

POBOLJŠANA METODA MODELIRANJA MASA ZEMLJINE KORE

Mario BRKIĆ — Zagreb*

SAŽETAK. Osnovni cilj fizikalne geodezije je određivanje polja sile teže i oblika Zemlje iz različitih podataka mjerenih na površini i izvan nje. Izvor gravitacijskog polja je razdioba masa unutar Zemlje. Nepravilnosti tog izvora preslikavaju se u nepravilnosti različitih efekata kao što su anomalije ubrzanja sile teže, otkloni vertikalne i undulacije geoida. Topografija i njena kompenzacija vjerojatno predstavljaju glavnu nepravilnost gravitacijskog polja. Uklanjanje efekata tih masa iz mjerenih veličina daje glatko rezidualno polje. Umjesto uobičajene topoizostatske redukcije, primjenjuje se danas i RTM redukcija. Bolje poznavanje i opis masa omogućuju dobivanje glađega rezidualnog polja, kojim se osigurava točnije modeliranje Zemljinog polja sile teže. Stoga je pokušano, na osnovi raspoloživih podataka, što bolje trodimenzionalno modelirati mase Zemljine kore, konkretno uključivanjem podataka o površinskom rasporedu gustoće i dubinama baze sedimenata, za potrebe redukcija geodetskih mjerenja. Poboljšana je metoda modeliranja opisana teoretski i ugrađena u Forsbergov program za računalo te provjerena računanjem raznih topografskih efekata u odabranom području Republike Hrvatske. Nađene razlike efekata dobivenih ovom metodom, u odnosu na uobičajeno jednostavno modeliranje, znatno nadmašuju današnje točnosti mjerenja karakterističnih fizikalnih veličina. Time nije samo opravdan zadatak ovog istraživanja, već je ukazano i na nužnost daljnjih poboljšanja razmatranjem i drugih slojeva Zemljine unutrašnjosti.

1. UVOD

U geodeziji se pod pojmom modeliranja Zemljinog polja sile teže razumijevaju metode opisa vanjskog potencijala Zemlje radi proračuna veličina vezanih uz polje sile teže iz niza mjerenih veličina. Zajedničko je raznim metodama modeliranja (na primjer integralne formule Stokesa i Vening-Meinesza, metoda kolokacije) to da su aproksimativne za harmoničke funkcije odnosno pretpostavljaju da anomalni potencijal ispunjava Laplaceovu jednadžbu u prostoru izvan površine Zemlje. Točnost modela ovisi o količini raspoloživih podataka i o varijaciji polja sile teže. Općenito, dobar model treba dati male i glatke anomalije ili odstupanja od stvarnosti.

U opisu dijela vanjskog polja izračunavanjem efekata pretpostavljene razdiobe gustoća može se koristiti bilo koji geofizički model gustoće. Ipak, za

* Mr. fizike Mario Brkić, INA-Naftaplin, Šubićeva 29, Zagreb.

razdiobu gustoće bližu stvarnosti očekuje se glađe rezidualno polje. Poznavanje anomalija gustoće ograničeno je na plitke strukture kore i gornjeg plašta, iz čega slijedi njihov najveći doprinos kratkovalnoj varijaciji sili teže.

Najznačajnije i ujedno najpoznatije anomalije gustoće su one vezane uz topografiju. Poznavanje vrijednosti visina i dubina aktualne topografije omogućuje lokalno glačanje polja sile teže oduzimanjem efekata izračunanih modelima masa čime se znatno unapređuju rezultati predikcije, napose u planinskim područjima. Anomalije gustoće vezane uz topografiju uključuju izravan gravitacijski utjecaj vidljive topografije na kontinentima, batimetriju oceana i mora, efekt polarnih kapa te izostatsku kompenzaciju. Ti efekti zajedno predstavljaju glavni dio varijacije Zemljinog polja sile teže, osobito na kraćim valnim duljinama (do nekoliko stotina kilometara), gdje su izravno izračunani topografski efekti tek malo smanjeni izostatskom kompenzacijom.

