

POJAM I ZNAČENJE MJERNE PONOVLJIVOSTI I OBNOVLJIVOSTI

Dušan BENČIĆ, Federico DUSMAN – Zagreb*

SAŽETAK. U ovom radu su prikazani pojmovi i značajke mjerne ponovljivosti r i mjerne obnovljivosti R na osnovi međunarodne norme ISO 5725–1986 (E), uz kritički osvrt. Prikazano je značenje i primjena kriterija mjerne ponovljivosti i mjerne obnovljivosti u usporedbenim mjerenjima. U geodetskim mjerenjima ti kriteriji preciznosti do sada nisu primjenjivani, no sigurno je da postoje interesantne mogućnosti njihove primjene.

1. UVOD

Geodezija i astronomija najstarije su znanstvene discipline koje su se bavile mjerenjima. Razvitkom industrije nužno dolazi do značajne primjene mjerne tehnike u različitim područjima tehničke i tehnološke proizvodnje, do razvitka opremljenih mjernih laboratorija od proizvodnih pogona do državnih metroloških zavoda. Uz takav razvitak i uz sve veće zahtjeve za preciznost i točnost mjerenja, pojavljuju se nove metode ispitivanja i analize mjernih podataka, novi pojmovi i izrazi, ali dolazi i do njihove neusklađenosti i nejasnoća. O tome je bila riječ i u radu objavljenom u Geodetskom listu (Benčić, Dusman, 1994).

U ovome radu, koji je nastavak spomenutoga rada, detaljnije se prikazuju i analiziraju u novije doba sve češće upotrebljavani pojmovi i kriteriji pri ispitivanjima preciznosti mjerenja i mjernih instrumenata i uređaja, a to su: *mjerna ponovljivost i mjerna obnovljivost*.

Koncepti mjerne ponovljivosti i obnovljivosti, kao mjera preciznosti, razvijeni su u studijama metoda ispitivanja preciznosti i kompatibilnosti rezultata mjerenja unutar i između mjeriteljskih laboratorija (ASTM, 1978–1983; BSI 1979; ISO 1979, 1981). Prihvaćeni, ali i kritizirani, sve više su se primjenjivali u međulaboratorijskim usporedbenim mjerenjima, pa međunarodna norma ISO 5725 od 1986 vrlo detaljno iznosi definicije mjerne ponovljivosti i obnovljivosti, njihove kritične vrijednosti i primjenu u ispitivanjima i kontroli.

Preciznost je općenito pojam koji označuje promjenljivost rezultata ponovljenih mjerenja, a ovisi o razdiobi slučajnih odstupanja. Istaknimo, da se slučajno rasipanje pojedinačnih rezultata mjerenja općenito odnosi na očekivanu vrijednost

* Prof. dr Dušan Benčić, Geodetski fakultet, Kačićeva 26, Zagreb, prof. dr Federico Dusman, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Ivana Lucića 1, Zagreb.

mjerne veličine, pa nam mjera tih rasipanja daje uvid u preciznost mjerenja. Te mjere mogu biti različite (Benčić, 1994). Jedna od osnovnih je *standardno odstupanje*, dobiveno na osnovi računatih odstupanja pojedine mjerne vrijednosti u odnosu na očekivanju vrijednost, odnosno njezinu procjenu. No mi možemo, promatrajući rasipanje, ispitivati i međusobne *razlike* pojedinih mjerenja, odnosno srednjih vrijednosti, pa ustanoviti i kritičnu vrijednost razlike. Na taj način dolazimo do metoda ispitivanja rezultata koji se temelje upravo na analizi *razlika mjernih rezultata*, što može biti i vrlo jednostavno u primjeni. Tako dolazimo do pojmova mjerne ponovljivosti i obnovljivosti.

Vrlo različiti čimbenici mogu utjecati na varijabilnost mjernih vrijednosti. Osnovni su:

- mjeritelj,
- instrument ili mjerni uređaj s opremom,
- kalibracija instrumenta i opreme,
- okolišni uvjeti (temperatura, tlak zraka, vidljivost, tlo, fluktuacija zračnih slojeva, vibracija itd.)

Na osnovi toga dolazimo do definiranja uvjeta ponovljivosti i obnovljivosti mjerenja.

2. OSNOVNI POJMOVI I DEFINICIJE (PREMA ISO 5725–1986 (E))

Rezultat ispitivanja (engl. test result): vrijednost mjerne veličine dobivena na osnovi primijenjene metode mjerenja. Metoda ispitivanja može specificirati broj pojedinih mjerenja, pa se srednja vrijednost uzima kao rezultat ispitivanja. Može se zahtijevati da se izvrše određene korekcije. Prema tome, pojedini rezultat ispitivanja može biti izračunat iz više mjerenih vrijednosti.

Mjerna ponovljivost (engl. repeatability, njem. Wiederholpräzision, prije Wiederholbarkeit): bliskost slaganja međusobno neovisnih rezultata uzastopnih mjerenja iste veličine dobivenih u uvjetima ponovljivosti mjerenja.

Uvjeti ponovljivosti (engl. repeatability conditions, njem. Wiederholbedingungen): uvjeti pri kojima su međusobno neovisni rezultat ispitivanja dobiveni uz:

- primjenu iste mjerne metode,
- istog mjeritelja,
- isti mjerni uređaj ili instrument i opremu,
- isto mjesto,
- isti mjerni objekt, odnosno identični materijal ispitivanja,
- iste okolišne uvjete, odnosno uvjete upotrebe,
- ponavljanje u kratkom vremenskom razmaku,
- nepromjenljivost objekta mjerenja tijekom ispitivanja.

