

Stjepan Horvat

IZJEDNAČENJE TRIANGULACIJE (rukopis)

U Geodetskom listu br. 1 iz 1995. objavljen je tekst koji je dr. sc. Trpimir Macan pročitao na 2. svečanoj sjednici Senata Sveučilišta u Zagrebu. Taj je tekst ponovno pročitao i na Svečanoj sjednici Znanstveno-nastavnoga vijeća Geodetskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu u povodu obilježavanja 100. obljetnice rođenja Stjepana Horvata, profesora geodetskih predmeta na Tehničkom fakultetu i rektora Sveučilišta u Zagrebu u razdoblju 1944–45.

U spomenutom tekstu, koji je inače vrlo bogat bibliografskim podacima, Macan nigdje ne spominje rukopis koji čuva prof. dr. sc. Krsto Šimičić na Geodetskom fakultetu, a koji po svome sadržaju pripada području *Više geodezije i Računa izjednačenja*. Taj ćemo rukopis predstaviti u ovome prikazu.

U veljači 1990. gospođa Ljubica Horvat, kći pokojnoga Stjepana Horvata, poslala je iz Argentine Geodetskom fakultetu Sveučilišta u Zagrebu rukopis na hrvatskom jeziku Horvatove studije o izjednačenju geodetskih mreža. Na taj način ispunjena je želja autora, bivšeg profesora Geodetskog fakulteta, koju je izrazio prije svoje smrti.

Rukopis je iz Argentine donijela gospođa Mira Ivandić u Maribor, odakle ga je poštom poslala u Zagreb. Tadašnji dekan Geodetskog fakulteta, prof. dr. sc. Miljenko Solarić, pismom se zahvalio gospođi Horvat. U toj je zahvali među ostalim naveo da su rukopisi pohranjeni u biblioteci Geodetskog zavoda i da će biti dostupni svima zainteresiranima.

Rukopis je vrlo obiman i sastoji se od 7 poglavlja, od kojih je svako podijeljeno na niz cjelina. Sveukupno je rukom ispisano 358 stranica teksta uključivši i niz numerički izrađenih primjera. Autor Stjepan Horvat nije dao eksplicitno glavni naslov cijelom rukopisu. Stoga autor ovih redaka na temelju sadržaja čitavog rukopisa, kao i naslova pojedinih poglavlja, smatra da bi rukopis o kojem je riječ mogao nositi naslov *Izjednačenje triangulacije* pa je tako i stavljeno u naslovu ovoga prikaza.

U nastavku se citira uvodni dio i sadržaj studije točno onako, kako je u izvornom rukopisu, dakle bez jezičnih ispravaka.

O problemu uopće

»U ovoj studiji obrađujemo problem izjednačenja t. zv. slobodne mreže točaka, u kojoj nema prisilnih uvjeta, proizvedenih radi nepromjenljivog položaja točaka, koje ulaze u neki trigonometrijski sustav kao zadane. Prema tome napuštamo postojanje samo onih prisilnih uvjeta koji proizlaze iz Lapace-ovih jednadžbi ili fiksnih direktno mjerenih osnovica. Metode koje obrađujemo odgovaraju u prvom redu za primjenu stolnih računskih strojeva, elektromehaničkih ili elektronskih.