Za računanje efekata masa Zemljine kore opisanih digitalnim modelom reljefa na veličine koje opisuju polje teže (anomalije ubrzanja sile teže, otkloni vertikale, undulacije geoida) u uporabi je računalni program R. Forsberga. U računanju topografske, topoizostatske i rezidualne redukcije te korekcije reljefa pretpostavlja se konstantna gustoća prizmatskih tijela, osnovnih elemenata za aproksimaciju topografije. Uvođenjem digitalnih modela dubina baze sedimenata i digitalnih modela površinskih gustoća u računanje topografskih efekata (Brkić, 1994.) namjeravalo se približiti stvarnom 3D modelu masa Zemljine kore. Kao posljedica takvog približenja očekivalo se glađe rezidualno polje odnosno poboljšani model polja sile teže Zemlje.

2. TEORETSKO ZALEĐE

2.1. Anomalno polje sile teže i anomalije gustoće

Zemljino polje sile teže opisano je anomalnim ili poremećajnim potencijalom T , definiranim kao razlika aktualnog W i normalnog potencijala U , $T=W-U$. U normalnom potencijalu U , određenom parametrima referentnog elipsoida, uključeni su centrifugalni i atmosferski potencijali te potencijal plimnih valova pa je zato T harmonička funkcija koja zadovoljava Laplaceovu jednadžbu $\nabla^2 T=0$ u vanjskom području, izvan površine Zemlje. Potencijal T kao malu veličinu u odnosu na W moguće je opisati u sfernoj aproksimaciji razvojem u red sfernih harmonika (Forsberg, Tscherning, 1981.).

Mjerene veličine polja sile teže mogu se u sfernoj aproksimaciji izraziti kao linearni funkcionali $L(T)$ anomalnog potencijala. Najznačajnije veličine su (Forsberg, 1984.):

— anomalije visine

$$\zeta = \frac{T}{\gamma} \quad (2.1)$$

— komponente vektora otklona vertikale

$$\xi = -\frac{1}{r\gamma} \frac{\partial T}{\partial \varphi} \quad (2.2)$$

$$\eta = -\frac{1}{r\gamma \cos \varphi} \frac{\partial T}{\partial \lambda}$$

— anomalije ubrzanja sile teže

$$\Delta g = -\frac{\partial T}{\partial r} - \frac{2}{r} T \quad (2.3)$$

— te još i radijalna komponenta vektora poremećaja ubrzanja sile teže (engl. gravity disturbance)

$$\delta g = -\frac{\partial T}{\partial r} \quad (2.4)$$

U tim izrazima γ je normalno ubrzanje sile teže.

Anomalija gustoće $\Delta\rho$ razlika je stvarne razdiobe gustoće ρ unutar Zemlje i normalne razdiobe gustoće ρ_0 , koja generira normalno polje ubrzanja sile teže U , $\Delta\rho = \rho - \rho_0$. Anomalno polje sile teže generirano je anomalijom gustoće $\Delta\rho$ (ibid.):

$$T_m(P) = G \int_V \frac{\Delta\rho}{r} dV_Q \quad (2.5)$$

gdje su G gravitacijska konstanta, V unutrašnjost Zemlje, Q točka unutar volumena, a P točka izvan volumena na udaljenosti r .

U modeliranju vanjskog polja sile teže poznate anomalije gustoće mogu se koristiti u tzv. remove-restore tehnici, kod koje se aproksimira, na primjer kolokacijom $T^c = T - T_m$ (Forsberg, Tscherning, 1981.; Bašić, Rapp, 1992.). Ako je cilj odrediti kratkovalnu i ultrakratkovalnu strukturu polja sile teže, tada je T_m potencijal generiran bilo kojim topografskim modelom masa (Bašić, 1989.). Prirodno, gladi T^c očekuje se primjenom stvarnijih podataka visina i razdiobe gustoće.

Neka je V volumen koji zatvara poznatu anomaliju gustoće, a $T_m(P)$ efekt potencijala topografskih masa u točki P . Za neku fizikalnu veličinu $L(T_m)$ polja sile teže slijedi za topografski efekt, koji u sebi sadrži i »geološke efekte« (Forsberg, 1984.):

$$L(T_m) = G \int_V \Delta\rho L\left(\frac{1}{r}\right) dV_Q \quad (2.6)$$

Efekt $L(T_m)$ topografski reduciranih masa može se izračunati uz pomoć konvencionalnih tehnika integriranja prizmi ili bržim Fourierovim tehnikama. Kao modeli redukcije u obzir dolaze topografsko-izostatski i RTM modeli.