Mjerna vrijednost ponovljivosti (engl. repeatability value), skraćeno *ponovljivost r*: vrijednost unutar koje se može očekivati da leži apsolutna razlika između dvaju pojedinačnih rezultata mjerenja dobivena uz uvjete ponovljivosti, uz vjerojatnost 95%.

Kritična razlika ponovljivosti (engl. repeatability critical difference): vrijednost unutar koje se može očekivati da leži razlika dvaju *pojedinačnih* rezultata ispitivanja dobivenih uz uvjete ponovljivosti sa specificiranom vjerojatnosti (npr.: P = 90; 95; 98; 99; 99,5%). Označuje se npr. s r_{90} (uz P = 90%). Također se primjenjuje oznaka npr. $C_r D_{95}$, što znači da je kritična razlika data s posebno specificiranom vjerojatnosti 95% ($C_r D_{95} = r$).

Mjerna obnovljivost (engl. reproducibility, njem. Vergleichpräzision prije, Vergleichbarkeit): bliskost slaganja rezultata mjerenja iste veličine dobivenih u uvjetima obnovljivosti.

Uvjeti obnovljivosti (engl. reproducibility conditions, njem. Vergleichbedingungen): uvjeti pri kojima su rezultati ispitivanja dobiveni istom metodom na istom objektu (odnosno identični materijal), ali uz različite okolnosti ispitivanja, kao što su: različiti mjeritelji, mjerni instrumenti i oprema, te različiti okolišni uvjeti, (ali za vrijeme ispitivanja stalni) i mjesta mjerenja. Mjesto mjerenja je isto ako je mjerni objekt neprenosiv (npr. geodetska ispitivanja na kalibracijskoj bazi).

Mjerna vrijednost obnovljivosti (engl. reproducibility value), skraćeno *obnovljivost R*: vrijednost unutar koje se može očekivati da leži apsolutna razlika između dvaju rezultata mjerenja dobivenih uz uvjete obnovljivosti s vjerojatnosti 95%*.

Kritična razlika obnovljivosti (engl. reproducibility critical difference): vrijednost unutar koje se može očekivati da leži apsolutna razlika između dvaju rezultata ispitivanja dobivenih uz uvjete obnovljivosti sa specificiranim vjerojatnosti. Označuje se analogno npr. R_{90} (uz $P = 90\%$).

Budući da se ponovljivost i obnovljivost računaju uz $P = 95\%$, kritične se razlike za ostale vjerojatnosti dobivaju najjednostavnije tako da se r_{95} , odnosno R_{95} množe s odgovarajućim faktorom. To su za $90\% - 0,82$; za $98\% - 1,16$; za $99\% - 1,29$ i za $99,5\% - 1,40$, sve uz pretpostavku normalne razdiobe odstupanja pri određivanju varijanci.

Mjerna ponovljivost i obnovljivost su u prvom redu *kriteriji* na osnovi kojih se prosuđuje i uposređuje preciznost mjerenja na različitim mjestima, utvrđuje gdje preciznost ne zadovoljava i traže uzroci, te nastoji da se razlike između ispitivanih mjesta budu što manje. Jednom utvrđena preciznost *mjera* je za buduća ispitivanja. U tu svrhu određuje se *kritična razlika* ponovljivosti, odnosno obnovljivosti. Ako pri ponovljenim mjerenjima razlike rezultata prelaze kritične vrijednosti, to može biti signal za neke promjene, odnosno *sustavne utjecaje* (npr. u duljem vremenskom intervalu utjecaj promjena na objektu, starenja i trošenja materijala, dejstaze, posljedica rekalkibracije itd.), a to znači i njihovo otkrivanje.

Svaki mjeritelj ili instrument, odnosno uređaj s opremom, ima neke vlastite osobine koje su izvor često neotkrivenih sustavnih odstupanja. Pri ponavljanju mjerenja one se često ne otkrivaju. Stoga je korisno izvršiti ispitivanja uz promjenu mjeritelja i/ili instrumenta i opreme ili drugih uvjeta. Dok se u uvjetima ponovljivosti ispitivanja obavljaju u što je više moguće jednakim uvjetima uz istoga mjeritelja i opremu, to su u uvjetima obnovljivosti mnogobrojni elementi različiti, pa će i mjera obnovljivosti biti veća.

Ponovljivost i obnovljivost su prema datim specifikacijama dva ekstrema. Prvi mjeri *minimum*, a drugi *maksimum* mogućih promjena u rezultatima pri ispitivanju preciznosti mjerenja. Između ta dva ekstrema postoje različiti stupnjevi varijabilnosti uvjeta mjerenja, što omogućuje mnogobrojna istraživanja. Na taj način promatrani pojmovi ponovljivosti i obnovljivosti mjerenja dobivaju šire značenje i predmetom su daljnjih istraživanja njihove primjene.

Određivanje mjerne ponovljivosti i obnovljivosti uz prikaz matematičkog modela najbolje ćemo upoznati na mnogobrojnim do danas izvršenim usporedbenim međulaboratorijskim mjerenjima za koja je preporučena međunarodna norma ISO 5725–1986 (E) (u daljnjem tekstu: ISO norma). Istaknimo da su **r** i **R**

* Prema normi ISO 5725–1986 (E) primijenjen je izraz vjerojatnost (engl. probability). U njemačkoj normi DIN 1319,3–1983 preporuča se izraz razina pouzdanosti ($1-\alpha$) (njem. Vertrauensniveau, engl. confidence level).

teoretske veličine koje realno ostaju nepoznate, pa su i vrijednosti koje se određuju samo njihove procjene.

3. USPOREDBENA MJERENJA IZMEĐU MJERITELJSKIH LABORATORIJA

U znanstvenoj i stručnoj praksi postoji ili se nastoji osigurati sljedivost mjerenja od radnog mjesta do vrha mjeriteljske piramide (Benčić et. al., 1993.)