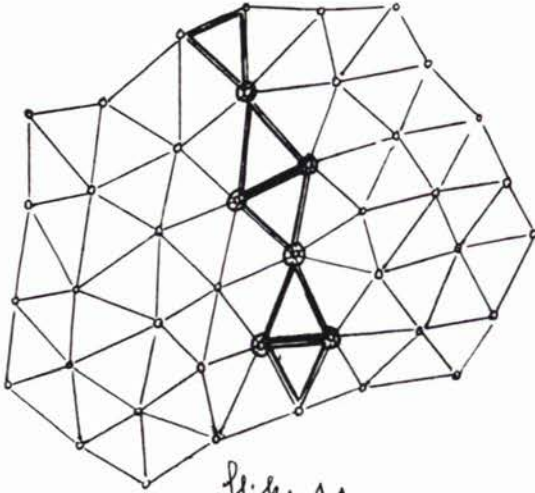
Slobodna mreža točaka, jednako kao i uvrštena može se izjednačiti ili na temelju uvjetnih jednadžbi ili po koordinatama. U ranija vremena držalo se, da jedna ili druga metoda ima prednost onda, ako ima manji broj nepoznanica i po tome manji broj normalnih jednadžbi. Ovaj kriterij imao je odlučnu snagu prije iznašaća elektronske komputadore, jer je kulminacija izjednačenja bilo rješenje normalnih jednadžbi, operacija koja se s pravom držala kao najteža i uzrokovala najveći napor sila i gubitak vremena. U suvremenoj težnji i potrebi mehanizacije postupka već nije toliko važno, da li neka metoda dovodi do većeg ili manjeg broja jednadžbi, koliko mogućnost što savršenije mehanizacije. Valja priznati, da u tom smislu izjednačenje po koordinatama pruža daleko veće mogućnosti nego izjednačenje po uvjetima jednadžbama. Kod potonje metode praktički postupak uvelike zavisi o konfiguraciji trokutnog sustava, što po sebi izaziva znatne poteškoće u izradi programa po kojem će komputadora izvoditi operacije. Prema tome ta se metoda teže prilagođuje ovom modernom sredstvu računanja.

Ipak držimo, da se ne bi mogao posvema zanemariti problem broja normalnih jednadžbi, napose ne u slučaju, da se radi o velikim sustavima a ne raspolaže s komputado-

rom velikih dimenzija, u koje bi se memoriji mogao sačuvati veoma velik broj podataka radi njihove kasnije upotrebe.

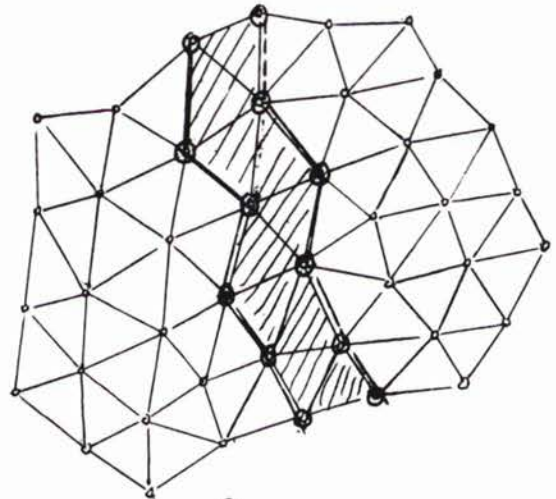
Jedan veliki trigonometrijski sutav, radi lakše manipulacije i radi redukcije operacija na korisni minimum, mora se shodno podijeliti na skupine nepoznanica. Na taj način sve se nepoznanice dijele u dvije glavne skupine, u skupinu nepoznanica nižeg i u skupinu višeg reda. Ova se potonja može nazvati skupina diobnih nepoznanica, i to s pravom, jer odvaja niži red u grupe, koje između sebe nemaju direktne veze.

Radi ove potrebe diobe sistema u dvije glavne skupine i ovih u posebne grupe, dolazi do izražaja znatna prednost izjednačenja po uvjetnim jednadžbama, jer kod ovih struktura normalnih jednadžbi dopušta podijeliti neki sistem s mnogo manjim brojem diobnih nepoznanica nego kod koordinatnog izjednačenja. Da tome pružimo uvjerljiv dokaz, prikazujemo na sl. 1 i 2 jedan manji trokutni sustav, koji smo podijelili u dvije samostalne grupe. Za tu operaciju bilo je potrebno kod uvjetnih jednadžbi 5 figurnih i 6 polarnih ili u svemu 11 diobnih nepoznanica, dok je za koordinatno izjednačenje trebalo 12 točaka ili 24 diobnih nepoznanica.