2.2. Modeliranje gustoća uz pomoć pravokutnih prizmi

U praktičnom razvoju efekata anomalija gustoće integrali tipa $L(T_m)$ računaju se numerički, uz pretpostavku konstantne gustoće $\Delta\rho$ konačnih gradivih elemenata mase — prizmi. Digitalni modeli podataka, koji se koriste u topografskim redukcijama, dani su u obliku mreža te prirodno odgovaraju podjeli masa u prizme. Uz točne formule anomalnog potencijala i najvažnijih gravimetrijskih veličina izvedene za prizmu, za ubrzanje praktičnog računanja često se rabe i približne formule (Forsberg, 1984.; Forsberg, Tscherning, 1981.). Dakako, pritom se pretpostavljaju male pogreške aproksimacije, koje se nalaze daleko ispod točnosti kasnijih predikcija.

2.3. Različite redukcije uslijed razvedenosti topografije

U planinskim područjima topografski efekti potpuno dominiraju lokalnom varijacijom polja sile teže, pa je neka vrsta redukcije apsolutno nužna pri njenom modeliranju. Jedna od najpoznatijih je sigurno Bouguerova redukcija, koja je osobito prikladna u geofizičkim radovima kao i pri predikciji osrednjenih anomalija slobodnog zraka. Topografsku ili kompletnu Bouguerovu redukciju čini micanje vidljive topografije, pri čemu je uobičajeno koristiti gustoću od 2670 kg/m^3 . Na oceanima su anomalije gustoće formalno negativne, tako da standardnoj gustoći odgovara $\rho_v - 2670 \text{ kg/m}^3$, gdje je gustoća morske vode $\rho_v = 1030 \text{ kg/m}^3$. U topografskoj redukciji može se razlučiti Bouguerov član koji daje efekt beskonačne ploče i korekcija reljefa, koja u sebi uključuje nepravilnosti topografije.

Na regionalnoj ljestvici efekti topografije postaju vrlo veliki pa je stoga nužno uključiti izostatsku kompenzaciju. Izostatske redukcije, primijenjene globalno, osiguravaju najglada rezidualna polja i lako se koriste za različite vrste podataka Zemljinog polja sile teže. U rasprostranjenom Airy-Heiskanen izostatskom modelu pretpostavlja se da planine konstantne gustoće ρ_0 plutaju na gušćem plaštu, konstantne gustoće ρ_1 . Lagani korijeni kontinenta i teški antikorijeni oceana kompenziraju topografske mase. Airy-Heiskanenov princip postulira lokalnu (vertikalnu) izostatsku ravnotežu topografskog stupca beskonačno malog presjeka, neovisno o okolini.

Alternativno izostatskoj kompenzaciji moguće je uzeti u obzir samo kratkovalne topografske varijacije uvođenjem proizvoljno glatke plohe srednjih visina kao »referentne« topografije, te micanjem masa iznad i punjenjem dolina ispod te plohe. Za anomalije sile teže takva rezidualna topografska redukcija blisko odgovara formaciji regionalno osrednjenih anomalija slobodnog zraka, a izborom prikladne referentne plohe redukcija daje rezultate slične konvencionalnoj izostatskoj redukciji bez potrebe za računanjem na globalnoj ljestvici (Forsberg, 1984.; Forsberg, Tscherning, 1981.).

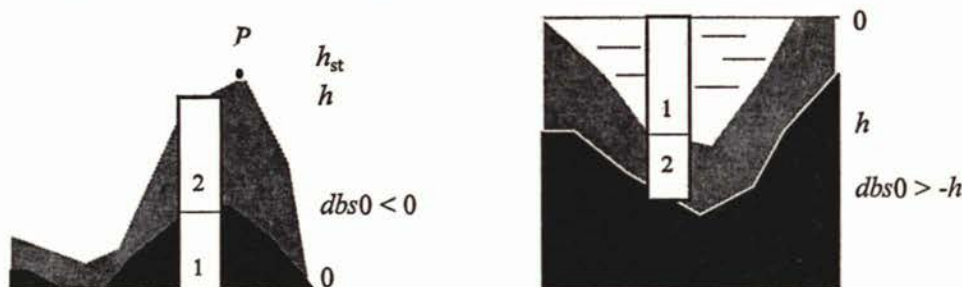
2.4. Približenje 3D modelu masa Zemljine kore