Mjerenja različitim mjernim uređajima i opremom na različitim *ispitivališnim mjestima* moraju biti usklađena na svakoj razini točnosti, a disperzija rezultata mora biti u određenim granicama. Tako npr. mjerenje istoga objekta istom bi preciznošću trebalo dati **jednake mjeriteljske informacije** bez obzira na ispitivališno mjesto ili mjeriteljsku ekipu i opremu. Zbog toga su, među ostalim, uvedena *usporedbena mjerenja* između dva ili više mjeriteljskih laboratorija uz analizu ponovljivosti i obnovljivosti mjerenja, odnosno utvrđivanja *kompatibilnosti rezultata* na određenoj razini točnosti. U svjetskim mjerenjima vrhunske točnosti usporedba rezultata mjerenja jedini je način provjeravanja mjerne obnovljivosti određene mjerne metode, a u okviru država (poglavito malih) provedba usporedbenih mjerenja je najjednostavniji, najpouzdaniji i najekonomičniji način provjeravanja preciznosti na određenoj razini mjerne nesigurnosti (Dusman, 1992).

Postupak preporučen ISO normom pretpostavlja sudjelovanje u usporedbenim mjerenjima p mjernih laboratorija uz mjerenje u svakom laboratoriju na q razina mjerenja i na svakoj razini uz n mjernih vrijednosti. Ispitivanja se odnose na određene skupove laboratorija koji obavljaju istovrsna mjerenja, a svaki je laboratorij *osnovna jedinica testiranja*.

Budući da je područje mjerne tehnike vrlo široko, to su i predmeti mjerenja, odnosno materijali ili testirani uzorci vrlo različiti. U načelu se ispitivanja na određenom mjernom objektu ili materijalu obavljaju u više *razina* kako bi se obuhvatilo čitavo područje koje je od interesa u praktičnoj primjeni. Objasnimo to nekim primjerima.

U industrijskoj kemiji potrebno je mjeriti npr. sadržaj sumpora u ugljenu koji se izražava u %. Budući da je taj postotak varijabilan i nalazi se u određenom rasponu vrijednosti, mora se izabrati nekoliko razina podataka za koja se obavljaju usporedbena mjerenja za verifikaciju mjernih laboratorija, ali i račun vrijednosti kritičnih razlika za industrijske kontrole.

U mjernim laboratorijima u strojarstvu od interesa je, npr., u usporedbenim mjerenjima ispitati duljine graničnih mjerki. Svaka izabrana mjerka određene duljine je i razina ispitivanja. Ispitivanje podjele jednog mjernog lineala neće se izvršiti na svakoj crti podjele, već na izabranim crtama određene nominalne vrijednosti, a obuhvatit će čitavo područje lineala, dakle u više razina.

Radi procjena vrijednosti r i R u ISO normi se preporučuje najmanje 8 (osam) laboratorija, a ako se radi samo o jednoj razini mjerenja broj laboratorija treba biti po mogućnosti veći od 15. Ako su ispitivanja jednostavna preporuča se 2 ili više mjerenja n .

Prema J. Mandelu uvjet je:

$$p(n - 1) \geq 30 \quad (1)$$

Prema ISO normi preporuča se šest (6) razina.

Svaki laboratorij koji sudjeluje u usporedbenim mjerenjima uz uvjete ponovljivosti treba iskazati za svaku razinu mjerenja srednju vrijednost rezultata ponov-

ljenih mjerenja \bar{y} , procijenjenu varijancu, odnosno standardno odstupanje ponovljenih mjerenja s_i ($i = 1, 2, \dots, p$) i njihov broj n .

Teoretski promatrano, za svaki laboratorij i određenu razinu postoji varijanca σ_i^2 koja se naziva unutar-laboratorijska varijanca (engl. within-laboratory variance). Te se varijance međusobno razlikuju, ali se u ISO normi pretpostavlja da su, uz propisanu metodu ispitivanja i približno normalnu razdiobu odstupanja, te razlike male pa je opravdano uzeti zajedničku vrijednost za sve laboratorije koji sudjeluju. Ta će zajednička srednja vrijednost varijance za velik broj laboratorija biti:

$$\sigma_r^2 = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p \sigma_i^2. \quad (2)$$

Teoretski $p = \infty$, a σ_r^2 očekivana vrijednost varijance, i naziva se *varijanca ponovljivosti* (engl. repeatability variance), a σ_r *standardno odstupanje ponovljivosti*. Procijenjena će vrijednost varijance biti:

$$s_r^2 = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p s_i^2. \quad (3)$$

za realan broj p laboratorija gdje je

$$s_i^2 = \frac{1}{n_i - 1} \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2 \quad (4)$$

procijenjeno standardno odstupanje ponovljenih mjerenja.

Iskustvo pokazuje da pretpostavka malih nesignifikantnih razlika varijanci nije uvijek zadovoljena. Zbog toga se prije računanja srednje vrijednosti koriste statistički testovi kako bi se uklonila varijanca koja signifikantno odstupa. U ISO normi preporučuje se COHRAN test.

Napomenimo, da se u engleskoj stručnoj literaturi razlikuju izrazi za ponavljanje mjerenja u jednome mjernom nizu u kratkom vremenskom razdoblju od ponavljanja mjerenja u više odvojenih mjernih nizova. U prvome, kada se ne očekuje nikakva promjena uvjeta pri ponavljanju mjerenja, primjenjuje se termin replication, a pri mjerenju u ponovljenim nizovima repetition. Parametri koji odgovaraju ponovljenim nizovima nazivaju se between repeats (ISO 4259–1992). Stoga je *standardno odstupanje ponovljivosti* upravo takav parametar.

