

## KUT U MJERNIM LANCIMA

Petar CEROVAC – Split\*

*SAŽETAK.* U članku se razmatra rješavanje mjernog lanca s karikama u kutnim veličinama. Osim toga, razmatra se i problem vezan uz odstupanje ili polje rasipanja, odnosno toleranciju kuta koji sastavna karika zatvara s osi projekcije u ravninskom, ili prostornom mjernom lancu kad se oni svode na linearne mjerne lance.

## 1. UVOD

Među mjernim lancima razlikuju se mjerni lanci s karikama u linearnim veličinama (linearni, ravninski i prostorni mjerni lanci) i mjerni lanci s karikama u kutnim veličinama – kutni mjerni lanci. U ovom se radu, u prilog spoznaji mjesta kuta u mjernim lancima, kutni mjerni lanci posebno razmatraju. Nadalje, kutovi kao u kutnim mjernim lancima figuriraju i pri svodenju ravninskih i prostornih mjernih lanaca na linearne mjerne lance. Pri svodenju ravninskih i prostornih mjernih lanaca na linearne mjerne lance, kao što je postupljeno i pri razmatranjima provedenima u radu (Cerovac i Lapaine 1995), najčešće se pretpostavlja da su vrijednosti kutova koje sastavne karike zatvaraju s osi projekcije, tj. s pogodno izabranim pravcem projekcije (najčešće s pravcem zaključne karike) konstantne, ili da su im odstupanja ili polja rasipanja, odnosno tolerancije zanemarivo male, što često nema opravdanja, pa se taj problem, pored problema kutnih mjernih lanaca, u ovome radu također razmatra.

## 2. KUTNI MJERNI LANCIMA

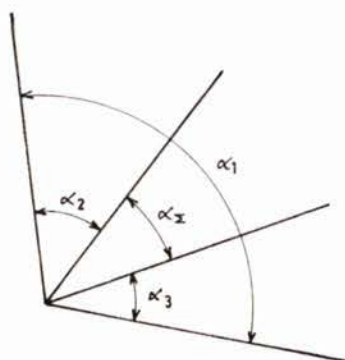
U kutnim mjernim lancima karike su u kutnim veličinama (sl. 1). Ti mjerni lanci rješavaju se (postavlja se i računa osnovna jednadžba mjernog lanca, tj. jednadžba kojom se on iskazuje matematički i proračunava njegova točnost) kao i mjerni lanci s karikama u linearnim veličinama, odnosno kao linearni mjerni lanci (Fedoseev, 1971).

Tako, osnovna jednadžba mjernog lanca, prikazanog na sl. 1, glasi:

$$\alpha_2 = \alpha_1 - \alpha_2 - \alpha_3 \quad (1)$$

---

\* Mr. Petar Cerovac, Građevinski fakultet, Matice hrvatske 15, Split



Sl. 1. Kutni mjerni lanac

Od postojećih metoda proračunavanja točnosti mjernih lanaca, u ovom slučaju, također se najčešće primjenjuju dvije: metoda potpune zamjenjivosti (metoda maksimum-minimum) i metoda nepotpune zamjenjivosti.

Ako se točnost kutnih mjernih lanaca proračunava metodom potpune zamjenjivosti, ona se proračunava na osnovi odstupanja od nazivnih mjera. Tako se ukupno odstupanje zaključne karike određuje po formuli:

$$\Delta_{\Sigma} = \sum_{i=1}^n |\Delta_i| \quad (2)$$

gdje je:

$\Delta_i$  – odstupanje od nazivnih vrijednosti sastavne karike.

Ako se točnost kutnih mjernih lanaca proračunava metodom potpune zamjenjivosti, to je primjena teorije vjerojatnosti. Tako se polovina polja rasipanja, odnosno tolerancije zaključne karike određuje po formuli:

$$\delta_{\Sigma} = \frac{1}{k_{\Sigma}} \sqrt{\sum_{i=1}^n k_i^2 \delta_i^2} \quad (3)$$

gdje je:

$\delta_i$  = polovina polja rasipanja, odnosno tolerancije sastavne karike.

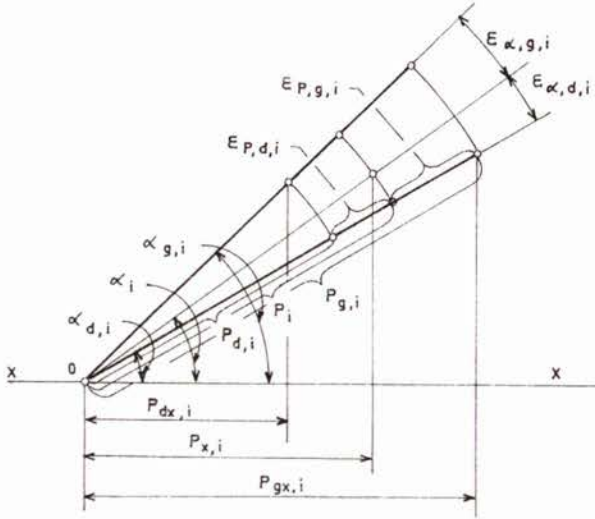
Koeficijent  $k_j$ ,  $j = 1, n$ , u formuli (3) ovisi o zakonu razdiobe elemenata. Najčešće se susreću razdiobe:

- normalna razdioba, gdje je  $k_j = 1$ ;
- uniformna razdioba, gdje je  $k_j = 1,73$ ;
- Simpsonova razdioba (razdioba po zakonu trokuta), gdje je  $k_j = 1,22$  (Gornik i Hrabrić, 1962; Fedoseev, 1971; Stanić, 1981).