Uobičajeno je u praktičnom računanju topografskih redukcija uz pomoć Forsbergovog TC programa koristiti samo digitalne modele reljefa (DMR), a za RTM efekte i digitalni model referentne plohe srednjih visina. Uključivanjem u račun prostorne razdiobe dubina bazena sedimentacije i prostorne razdiobe gustoće bazena namjeravalo se bolje približiti stvarnosti. U načelu, dodavanje novog sloja, u kojemu se računa doprinos prizme kao elementa mase, znači rješavanje problema cijepanja »stare« prizme u više manjih, čiji se efekti tada zbrajaju. Uz širinu i duljinu, koje određuje raster mreže podataka, svaka prizma je definirana visinom Δz , položajem težišta z_m i gustoćom ρ . Pretpostavlja se da su dubine baze sedimentata iz digitalnih modela baze sedimentata (DMBS) definirane u odnosu na geoid i u nastavku su označene s db_s0 . U slučaju da je za neke prizme podatak db_s0 iz nekog razloga nepoznat (takav podatak je označen s 99999), tada se one ne dijele, a za gustoću im je pripisana vrijednost $\rho_0 = 2670 \text{ kg/m}^3$. Podrazumijeva se da ista vrijednost pripada i nepoznatim vrijednostima u digitalnim modelima površinske gustoće (DMPG). Jedino u točkama odnosno prizmama u kojima je poznata vrijednost db_s0 , uključuje se i vrijednost gustoće sedimentata ρ_{bs} , pro-

čitana iz DMPG, budući da prava prostorna razdioba gustoća sedimenata (s kojom je prvotno zamišljeno ovo približenje) nije bila na raspolaganju.

Razmotrimo sada definicije prizmi za slučajeve koji mogu nastupiti pri računanju topografske i topoizostatske redukcije uz korištenje digitalnih modela baze sedimenata i, u općem slučaju, digitalnih modela prostorne razdiobe gustoće sedimenata. Podroban opis prizmi korištenih pri rezidualnom modeliranju topografije (RTM) i korekciji za reljef (tc) te redefinicija harmoničke korekcije (Forsberg, 1984.) može se naći u (Brkić, 1994.).

Topografska ili kompletna Bouguerova redukcija



Slika 1. Topografska redukcija na kopnu i moru

Za $h \geq 0$ (kopno), ako $\exists \text{dbs}_0 \neq 99999$ mogu nastati sljedeći slučajevi: za $\text{dbs}_0 < 0$ dolazi do dijeljenja u dvije prizme:

1. $\Delta z = -\text{dbs}_0$, ρ_0 , $z_m = \Delta z/2 - h_{st}$
2. $\Delta z = h + \text{dbs}_0$, ρ_{bs} , $z_m = \Delta z/2 - \text{dbs}_0 - h_{st}$

$$\text{dbs}_0 \geq 0 : \Delta z = h, \rho_{bs}, z_m = \Delta z/2 - h_{st}$$

Na moru je (sl. 1.) $h < 0$, a $\text{dbs}_0 > 0$ i $\text{dbs}_0 \geq -h$. Tada se mogu razmatrati dvije prizme: prva opisuje anomaliju gustoće koja je posljedica prisutnosti vodene mase na mjestu gdje je referentni elipsoid čvrst, a druga anomaliju gustoće koja slijedi iz razlike gustoće sedimenata i normalne gustoće.

Dakle, ako $\exists \text{dbs}_0 \neq 99999$ slijedi:

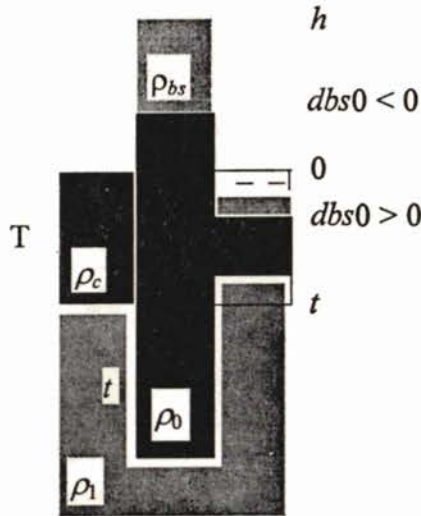
1. $\Delta z = h$, $\rho_0 - \rho_v$, $z_m = \Delta z/2 - h_{st}$

za $\text{dbs}_0 > -h$ dodatna prizma:

2. $\Delta z = -(\text{dbs}_0 + h)$, $\rho_0 - \rho_{bs}$, $z_m = \Delta z/2 + h - h_{st}$