Slika 1,1

Slika 1,1



Slika 1,2

Slika 1,2

Pri rješenju normalnih jednadžbi nekog sustava, podijeljenog u grupe, neizbježno je operirati s inverznim matricama. Za formaciju ovih kod uvjetnog izjednačenja postoji neizmjenjivo olakšanje radi jednostavne strukture figurnih jednadžbi, kojih je u najmanju ruku 66% od ukupnog broja jednadžbi. Povrh toga inverzne matrice za figurene uvjete mogu se odrediti veoma jednostavnim operacijama i jednom načinjena matrica vrijedi za sve skupine jednake konfiguracije trokuta.

Ne uzimamo u obzir ostale prednosti ove metode, koje mada znatne ne dolaze do dovoljno praktičnog izražaja pri operacijama s komputadorama.

Iz ovog razmatranja možemo izvesti ovaj zaključak: Iako ne negiramo evidentne prednosti koordinatnog izjednačenja za jednu komputadoru, ne podcjenjujemo dobre strane uvjetnih jednadžbi. Stoga ne ćemo pretjerati, ako ustvrdimo, da u diskusiji o prednostima jedne i druge metode još uvijek nije izrečena zadnja riječ.

U koliko se radi o stolnim računskim strojevima, elektromehaničkim ili elektronskim, nema dvojbe, da izjednačenje po uvjetnim jednadžbama ima toliko velike prednosti, da je isključena svaka dvojba u tom smislu. Ovaj se sud ne odnosi na uvrštenu mrežu, napose ako se radi o većem broju novih točaka. U takvom se slučaju prednosti uvjetnih jednadžbi paraliziraju radi toga, što svaka prekobrojno zadana točka uzrokuje dva prisilna uvjeta više. Dotle je kod koordinatnog izjednačenja broj jednadžbi uvijek jednak dvostrukom broju novih točaka. U takvom slučaju prednost je koordinatnog izjednačenja, po našem mišljenju, izvan diskusije.«

Sadržaj studije

Poglavlje 1. Uvodna razmatranja (1–46)

- 1.1. O problemu uopće (1)
- 1.2. Normalne jednadžbe (5)
- 1.3. Metode rješavanja normalnih jednadžbi (10)
 - 1.3.1. Nazivlje (Nomenklatura) (11)
- 1.4. Postepena eliminacija (13)
 - 1.4.1. Modifikacija procesa postepene eliminacije (16)
 - 1.4.2. Varianta Doolittle (17)
 - 1.4.3. Varianta Beljajev (20)
 - 1.4.4. Numerički primjeri za ove varijante (22)
 - 1.4.5. Vrijednosti eliminacije (26)
- 1.5. Inverzna matrica (27)
 - 1.5.1. Određivanje inverzne matrice pomoću postepene eliminacije (32)
 - 1.5.2. Numerički primjer (35)
 - 1.5.3. Modifikacija opisanog postupka (39/1)
- 1.6. Boltz-ovi postupci razvoja i substitucije (39)
- 1.7. Metoda iteracije (43)
- 1.8. Transformacija koeficijenata jednadžbi pogrješke (44)

Poglavlje 2. Podjela trokutnog sustava na skupine i grupe (47–75)

- 2.1. Kriteriji i svrha diobe (47)
- 2.2. Struktura normalnih jednadžbi kod uvjetnog izjednačenja (51)
 - 2.2.1. Figurni uvjeti i međusobne veze njihovih normalnih jednadžbi (52)
 - 2.2.2. Struktura polarnog uvjeta (54)
 - 2.2.3. Veze figurnih i polarnih uvjeta (56)
 - 2.2.4. Veze polarnih uvjeta između sebe (57)
 - 2.2.5. Karakteristike prisilnih uvjeta (59)
 - 2.2.6. Funkcija figurnih i polarnih uvjeta u izjednačenju (61)
- 2.3. Praktična razjašnjenja s obzirom na podjelu trokutnih sustava (63)
- 2.4. Podjela na skupine jednadžbi pogrješka, ujedno sastav normalnih jednadžbi (69)