U svrhu procijenjivanja varijabilnosti između ispitanih jedinica-laboratorija za promatrane razine mjerenja potrebno je međusobno usporediti srednje vrijednosti rezultata.

$$\bar{y}_1, \bar{y}_2, \dots, \bar{y}_i, \dots, \bar{y}_p. \quad (5)$$

Zbog mogućnosti signifikantnog odstupanja rezultata, primjenjuju se statistički testovi. Norma preporučuje Dixonov test. Ukoliko je broj ponovljenih mjerenja n_i jednak, to je srednja vrijednost:

$$\bar{\bar{y}} = m = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p \bar{y}_i \quad (6)$$

Odstupanja od srednje vrijednosti u uvjetima obnovljivosti (različiti mjeritelji, mjerni uređaji i oprema, mjesto i uvjeti) mogu se smatrati slučajnom varijablom normalne razdiobe, pa će biti:

$$s_y^2 = \Sigma (\bar{y}_i - \bar{\bar{y}})^2 / (p - 1) \quad (7)$$

i

$$E(s_y^2) = \sigma_L^2 + \frac{\sigma_r^2}{n}, \quad (8)$$

gdje je σ_L^2 međulaboratorijska varijanca.

Prema ISO normi njezina procijenjena vrijednost se računa:

$$s_L^2 = s_y^2 - \frac{s_r^2}{n} \quad (9)$$

Ukoliko je $\frac{s_r^2}{n} > s_y^2$, to se uzima $s_L^2 = 0$.

Skup rezultata mjerenja dobivenih u uvjetima obnovljivosti ima varijancu σ_R^2 koja se naziva *varijanca obnovljivosti*:

$$\sigma_R^2 = \sigma_L^2 + \sigma_r^2 \quad (10)$$

pa je *standardno odstupanje obnovljivosti* (engl. reproducibility standard deviation):

$$\sigma_R = \sqrt{\sigma_L^2 + \sigma_r^2} \quad (11)$$

odnosno njegova procjena:

$$\sigma_R = \sqrt{s_L^2 + s_r^2} \quad (12)$$

U slučaju nejednakog broja ponovljenih mjerenja n_i u pojedinim laboratorijima uzimaju se u obzir težine, pa se za račun procijenjenih varijanci ponovljivosti i obnovljivosti preporučuju formule:

$$s_r^2 = \frac{\sum_{i=1}^p (n_i - 1) s_i^2}{\left(\sum_{i=1}^p n_i \right) - p} \quad (13)$$

$$s_L^2 = \frac{1}{p-1} \left[\frac{\sum_{i=1}^p n_i (\bar{y}_i - \bar{\bar{y}})^2}{\bar{n}} \right] - s_r^2 \quad (14)$$

gdje je:

$$\bar{\bar{y}} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i \bar{y}_i}{\sum_{i=1}^p n_i} \quad (15)$$

$$\bar{n} = \frac{1}{p-1} \left[\sum_{i=1}^p n_i - \frac{\sum_{i=1}^p n_i^2}{\sum_{i=1}^p n_i} \right] \quad (16)$$

Iako se u ISO normi daju i primjeri uz nejednaki broj mjerenja n_i , treba planirati jednak broj mjerenja n_i . Nejednaki broj mjerenja uzrokovat će, da

osnovna jedinica s većim brojem mjerenja ulazi sa svojim podatkom i s većom težinom u račun, pa dolazi do poznatog problema nepoznatih sustavnih utjecaja (Čubranić, 1965.), a što je poseban problem pri malom broju ponovljenih mjerenja (npr. u datom primjeru ISO normi $n_1 = 1$ do 4). Primjena šablona, a bez prethodnih analiza može biti štetna.

3.1. Račun mjernih vrijednosti ponovljivosti i obnovljivosti

Na osnovi definicija slijedi

$$r = f\sqrt{2} \sigma_r, \quad (17)$$

$$R = f\sqrt{2} \sigma_R. \quad (18)$$

Uz pretpostavku normalne razdiobe i *dovoljnog* broja mjerenja faktor f se neće bitno razlikovati od $1,96 \approx 2$ (uz $P = 95\%$), pa se on i preporuča u ISO normi, te se vrijednosti $f\sqrt{2}$ zaokružuju na 2,8. Budući da teoretske vrijednosti σ_r i σ_R nisu poznate, to ih zamijenjujemo s njihovim procjenama, pa će biti:

$$r = 2,8 s_r \quad (19)$$

$$R = 2,8 s_R \quad (20)$$

uz vjerojatnost $P = 95\%$.

Nakon što su procijenjene mjerne vrijednosti ponovljivosti r i obnovljivosti R , treba izvršiti provjeru računanjem svih razlika rezultata. Pri provjeri ponovljivosti moguće je za određenu razinu računati $n(n-1)/2$, razlika pojedinih rezultata po laboratoriju, gdje je n broj mjerenja u laboratoriju. Od ukupnog broja razlika izdvaja se broj razlika koje su veće od procijenjene ponovljivosti r . Taj broj u postotku ne bi smio biti značajno veći od 5% ukupnog broja (uz $P = 95\%$). Pri provjeri obnovljivosti računamo prvo kritičnu razliku srednjih vrijednosti na osnovi n_1 odnosno n_2 mjerenja parova laboratorija ($C_r D_{95}$) (vidi formulu 26). Na određenoj će razini broj razlika $(\bar{y}_1 - \bar{y}_2)$ između laboratorija biti $p(p-1)/2$. Ponovno izdvajamo razlike srednjih vrijednosti većih od kritične i računamo postotak. Veća odstupanja od 5% (uz $P = 95\%$) zahtijevaju daljnja istraživanja uzroka prevelikih razlika, pa i njihovo eliminiranje iz konačnog računa R .