Pri tim računanjima zahtijevano je da vrijedi $\rho_0 - \rho_{bs} > 0$, a to se možda negdje ne bi ispunilo (može na primjer nastupiti $\rho_{bs} > 2670$). Dodatna prizma neće se ipak raditi s dva razloga: 1) korišten je DMPG koji se pri $h > 0$ uzima za opis sloja sedimenata, a za $h < 0$ gustoće se zamjenjuju s vrijednošću 1030 kg/m^3 , dakle ne postoji informacija o gustoćama sedimenata pod morem; 2) sam DMBS₁ (korišteno je više digitalnih modela baze sedimenata) pregrub je, pa se na $h < 0$ pojavljuju vrijednosti $\text{dbs}_0 > 5000 \text{ m}$, što se baš i ne podudara s vrijednostima dbs_0 koje se spominju u literaturi (Torge, 1975.).

Izostatska redukcija



Slika 2. Izostatska redukcija

Izostatska ravnoteža pretpostavlja da za masu m između površine i najdublje projekcije kore d vrijedi izraz:

$$m/A = \rho d = \text{const.} \quad (2.7)$$

gdje je A jedinična površina. Ako je poznat dbs_0 za neku prizmu, kojoj je visina jednaka zbroju topografske visine i Moho dubine, tada je on cijepa u dva dijela. Ta dva dijela zajedno su opisana s ρ_c , zajedničkom gustoćom, koja općenito može biti za svaku prizmu drukčija, a definirana je s

$$(h + T + t) \rho_c = (h + dbs_0) \rho_{bs} + (T - dbs_0) \rho_o + t \rho_o \quad (2.8)$$

Iz jednadžbe izostatske ravnoteže Airy modela

$$(h + T + t) \rho_c = T \rho_c + t \rho_1 \quad (2.9)$$

slijedi izraz za korijen i antikorijen

$$t = h \rho_c / (\rho_1 - \rho_c) \quad (2.10)$$

koji uvršten u definiciju ρ_c daje kvadratnu jednadžbu

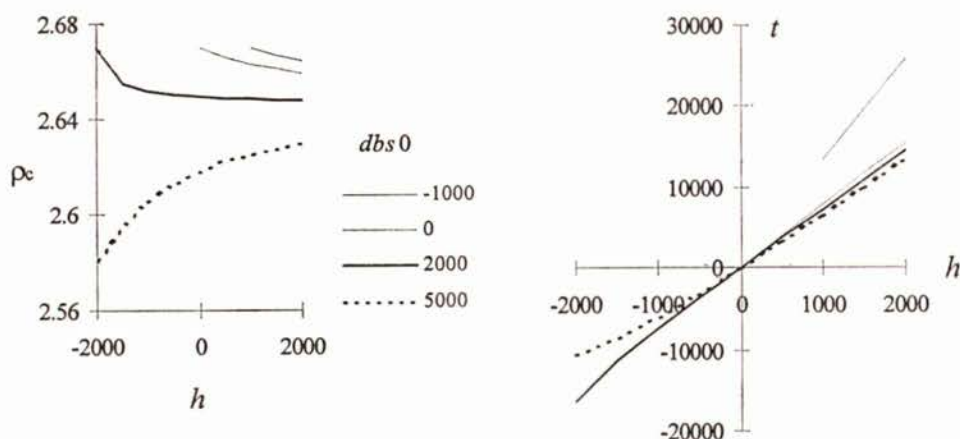
$$c_2 \rho_c^2 + c_1 \rho_c + c_0 = 0 \quad (2.11)$$

s koeficijentima

$$\begin{aligned} c_0 &= \rho_1 [(h + dbs_0) \rho_{bs} + (T - dbs_0) \rho_o] \\ c_1 &= h \rho_o - (h + dbs_0) \rho_{bs} - (T - dbs_0) \rho_o - (h + T) \rho_1 \\ c_2 &= T \end{aligned} \quad (2.12)$$

