182.
- Feil, L., Klak, S., Rožić, N. (1993): Sređivanje geometrijskog nivelmana u Republici Hrvatskoj. Zbornik radova Geodetskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu u povodu 30. obljetnice samostalnog djelovanja 1962.–1992., 147–155.
- Klak, S., Bilajbegović, A. (1981): Mreža nivelmana visoke točnosti, stanje i prijedlog za dovršenje. Zbornik radova Geodetskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu, Niz D, Svezak broj 1, Zagreb, 1–49.
- Klak, S., Bilajbegović, A., Feil, L. (1983): Komparacija nivelmanskih letova 1961–1973. Zbornik radova Geodetskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu, Niz D, Svezak broj 3, Zagreb, 1–85.
- Klak, S., Bilajbegović, A., Feil, L., Sređić, S., Škeljo Lj. (1988): II Nivelman visoke točnosti za područje SR Slovenije, SR Hrvatske, SR Bosne i Hercegovine, SR Crne Gore i SAP Vojvodine. Zbornik radova Geodetskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu, Niz D, Svezak broj 6/1–6/7, Zagreb.
- Klak, S., Feil, L., Rožić, N. (1992): Studija o sređivanju geometrijskog nivelmana na području Republike Hrvatske. Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- Klak, S., Feil, L., Rožić, N. (1994): Podaci o reperima – knjiga I. Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- Klak, S., Feil, L., Rožić, N. (1994): Izjednačenje nivelmanskih mreža svih redova u II nivelmanskom poligonu II NVT. Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- Klak, S., Feil, L., Rožić, N. (1995): Visinski sustav Republike Hrvatske. Dani hrvatskih geodeta, IX susret, 21.–23.–4.–1995., radni materijal, Rovinj.
- Klak, S., Feil, L., Rožić, N. (1995): Izjednačenje nivelmanskih mreža svih redova u I nivelmanskom poligonu II NVT. Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- Klak, S., Feil, L., Rožić, N. (1995): Izjednačenje nivelmanskih mreža svih redova u III nivelmanskom poligonu II NVT. Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- Pelzer, H. (1983): Systematic Instrumental Errors in Precise Levelling. Precise Levelling, Contributions to the Workshop on Precise Levelling held at the University of Hannover, March 16–18, 1983, Ferd. Dummlers Verlag, Bonn, 3–17.
- Rožić, N. (1992): Kompjutorski program za izjednačenje nivelmanskih mreža – NIVEL. Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- Rožić, N. (1993): Repetitorij i zbirka zadataka iz teorije pogrešaka i računa izjednačenja. Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- Rožić, N. (1995): Ispitivanje slučajnih i sistematskih pogrešaka u geometrijskom nivelmanu. Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, doktorska disertacija, Zagreb.

## INFLUENCE OF THE LEVELLING RODS SCALE CORRECTIONS ON ACCURACY OF II PRECISE LEVELLING

The influence of levelling rods scale corrections on accuracy of the Second Precise Levelling – II PL at the territory of Croatia, Bosnia and Hercegovina, Slovenia, Monte Negro and Vojvodina has been examined. In spite of theoretical expectations, scale rod corrections have not significantly influenced the increase

of measurement accuracy. It has also been deduced that the measurement data of the II PL can be used without scale corrections. Of course, such procedure would be in confrontation with professional and scientific tasks dealing with levelling measurements processing. The analysis of scale corrections has defined the correlation between diagram of total misclosures of levelling lines and levelling rods used for measurements is present, as well as significant presence of systematic error compensation in levelling lines. The relation between levelling figure misclosures, with and without levelling scale corrections, is not logical as referred to the theoretical expectations.

Primljeno: 1996-07-10