

GAUß-MARKOVLJEV MODEL

Karl Friedrich Gauß je veliki njemački znanstvenik koji je živio od 1777. do 1855. godine. Njegovim imenom su nazvani matematički pojmovi ili teoremi kao što su (prema Matematičkoj enciklopediji, tom 1, 1982);

Gaußov varijacijski problem
 Gaußov ili normalni zakon razdiobe
 Gaußov zakon uzajamnosti
 Gaußova interpolacijska formula
 Gaußova kvadratura formula
 Gaußova metoda eliminacije nepoznanica
 Gaußova transformacija
 Gaußov kriterij konvergencije
 Gaußov princip najmanje prisile
 Gaußov rastav topološke grupe
 Gaußov zbroj
 Gaußov teorem (theorema egregium)
 Gauß-Bonneov teorem
 Gauß-Laplaceova razdioba
 Gaußova zakrivljenost
 Gaußova polugrupa
 Gaußov broj
 Gaußovski proces.

Aleksej Alekseevič Markov ruski je matematičar koji je živio od 1856. do 1922. godine. Iako je manje poznat od Gaußa, o njegovom značenju svjedoče brojni matematički pojmovi nazvani njegovim imenom, kao što su primjerice (prema Matematičkoj enciklopediji, tom 3, 1982.):

Markovljeva kvadratura formula
 Markovljev kriterij najbolje integralne aproksimacije
 Markovljeva nejednakost
 Markovljev problem spektra
 Markovljev sustav funkcija
 Markovljev spektar
 Markovljeva forma
 Markovljev lanac
 Markovski moment
 Markovski proces
 Markovski stacionarni proces
 Markovsko svojstvo.

(Vidjeti također Pauše 1974.)

Gauß je razvio klasičnu teoriju pogrešaka. Razdioba slučajnih pogrešaka smatra se dobro definiranom Gaußovom *normalnom razdiobom*, dok *metoda najmanjih kvadrata* tada daje odgovarajuće rješenje s *najvećom vjerojatnošću*. U ranim Gaußovim radovima bilo je jedino moguće napraviti vjerojatnosno ispitivanje na beskonačnom osnovnom skupu (Bjerhammar 1973.) Kasnije je Friedrich Robert Helmert (1843.-1917.) proširio istraživanja na χ -razdiobu. U geodeziji i astronomiji koristile su se različite metode izjednačenja, a posebno izjednačenje izravnih mjerenja, izjednačenje posrednih mjerenja i izjednačenje po uvjetnim mjerenjima. Na taj je način metoda najmanjih kvadrata bila u potpunosti iskorištena u primjenama. Zanimljivo poopćenje metode najmanjih kvadrata dao je Markov koji je pokazao kako metoda daje najbolju linearnu (s najmanjom varijancom) nepristranu procjenu za svaku razdiobu s konačnom varijancom.

Neka je A zadana matrica tipa (n,m) , $\text{rang}(A) = m$, x vektor nepoznatih parametara, y slučajni vektor opažanja i $D(y) = \sigma_0^2 I$ kovarijacijska matrica vektora y , σ_0^2 nepoznati faktor. Tada se sustav:

$$Ax = E(y), \quad D(y) = \sigma_0^2 I$$

naziva Gauß-Markovljevim modelom s potpunim rangom (Koch 1980., Bilajbegović 1989. Lapaine 1989., Rožić 1992. b).

Za Gauß-Markovljev model na hrvatskom se jeziku može također reći i *model Gauß-Markova* (Rožić 1992. b) ili *model Gaußa i Markova*.

U nizu članaka nedavno objavljenih u Geodetskom listu (Bilajbegović 1988. a, b, Hećimović 1991., Rožić 1992. a, b, c) stoji *Gauß-Markov model*. Međutim, takav oblik nije ispravan jer je *Gauß-Markovljev model* polusloženica u kojoj se njen drugi dio mora sklanjati.

Osim toga oblik *Gauß-Markoffov model* (Bilajbegović i dr. 1992.) nije ispravan jer se u hrvatskom jeziku strane riječi pišu u svom izvornom obliku, a ne fonetski ili tome slično.

Napomenimo na kraju, da se i u stranoj literaturi ponekad pojavljuje termin *Gauß-Markovljev model* u različitim oblicima. Za autore koji pišu na njemačkom jeziku preporučujemo *Gauß-Markov-Modell*, a na engleskom *Gauß-Markov model*.

LITERATURA

- Bilajbegović, A. (1988.a): G. Perović – Singularna izravnjanja. Geodetski list 7–9, 279.
 Bilajbegović, A. (1988.b): Erik W. Grafarend, Fernando Sanso (urednici) – Optimization and design of geodetic networks. Geodetski list 1–3, 85–86.
 Bilajbegović, A. (1989.): Karl-Rudolf Koch – Parametar Estimation and Hypotesis Testing in Linear Models. Geodetski list 71.
 Bilajbegović, A., Solarić, M., Bačić, Ž. (1992.): Mogućnosti primjene GPS u gradskim geodetskim mrežama. Geodetski list 2, 121–137.
 Bjerhammar, A. (1973.): Theory of Errors and Generalized Matrix Inverses, Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam, London, New York.
 Hećimović, Ž. (1991.): Prilog interpretaciji problema izjednačenja. Geodetski list 10–12, 339–356.
 Lapaine, M. (1989.): Metoda najmanjih kvadrata u naše vrijeme. Geodetski list 4–6, 119–133.
 Matematičeskaja enciklopedija (1982.): Glavni urednik I. M. Vinogradov, Izdatel'stvo Sovetskaja Enciklopedija, Moskva.
 Pauše, Ž. (1974.): Vjerojatnost, informacija, stohastički procesi. Školska knjiga, Zagreb.
 Rožić, N. (1992.a): Izjednačenje geodetskih mreža s dodatnim fiktivnim mjerenjima. Geodetski list 1, 49–60.
 Rožić, N. (1992.b): Sekvencijalni postupak izjednačenja geodetskih mreža. Geodetski list 3, 331–345.
 Rožić, N. (1992. c): Datum geodetskih mreža i S-transformacije. Geodetski list 4, 451–463.

Miljenko Lapaine
 Biserka Fučkan-Držić