Nakon što su utvrđene vrijednosti r i R za pojedine razine, treba ispitati vezu između r (ili R) i m uzevši u obzir sve razine. Na osnovi iskustva u ISO normi preporučuju se regresijski pravci oblika

$$r = bm, \text{ odnosno } r = a + bm,$$

ili eksponencijalna jednadžba oblika:

$$r = cm^d, \text{ odnosno } \log r = c + d \log m.$$

a , b , c , d su parametri koji se određuju poznatim postupcima.

Pomoću regresijske krivulje moguće je interpolirati vrijednosti r za svaku razinu. Analogno se određuje regresijska krivulja za R i m . Ukoliko se ocjenjuje da između veličina r (ili R) nema signifikantnih razlika za pojedine razine, to se računa konačno srednja vrijednost r i R za sve razine.

Zanimljivo je ispitivati i odnos r i R . Zbog utjecaja različitih promjenljivih faktora i pogrešaka mjerenja uvijek je $R > r$. Što je R bliži r , to su mjerenja sigurnija u predviđenim promjenljivim uvjetima. Razlike između R i r posljedica su dodatnih odstupanja u mjerenjima koja jednim dijelom imaju za pojedini

laboratorij sustavni karakter. Ukoliko se statistički obrađuje veći broj laboratorija, može se doći do bolje ocjene točnosti, budući da niz nepoznatih sustavnih odstupanja svojstvenih pojedinom mjernom uređaju postaje u ukupnom promatranju slučajan. Iz svih tih razloga standardna su odstupanja obnovljivosti veća (a time i R), ali veličina R daje realniju ocjenu preciznosti. Iskustvo pokazuje da su često s_R pri usporedbenim mjerjenjima otprilike dva puta veća od s_r , što znači i R oko dva puta veći od r . (Bego, 1971). Veće razlike zahtijevaju daljnja istraživanja.

Utvrđene mjerne ponovljivosti i obnovljivosti izravne su mjere preciznosti ispitivanih mjernih metoda, mjeritelja i mjerne opreme, homogenosti rezultata mjerenja u različitim ali istovrsnim laboratorijima te ovjera mjerne tehnike laboratorija.

Bez obzira na neke nesigifikantne i neizbježne razlike u rezultatima usporedbenih mjerenja, procijenjene su vrijednosti r i R jedinstvene za sve homogene nacionalne mjeriteljske laboratorije koji su u usporedbenim mjerjenjima. To isto znači da će nacionalni mjeriteljski laboratoriji u svojoj djelatnosti (npr. pri izdavanju međunarodnih atesta) uz rezultat mjerenja deklarirati zajednički utvrđenu mjernu nesigurnost, bez obzira što provedeno mjerenje može biti preciznije. Svaki laboratorij može međutim, na osnovi serije testova u uvjetima ponovljivosti procijeniti svoju ponovljivost.

Procijenjena vrijednost mjerne ponovljivosti kao *kritična razlika* koristi se u svakodnevnom radu mjernog laboratorija i poprima značenje »kontrolnog« parametra u vremenskom razdoblju radi mogućih promjena uvjetovanih promjenom mjeriteljskoga kadra, promjene u mikroklimi ili opremi, starenja i trošenja mjernih uređaja i dr. Iz istih razloga potrebno je i da se usporedbena mjerenja obavljaju s dogovorenim učestalošću. Daljnja primjena utvrđenih veličina r i R je pri kontroli uzoraka u proizvodnji.

Ukoliko se obnovljivost primjenjuje kao *kritična razlika* parova rezultata između samo dvaju laboratorija, potrebno je računati na mogućnosti sustavnih razlika pa su potrebna i dodatna ispitivanja magnituda tih razlika.

Kod primjene r i R kao kritičnih razlika treba uzeti u obzir, da u formulama (19) i (20) koje preporuča ISO norma veličine standardnih odstupanja nisu poznate, već empirijske vrijednosti. U slučaju uzoraka s malim brojem rezultata za njihovo određivanje, nepouzdanost r i R može znatno utjecati na razinu vjerojatnosti i na ispravan zaključak. Kako bi se riješio taj problem predloženo je da se za faktor f uzme Studentof faktor t , ako se prihvati Studentova razdioba (npr. ASTM, 1978, 1981, 1983; ISO 1979), tj:

$$r = t \sqrt{2} s_r \quad (21)$$

$$R = t \sqrt{2} s_R \quad (22)$$

t se uzima na osnovi broja rezultata, odnosno stupnjeva slobode i date vjerojatnosti.

U kritičnoj analizi J. Mandel smatra da se time nije riješio problem, budući da veličine r i R za sve *daljnje usporedbe* postaju *konstante*, koje ne odgovaraju istinitim vrijednostima, pa data vjerojatnost nije ispravna. Budući da se dva pojedinačna rezultata ispitivanja nalaze unutar r ili R , Mandel predlaže da se u definiciji za r i R zahtijeva da je vjerojatnost najmanje L i najviše U (L i U određuju interval vjerojatnosti), a isto tako da se zadrži faktor $f = 1,96$ na osnovi kojega bi se odredile granice L i U (Mandel, 1987).

Ne ulazeći u pojedinosti tih rasprava, bitno je zaključiti da je vrijednost vjerojatnosti samo približna, a kritične razlike nisu tolerancije, već daju samo osnovnu informaciju pri ispitivanjima.

3.2. Primjer: Usporedbena mjerenja lineala

Usporedbena mjerenja podjela etalonskoga čeličnog lineala izvršena su tijekom 1985. u organizaciji Laboratorija za precizno mjerenje dužina Fakulteta strojarstva i brodogradnje u Zagrebu (LFSB) (Dusman, 1992). Mjerenja su u svim mjeriteljskim laboratorijima na području bivše SFRJ izvršena primjenom alatnog mikroskopa i to za nazivne vrijednosti L_0 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 i 100 mm. Kao srednje vrijednosti \bar{y}_i računata su mjerena odstupanja ΔL_0 od nazivne vrijednosti izražene u μm .