Izjednačenje triangulacije po uvjetnim jednadžbama (Rješenje normalnih jednadžbi pomoću inverznih matrica) Poglavlja 3 i 4

Poglavlje 3. Formacija normalnih jednadžbi (76–11)

- 3.1. Detaljna analiza normalnih jednadžbi (77)
- 3.2. Pripremni računski dokumenti za formaciju jednadžbi uvjetnih, pogrješke i normalnih (82)
- 3.3. Prva metoda za formaciju normalnih jednadžbi (88)
- 3.4. Druga metoda za formaciju normalnih jednadžbi (98)

Poglavlje 4. Inverzna matrica u cijelim brojevima za figure jednadžbe (118–175)

- 4.1. Uvodna razjašnjenja (118)
- 4.2. Jednostavni trokutni lanac (122)
 - 4.2.1. Umjetna redukcija broja trokuta u lancu (127)
 - 4.2.2. Rješenje jednadžbi trokutnog lanca na temelju direktnog računa jednadžbe samo jedne nepoznanice (130)
- 4.3. Trokutni vijenac (140)
- 4.4. Centralni sistemi (147)
 - 4.4.1. Jednostavni centralni sistem (147)
 - 4.4.2. Dvostruki centralni sistem (151)
- 4.5. Kombinirani sistemi (157)
 - 4.5.1. Kombinacija od tri odsječka trokutnih lanaca (157)
 - 4.5.2. Kombinacija od 4 odsječka trokutnih lanaca (161)
 - 4.5.3. Centralni sistem kombiniran s odsječcima trokutnih lanaca (166)
 - 4.5.4. Kombinacija jednostavnog i dvostrukog centralnog sistema (168)
- 4.6. Općenito razmatranje o ovoj temi (173)

Izjednačenje triangulacije po uvjetnim jednadžbama (Rješenje normalnih jednadžbi pomoću inverznih matrica) Poglavlje 5

Poglavlje 5. Parcialne inverzne matrice (176–252)

- 5.1. Opće razmatranje o rješenju normalnih jednadžbi (176)
 - 5.1.1. Dioba trokutnog sistema na operative jedinice i parcialne inv. matrice (183)
 - 5.1.2. Komparativni numerički primjer postepene eliminacije i parcialne inverzne matrice (185)
- 5.2. Sistemi parcialnih matrica s jednom diobnom figurom (194)
 - 5.2.1. Trokutni lanac s figurom na kraju ovoga (195)
 - 5.2.2. Trokutni lanac s jednom figurom, dodanom jednoj unutarnjoj figuri (198)
 - 5.2.3. Trokutni lanac priključen na jednu novu figuru s dva svoja trokuta (199)
 - 5.2.4. Dva odsječka lanaca s jednom diobnom figurom (201)
 - 5.2.5. Centralni sistem i trokutni lanac s jednom diobnom figurom (204)
 - 5.2.6. Tri odsječka trokutnih lanaca s jednom diobnom figurom (205)
 - 5.2.7. Trokutni vijenac s totalnom matricom centralne figure (208)
- 5.3. Sistemi parcialnih matrica s dvije ili više diobnih figura (213)
 - 5.3.1. Odsječci trokutnih lanaca s dvije diobne figure (213)
 - 5.3.2. Jednostavni centralni sistem s dvije diobne figure (220)
 - 5.3.3. Sistem trokutnih lanaca s dvije diobne figure (228)
 - 5.3.4. Dvostruki centralni sistem s tri ili četiri diobne figure (233)
 - 5.3.5. Dvostruki centralni sistem s pet diobnih figura (241)
 - 5.3.6. Trostruki centralni sistem (246)
- 5.4. Direktno određivanje kompletne matrice za diobne figure (256)
 - 5.4.1. Jednostavni centralni sistem s dvije diobne figure (257)
 - 5.4.2. Sistem trokutnih lanaca s dvije diobne figure (259)