### 3. RAČUNANJA S ODSUPANJEM ILI POLJEM RASIPANJA, ODNOSNO TOLERANCIJOM SASTAVNE KARIKE I KUTA KOJI ONA ZATAVARA S OSI PROJEKCIJE U RAVNINSKOM ILI U PROSTORNOM MJERNOM LANCU KAD SE ONI SVODE NA LINEARNE MJERNE LANCE

Pri svodenju ravninskih i prostornih mjernih lanaca na linearne mjerne lance, kao što je u uvodu navedeno, najčešće se pretpostavlja da su vrijednosti kutova

koji sastavne karike zatvaraju s osi projekcije, tj. s pogodno izabranim pravcem projekcije (najčešće s pravcem zaključne karike) konstantni, ili da su im odstupanja ili polja rasipanja odnosno tolerancije, zanemarivo mala. Međutim, ako su vrijednosti tih veličina znatne, što nije rijetko, treba ih kao i kod linearnih veličina, pri svođenju ravninskih i prostornih mjernih lanaca na linearne mjerne lance, uzeti u obzir (sl. 2).



Sl. 2. Projiciranje sastavne karike mjernog lanca (Stanić 1981, dopunio autor)

Tako će, ako se sastavne karike mjernog lanca projiciraju na pogodno izabrani pravac (npr., u primjeru prikazanu na sl. 2, na pravac X), gornja granična vrijednost projekcije odnosno sustavne karike ( $P_{gx,i}$ ), odnosno donja granična vrijednost njezine projekcije ( $P_{dx,i}$ ) biti (Stanić, 1981):

$$P_{gx,i} = P_{g,i} \cos \alpha_{d,i} = (P_i + \epsilon_{P,g,i}) \cos (\alpha_i - \epsilon_{\alpha,d,i}), \quad (4a)$$

$$P_{dx,i} = P_{d,i} \cos \alpha_{g,i} = (P_i + \epsilon_{P,d,i}) \cos (\alpha_i - \epsilon_{\alpha,g,i}), \quad (4b)$$

gdje je:

$P_{g,i}$ ,  $P_{d,i}$  – gornja, odnosno donja granična vrijednost sastavne karike;

$\alpha_{g,i}$ ,  $\alpha_{d,i}$  – gornja, odnosno donja granična vrijednost kuta koji sastavna karika zatvara se osi projekcije;

$\epsilon_{P,g,i}$ ,  $\epsilon_{P,d,i}$  – gornje, odnosno donje odstupanje sustavne karike;

$\epsilon_{\alpha,g,i}$ ,  $\epsilon_{\alpha,d,i}$  – gornje, odnosno donje odstupanje kuta koji sastavna karika zatvara se osi projekcije.

Ako se pogodno izabrani pravac, na koji se projiciraju sastavne karike, npr. pravac x, također, kao u primjeru prikazanom na sl. 2, poklapa ili je paralelan s pravcem zaključne karike, gornja granična vrijednost zaključne karike ( $P_{gx,\Sigma}$ ), odnosno njezina donja granična vrijednost ( $P_{dx,\Sigma}$ ), bit će:

$$P_{gx,\Sigma} = \sum_{i=1}^m P_{gx,i} - \sum_{i=m+1}^n P_{dx,i}; \quad (5a)$$

$$P_{gx,\Sigma} = \sum_{i=1}^m P_{gx,i} - \sum_{i=m+1}^n P_{dx,i}, \quad (5b)$$

gdje indeks  $i = 1$  do  $i = m$  označava uvećavajuće (pozitivne) sastavne karike, a indeks  $i = m + 1$  do  $i = n$  označava umanjujuće (negativne) sastavne karike.

Nadalje, po definiciji je tolerancija razlika između gornje i donje granične vrijednosti, pa je tolerancija zaključne karike, u slučaju kad se izabrani pravac na koji se projiciraju sastavne karike poklapa s pravcem zaključne karike (npr. pravac  $x$ , također kao u primjeru prikazanu na sl. 2), jednaka:

$$\delta_{P,x,\Sigma} = P_{gx,\Sigma} - P_{dx,\Sigma}. \quad (6)$$

#### 4. NAPOMENA

Tim se razmatranjima želi upozoriti na mjesto kuta u mjernim lancima, odnosno na njegov utjecaj pri njihovoj rješavanju.

#### LITERATURA:

- Cerovac, P. i Lapaine, M. (1995): Ravninski i prostorni mjerni lanci, Geodetski list, 2, 121-126.  
 Fedoseev, D. N. (1971): Kačestvo sboročnyh operacij, Mašinstroenie, Leningrad.  
 Gornik i Hrabrić (1962): Projektiranje tehnoloških procesa, Privreda, Zagreb.  
 Stanić, J. (1981): Osnove teorije mernih lanaca, Mašinski fakultet, Beograd.

#### ANGLE IN THE MEASURING CHAINS

The paper deals with the solution of the measuring chain with links in angle values. In addition, the paper considers the problem related to deviation or dispersion field i. e. to tolerance of the angle which is closed by the component link and the axis of projection in the plane or spatial measuring chains when they are reduced to linear measuring chains.

Primljeno: 1995-04-01