Tablica 1 prikazuje rezultate računanja veličina m , r i R u ovisnosti o mjernoj razini (nazivnoj vrijednosti). Veličina m (srednja vrijednost srednjih vrijednosti rezultata mjerenja na jednoj razini mjerenja) računa se prema izrazu (6).

Mjerna ponovljivost r (apsolutna razlika bilo kojih dvaju rezultata mjerenja na istoj razini mjerenja i unutar jednog laboratorija) računa se prema izrazu (19), a procijenjeno standardno odstupanje mjerne ponovljivosti s_r računa se prema izrazu (3).

Mjerna obnovljivost R računa se prema izrazu (20), a procijenjeno standardno odstupanje mjerne obnovljivosti s_R računa se prema izrazu (12).

Procijenjeno standardno odstupanje između laboratorija s_L računa se prema izrazu (9).

Tablica 1. Računate vrijednosti m , r i R

L_0 mm	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
m	2.97	6.04	8.87	10.71	13.37	15.77	18.14	20.61	23.24	25.06
r	1.21	1.62	1.95	1.53	1.38	2.02	2.01	1.99	2.21	2.11
R	3.45	3.81	4.23	3.60	3.78	5.05	6.69	6.86	6.09	7.14

Dijagramski prikaz utvrđenoga povećanja odstupanja ΔL_0 u ovisnosti o nazivnoj duljini L_0 za homogeni skup od sedam laboratorija dan je na slici 1. Uočljivo grupiranje rezultata upućuje na linearni prirast pogreške podjele lineala.

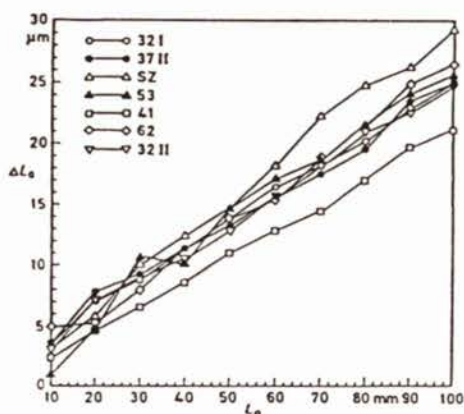
Dijagramski prikaz r i R u ovisnosti o nazivnoj duljini L_0 dan je na slici 2.

Značajne razlike r i R na pojedinim razinama zahtijevaju istraživanja koja nisu mogla biti provedena. Regresijskom analizom dobivene su jednadžbe:

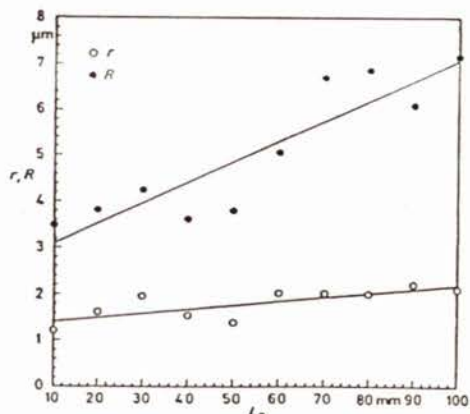
$$r = (1,32 + 0,009 L_0) \mu\text{m}$$

$$R = (2,64 + 0,044 L_0) \mu\text{m},$$

Vrijednosti L_0 su izražene u μm .



Slika 1. Rezultati mjerenja podjela lineala za homogeni skup laboratorija



Slika 2. Vrijednosti r i R podjela lineala

4. KRITIČNE RAZLIKE IZVEDENE IZ PONOVLJIVOSTI I OBNOVLJIVOSTI

Po svojoj osnovnoj definiciji r i R su ograničeni na promatranje razlika dvaju rezultata dobivenih u uvjetima ponovljivosti, odnosno obnovljivosti. Statistička vjerojatnost npr. 95% ukazuje da će vjerojatno u jednom od dvadeset slučajeva izmjerena razlika biti veća od kritične.

Uz nastojanje da se r i R odrede iz *dovoljno* velikoga broja mjerenja n, pri korištenju njihovih vrijednosti za daljnja ispitivanja kao *datih* veličina, isto je tako korisno izvršiti *ne samo par* mjerenja promatrajući njihovu razliku, već dva niza mjerenja i promatrati *kritičnu razliku* srednjih vrijednosti nizova kako bi se dobila pouzdanija ocjena.

Ako je u uvjetima ponovljivosti, a to znači i u kratkom vremenskom razdoblju, izvršeno u prvom nizu n_1 mjerenja i dobivena srednja vrijednost $\bar{Y}_{1\cdot}$, a u drugom nizu, u istim uvjetima, n_2 mjerenja i dobivena srednja vrijednost $\bar{Y}_{2\cdot}$, tada će uz poznatu ponovljivost r *kritična razlika ponovljivosti* prema ISO normi biti:

$$C_r D(|\bar{y}_1 - \bar{y}_2|) = r \sqrt{\frac{1}{2n_1} + \frac{1}{2n_2}} \quad (23)$$

Uz $n_1 = n_2 = n$ (što je poželjno):

$$C_r D(|\bar{y}_1 - \bar{y}_2|) = \frac{r}{\sqrt{n}} \quad (24)$$

Ako je $n_1 = n_2 = n = 1$, formula se reducira na r.