Za ρ_c dobivaju se dva različita realna rješenja, a smisleno je ono za koje vrijedi $(\rho_{bs})_{\min} < \rho_c < \rho_1$. No, kako teoretski može nastati i slučaj da su oba korištena realna i zadovoljavaju uvjet, u praksi se izabire onaj $(\rho_c)_i$ koji je konstantan i jednak ρ_0 za $\rho_{bs} = \rho_0$ i za bilo koji h i dbs_0 , čime je simuliran slučaj kada su poznate jedino topografske visine. Korijeni su kompleksni za $\rho_{bs} \geq \rho_1$, što valja izbjeći. Funkcija $\rho_c(h)$ može biti podajuća za $\rho_{bs} > \rho_0$, rastuća kada je $\rho_{bs} < \rho_0$ i konstantna za $\rho_{bs} = \rho_0$. Općenito će dio krivulje $\rho_c(h)$ za koji je $h < 0$ uzlaziti, pokazivati više vrijednosti s porastom ρ_{bs} . Isto se događa smanjenjem dbs_0 uz konstantan ρ_{bs} . Unatoč takvom ponašanju, funkcija $\rho_c(h)$ opisuje male promjene gustoće iz čega slijedi postojanost funkcije za korijen/antikorijen.

Funkcije $\rho_c(h)$ i $t(h)$ za razne dbs_0 i uz sljedeći izbor parametara (za ρ_{bs} uzeta je srednja vrijednost raspoloživih podataka grube mreže): $\rho_0 = 2.67 \text{ g/cm}^3$, $\rho_{bs} = 2.36 \text{ g/cm}^3$, $\rho_1 = 2.87 \text{ g/cm}^3$ i $T = 30000 \text{ m}$ ilustrira slika 3. Na slici su h , t i dbs_0 dani u metrima, a ρ_c u g/cm^3 .



Slika 3. Ovisnost $\rho_c(h)$ i $t(h)$ za razne dbs_0

Vrijednost dbs_0 za neku prizmu, kada je $h \geq 0$, može biti veća, jednaka ili manja od h , a posebno treba paziti na to da za $dbs_0 < 0$ podaci imaju smisla. Tada je za $h \geq -dbs_0$:

$$\Delta z = h \rho_c / \Delta \rho, \quad -\Delta \delta, z_m = -\Delta z / 2 - h_{st} - T$$

uz skok gustoće na granici kora-plašt $\Delta \rho = \rho_1 - \rho_c$.

Za $h < 0$ uvijek mora biti zadovoljen odnos $dbs_0 \geq -h$:

$$\Delta z = h (\rho_c - \rho_v) / \Delta \rho, \quad -\Delta \rho, z_m = -\Delta z / 2 - h_{st} - T$$

U ovom slučaju zajednička gustoća ρ_c prethodno je forsirana na vrijednost ρ_0 , jer je za konkretno računanje uporabljen DMPG.

2.5. Modificirani Forsbergov TC program za računanje topografskih efekata — TCBS

Programom TC (Forsberg, 1984.) u željenim se točkama mogu računati sljedeće fizikalne veličine: radijalna komponenta vektora poremećaja ubrza-

nja sile teže i anomalije ubrzanja sile teže [$\text{mgal} = 10^{-5} \text{m/s}^2$], komponente otklona vertikalne [kutne s], undulacije geoida odnosno anomalije visine [m] i derivacije drugog reda ili gradijenti anomalnog potencijala [$E\ddot{o}tv\ddot{o}s = 10^{-9} \text{s}^{-2}$]. Pritom se mogu računati različiti tipovi (modovi) topografskih efekata, i to: izravni topografski efekt svih masa iznad razine mora, topoizostatska redukcija uz Airyev izostatski model, korekcija reljefa — efekt nepravilnosti aktualnog reljefa u odnosu na Bouguerovu ploču — i rezidualna redukcija RTM — efekt topografskih masa u odnosu na referentnu plohu srednjih visina.

TC je poslužio kao polazna točka za razvoj programa TCBS, u kojemu se uz digitalne modele reljefa dodatno uključuju digitalni modeli dubina baze sedimenata i digitalni modeli površinskih gustoća u računanje navedenih efekata topografije. Promjene, zahtjevi i ograničenja TCBS-a, nastali ugradbom teorijskih zamisli, ali i samom unutarnjom strukturom TC-a, ukratko su prikazane u (Brkić, 1994). TCBS je testiran na stari, programu granični slučaj. Naime, rezultati dobiveni izvornim TC programom uz realne DMR pokazali su se identični rezultatima TCBS-a uz dodatno uključene sintetičke DMBS napunjene nepoznatim vrijednostima (u ovom slučaju sadržaj DMPG-a nije bitan). Isti rezultati programa TCBS dobiveni su korištenjem, uz DMR, realnih DMBS i sintetičkih DMPG, napunjenih, u TC-u inače deklariranom, konstantnom vrijednošću ρ_0 .