- 5.4.3. Dvostruki centralni sistem s jednim centralnim trokutom i tri diobne figure (262)
 5.4.4. Dvostruki centralni sistem s dva centralna i tri diobne figure (266)
 5.4.5. Dvostruki centralni sistem s dva centralna trokuta i četiri diobne figure (269)
 5.4.6. Dvostruki centralni sistem s tri centralna trokuta i pet diobnih figura (276)

Ing. Stjepan Horvat

Izjednačenje trianulacije

po
uvjetnim jednačicama

(Rješenja normalnih jednačbi
 pomoću inverznih matrica)

Poglavlje 5

Faksimil naslovne stranice 5. poglavlja rukopisa Izjednačenje triangulacije
 Stjepana Horvata

*Izjednačenje geodetskih sistema pomoću transformacije koeficijenata jednačbi pogrješke
 (1-62)*

1. Uvodna razmatranja (1)
2. Kratka teorija izjednačenja pomoću transformacije jednačbi pogrješke
 - 2.1. Klasični postupak za formaciju i rješenje normalnih jednačbi (7)
 - 2.2. Transformacija koeficijenata jednačbi pogrješke (9)
 - 2.3. Određivanje transformiranih normalnih jednačbi (14)
 - 2.4. Pojednostavljeni način za direktnu formaciju transformiranih normalnih jednačbi (17)

- 2.5. Pomoćna matrica za direktnu formaciju jednadžbi nepoznanice iz koeficijenata jednadžbi pogrješke (21)
3. Sucesivna eliminacija jedne ili dvije nepoznanice (28)
- 3.1. Sucesivna eliminacija jedne po jedne nepoznanice (29)
- 3.2. Sucesivna eliminacija parova nepoznanica (37)
4. Izjednačenje po uvjetnim jednadžbama s eliminacijom jedne ili više grupa nepoznanica nižeg reda (46)
- 4.1. Opće napomene o ovom izjednačenju (46)
- 4.2. Izjednačenje dvije nove točke po uvjetnim jednadžbama (Eliminacija jedne grupe nepoznanica) (50)

Poglavlje 7. Dodatak studiji. Kompletni numerički primjer (1–44)

- 7.1. Totalna inverzna matrica za diobne figure izvedena na direktni način (2)
- 7.2. Pripremni računski dokumenti (6)

Obrasci 7.1–7.23

Ispred sadržaja pojedinih poglavlja stavljeni su njihovi naslovi kako ih je zamislio autor Stjepan Horvat. Iz sadržaja je vidljivo da se šesto poglavlje razlikuje u numeraciji od ostalih, tj. izostavljen je prvi broj za oznaku poglavlja. Nadalje, numeracija stranica koja je u prvih pet poglavlja išla kontinuirano od 1 do 252, u šestom i sedmom se poglavlju ne nastavlja, nego u svakome od njih počinje ponovno od 1.

U popisu literature za 6. poglavlje autor navodi i svoja dva objavljena rada iz 1962, odnosno 1966. godine. Prema tome, ono što se može reći o vremenu nastanka rukopisa jest da je on završen vjerojatno 70-ih godina. Posebno bi trebalo istaknuti da je to doba pojave stolnih računala, a Stjepan Horvat u sedmom i osmom desetljeću svoga života daje velik doprinos upravo njihovoj primjeni u geodeziji.

Na kraju ovoga prikaza spomenimo i jednu jezičnu zanimljivost. To je Horvatov izraz *komputadora*, najvjerojatnije nastao od španjolske riječi *computador* što znači kompjutor ili računalo.

Neka ovo bude skroman doprinos boljem upoznavanju djela Stjepana Horvata, jednog od doajena hrvatske geodezije.

Miljenko Lapaine