Isto tako uz *poznate vrijednosti ponovljivosti r i obnovljivosti R* dva ispitivališna mjesta (odnosno ispitne jedinice) mogu izvršiti dva niza mjerenja u uvjetima obnovljivosti. Ako je u prvom nizu na prvom ispitivalištu izvršeno n_1 mjerenja, a u drugom nizu na drugom ispitivališnom mjestu izvršeno n_2 mjerenja, te se dobivaju srednje vrijednosti \bar{y}_1 , odnosno \bar{y}_2 , tada će varijanca razlika ($\bar{y}_1 - \bar{y}_2$) biti:

$$S_{(\bar{y}_1 - \bar{y}_2)}^2 = s_L^2 + s_r^2 \left(\frac{1}{2n_1} + \frac{1}{2n_2} \right) \quad (25)$$

a kritična razlika:

$$C_r D (|\bar{y}_1 - \bar{y}_2|) = \sqrt{R^2 - r^2 \left(1 - \frac{1}{2n_1} + \frac{1}{2n_2} \right)}. \quad (26)$$

Ako je $n_1 = n_2 = n = 2$:

$$C_r D (|\bar{y}_1 - \bar{y}_2|) = \sqrt{R^2 - \frac{r^2}{2}}. \quad (27)$$

Prelazi li razlika rezultata kritičnu razliku, neophodna su istraživanja uzroka, tj. mogućih sustavnih utjecaja.

Kao što je u uvodu istaknuto, ponovljivost i obnovljivost su prema određenim uvjetima mjerenja dva ekstrema. U praktičnim ispitivanjima približavamo se jednom ili drugom ekstremu. Promjena uvjeta ponovljivosti vodi u fazama do ekstremnog uvjeta obnovljivosti, a prema *primijenjenom matematičkom modelu* možemo analizirati utjecaj promjena na ponovljivost, odnosno obnovljivost mjerenja.

vidjeli smo da, npr., u usporedbenim mjerenjima, koja su klasični model analize ponovljivosti i obnovljivosti, nisu pri određivanju mjerne vrijednosti r zadovoljeni strogi uvjeti ponovljivosti kao što su isto mjesto, isti mjeritelj i isti mjerni uređaj i oprema. Upravo usporedbenim mjerenjima nastoji se ustanoviti postoje li razlike u preciznosti mjerenja na različitim ispitivališnim mjestima. Kao što je rečeno, moguće je uzeti *zajedničku srednju vrijednost s* , uz pretpostavku da su odstupanja zbog promjene mjeritelja i mjernog uređaja, a donekle i okolišnih uvjeta (promjena mikroklima), nesignifikantna. Signifikantne razlike koje se mogu pojaviti neće utjecati zbog eliminacije takovoga rezultata pomoću statističkog testa.

Zaključujemo da se neke promjene uvjeta ponovljivosti (koje su neizbježne) mogu tolerirati ako smatramo iz iskustva, ili utvrdimo, da su zanemarive.

U primjeni utvrđenih vrijednosti r i R , kao *kritičnih razlika* moguće je ispitivati utjecaj promjene uvjeta. Uvjeti ponovljivosti su osnovno polazište, a kritične razlike su kriteriji koji ukazuju koliko je *odstupanje* od tih uvjeta *dozvoljeno*, odnosno koliko su različite promjene uvjeta uzrokovale razlike rezultata veće od kritičnih.

Ukoliko razlika sredina, *vremenski* odmaknutih mjernih nizova nije veća od *kritične razlike*, date na osnovi r i R , tj. polazišnih uvjeta, to zaključujemo s datom statističkom vjerojatnošću da promjene uvjeta ponovljivosti (predviđene i nepredviđene) nisu utjecale signifikantno – preciznost mjerenja je nepromijenjena. Možemo upotrijebiti i novi termin i reći da je zadovoljen *kriterij ponovljivosti mjerenja*.

5. PRIMJENA U GEODETSKIM MJERENJIMA

Nije nepoznato da su kriteriji ponovljivosti i obnovljivosti mjerenja primijenjeni u ispitivanjima u geodetskim mjerenjima.

Međutim, mogućnosti su za primjenu različite. Prvo treba dati šire značenje pojmu *osnovna jedinica* koja je u usporedbenim međulaboratorijskim ispitivanjima bila istovjetna s laboratorijem. Ako se radi o usporedbenim mjerenjima na *istom* objektu, ali koji *nije prenosiv*, onda su osnovne jedinice mjerenja mjerne cjeline koje su međusobno odvojene vremenskim intervalom s uvjetima mjerenja analognim onima u međulaboratorijskim ispitivanjima.

U području geodetskih mjerenja imamo do sada, za razliku od drugih tehničkih struka, mali broj mjeriteljskih ispitnih laboratorija. No i pri ispitivanjima u jednome geodetskom laboratoriju mogu se dobro primijeniti kriteriji ponovljivosti i obnovljivosti. Često se pri istraživanjima funkcije instrumenata ili njihovih dijelova zahtijevaju mnogobrojna ponavljanja mjerenja. U tom slučaju vrlo je važno da u vremenskom roku između, i unutar, nizova mjerenja ne dođe do značajnog djelovanja utjecajnih veličina i do nepoželjnih promjena u funkciji instrumenta. Za takve kontrole dobro je odrediti mjernu ponovljivost i obnovljivost na osnovi osnovnih ispitnih jedinica.

Međulaboratorijska ispitivanja mogla bi se organizirati uglavnom na međunarodnoj razini.

No u geodetskim mjerenjima veliki je laboratorij teren i tu se izvode mnogobrojna ispitivanja. U geodetskim mjerenjima na terenu nema mogućnosti prenošenja objekta, već se prenose mjerni uređaji, instrumenti i oprema. Tu postoje značajne mogućnosti pri korištenju kalibracijske osnovice u blizini Zagreba za ispitivanja u uvjetima ponovljivosti i obnovljivosti. Prema izloženom, lako je zamisliti, npr. ispitivanja elektroničkih daljinomjera i izvršiti analize po iznijetom konceptu. Nadalje, mjerenja na istom objektu znače npr. i mjerenja visinskih razlika između istih repera, mjerenje horizontalnih ili vertikalnih kutova s istoga stajališta instrumenta prema istim ciljevima, npr. i na posebnom terenskom ispitnom poligonu.

Pri ispitivanjima okolišnih utjecaja, npr. utjecaja atmosfere, koja su s povišenjem preciznosti mjerenja izuzetno aktualna, može se smatrati ispitivališnim mjestom svaka čvrsto stabilizirana točka s koje se obavljaju opažanja, npr. horizontalnih ili vertikalnih kutova u određenom izabranom vremenskom intervalu po mogućnosti optimalnom s obzirom na utjecaj atmosfere. Nova osnovna ispitna jedinica (»laboratorij« – u analogiji s prikazanim usporedbenim mjerenjima) bit će drugog dana na istom ispitivališnom mjestu u istim uvjetima (mogu se tog dana mjerenja izvršiti s drugim mjeriteljima i/ili instrumentarijem, ali iste razine točnosti) i tako redom u više dana. Broj osnovnih ispitnih jedinica odgovarat će broju dana kada su obavljena mjerenja. Po datim formulama možemo računati mjerne vrijednosti r i R kao mjere preciznosti. Utvrđivanjem kritičnih razlika moguće je uz izvođenje mjernih nizova u drugim vremenskim intervalima dana (po formulama datim u poglavlju 4) ustanoviti u kojem razdoblju dana preciznost mjerenja prelazi kritičnu razliku, tj. u kojem su razdoblju dana mjerenja ponovljiva, odnosno obnovljiva. Moguć je i drukčiji raspored ispitivanja, npr. u određenom razdoblju dana kada i inače mjerimo s ispitivanim instrumentarijem, izabrat ćemo pravilno raspoređen broj ispitnih jedinica svakih 30 minuta, te odrediti ponovljivost i obnovljivost mjerenja, a time dobiti snimku preciznosti mjerenja za promatrano razdoblje, te zaključiti odgovara li ona za izabrano razdoblje (komparacija s optimalnim razdobljem). Ispitivanja se mogu slično proširiti na čitavo godišnje razdoblje.

Tvornice mjernih instrumenata trebale bi odrediti mjernu ponovljivost i obnovljivost za proizvodnu seriju instrumenata, te ih dati kao mjere preciznosti u svojim prospektima.

Mogućnosti ispitivanja postoje i uz prenosive mjerne objekte, kao što je npr. ispitivanje planimetara.

ZAKLJUČAK

Mjerenja u pravilu obavljaju razni mjeritelji različitim instrumentima ili uređajima s različitim priborom, a u geodeziji i u bitno različitim okolišnim uvjetima. Potrebno je ispitati ne samo preciznost mjerenja, mjernih instrumenata ili uređaja već i kako djeluju različite promjene. U tu se svrhu koriste mjerna ponovljivost r i mjerna obnovljivost R koje imaju značajnu primjenu u usporedbenim mjerenjima.

Kritične razlike mogu biti mjera dozvoljenih djelovanja utjecajnih veličina, odnosno njihovih promjena, što je od posebnog značenja pri mjerenjima na terenu.

U nastavku ovoga rada bit će prikazano značenje ponovljivosti mjerenja, kompatibilnosti i usporedivosti mjernih rezultata.

LITERATURA

- Bego, V. (1971): Mjerenja u elektrotehnici, Tehnička knjiga, Zagreb.
- Benčić, D., Dusman, F. (1994): Od mjerenja do mjeriteljske informacije, Geodetski list, 2, 129–146.
- Benčić, D., Solarić, N., Lasić, Z. (1993): Značenje metrološke djelatnosti i njen razvoj u Republici Hrvatskoj, Geodetski list, 4, 293–304.
- Čubranić, N. (1965): Težina mjerenja, Geodetski fakultet, Zagreb.
- Dusman, F. (1984): O prirodi mjerne ponovljivosti i obnovljivosti, Međunarodni seminar Inovacija i automatizacija u mjernoj tehnici, Maribor.
- Dusman, F., Mudronja, V. (1992): Ponovljivost i obnovljivost u mjerenju duljine i kuta, Strojarstvo 34, 13–19.
- Mandel, J., Lashof, T.W. (1987): The Nature of Repeatability and Reproducibility, Journal of Quality Technology, Vol. 19, No. 1, 29–36.
- ASTM (1978): American Society for Testing and materials, Philadelphia: Standard Recommended Practice E 180–78 for Developing Precision Data on ASTM.
- ASTM (1979): Standard Practice E 691–79 for Conducting an Interlaboratory Test Program to Determine the Precision of Test Methods.
- ASTM (1980): Standard Practice E 173–80 for Conducting an Interlaboratory Studies of Methods of Chemical Analysis of Metals.
- ASTM (1981): Standard Practice F 465–76(81) for Developing Precision and Accuracy Data on ASTM.
- BSI (1979): British Standard 5479, London: Precision of Test Methods, Part 1, Guide for the Determination of Repeatability and Reproducibility for Standard Test Method.
- ISO (1979, 1992): Petroleum Products Determination and Application of Precision Data in Relation to Methods of Test, ISO 4259.
- ISO (1981, 1986): Precision of Test Methods-Determination of Repeatability and Reproducibility by Interlaboratory Test, ISO 5725–1981, Geneva, ISO 5725–1986 (E).

CONCEPT AND SIGNIFICANCE OF REPEATABILITY AND REPRODUCIBILITY

This work presents the notions and characteristics of the repeatability r and reproducibility R of measurement with a critical view. The meaning and application of the criteria of the repeatability and reproducibility of measurement in compari-

son measurements are elaborated. In geodesic measurements these precision criteria have not been applied so far, although it is certain that there are interesting possibilities of their application.

Primljeno: 1995-03-14