3. REZULTATI I RASPRAVA

U (Brkić, 1994.) razmatrano je podrijetlo odnosno način nastanka i točnost korištenih digitalnih modela (reljefa, referentnih visina, dva modela baze sedimenata i površinskih gustoća) te je ukazano na njihove nedostatke. Na istom mjestu navedeni su i aktualni ulazni parametri u program TCBS. Značajka DMR, DMPG i DMBS₂ dobra je pouzdanost izvornih podataka, što se ne može tvrditi za DMBS₁. Treba istaknuti da je navedenim DMBS i DMPG (nažalost!) zajednički velik broj nepoznatih vrijednosti u području od interesa.

3.1. Rezultati računanja različitih efekata u test-području

U (Brkić, 1994.) dani su prvi rezultati računanja različitih efekata topografskih masa u izabranom dijelu Republike Hrvatske definiranom s $\varphi 45^\circ - 46.5^\circ$ i $\lambda 15.5^\circ - 17.5^\circ$. Pritom je ukupno 475 točaka računanja određeno rasterom $5' \times 5'$, a u ovom dijelu korišten je samo DMBS₁.

Uključivanje podataka o dubinama baze sedimenata i variranju površinske gustoće (novi model) rezultiralo je značajnim razlikama od 5—10 mgala u anomalijama, do 2" u otklonima vertikalne te i do 2—3 dm u geoidu u odnosu na uobičajeno jednostavno modeliranje masa Zemljine kore konstantnom gustoćom (stari model). Te su razlike još zanimljivije ima li se na umu da one višestruko nadmašuju današnje točnosti mjerenja tih karakterističnih fizikalnih veličina (!). Točnost mjerenja anomalija reda je veličine $\pm(0.001 - 0.005)$ mgal, za S—J komponentu otklona vertikalne ona iznosi $\pm(0.1 - 0.2)''$, a za Z—I komponentu $\pm(0.2 - 0.4)''$ te za undulacije geoida $\pm(0.02 - 0.1)$ m. U slučaju u kojemu bi razlike »novo — staro« bile unutar tih točnosti mjerenja, svako razmatranje DMBS i DMPG moglo bi se slobodno zanemariti, pogotovu promatrajući redukcije u kontekstu »remove—restore« tehnike.

3.2. Usporedba mjerenih i računanih vrijednosti otklona vertikalne

U zadanom test-području računane su topoizostatske S—J i Z—I komponente vektora otklona vertikalne u točkama u kojima već postoje mjereni astrogeodetski otkloni vertikalne, izrađeni na osnovi astronomskih i geodetskih određivanja položajnih koordinata (Čolić i dr., 1992., b). Pritom su uspoređena tri topoizostatska modela masa. Prvi nije uključivao informaciju prostorne razdiobe sedimenata i pripadnih gustoća. U druga dva korišteni su DMBS₁ odnosno DMBS₂ i DMPG. Dalje, promatrani su reziduali, razlike mjerenih i topoizostatskih vrijednosti otklona vertikalne u točkama mjerenja.

U ovom slučaju se geodetske koordinate odnose na posebno orijentirani Besselov elipsoid, proizišao nakon posebnog izjednačenja trigonometrijske mreže točaka I. reda za Sloveniju, uključujući i trokute koji pokrivaju granicu s Hrvatskom. Sve ostale točke, a to su zapravo sve ovdje korištene, pridodane su na osnovnu mrežu jednostavnim navezivanjem, rješavajući tzv. prvi i drugi glavni geodetski zadatak na elipsoidu (ibid.). Važno je ovdje odmah istaknuti da su otkloni vertikalne izrađeni uz pomoć astrogeodetske metode lokalni i da se ne odnose na geocentrički koordinatni sustav uslijed spomenute definiranosti geodetskih koordinata. Zato i njihovu usporedbu s topoizostatskim otklonima, koji se po prirodi stvari odnose na središte Zemljinih masa, treba shvatiti s oprezom.

Test-područje obuhvatilo je 52 točke s poznatim otklonima vertikalne, određenim astronomskim mjerenjima, pretežito uz pomoć dva seta Zeiss Ni—2 astrolab aparata. Vanjska točnost otklona vertikalne procijenjena je na 0.4" za S—J komponentu (ξ) i 0.5" za Z—I komponentu (η) (ibid.).

Statistike mjerenih, topoizostatskih i rezidualnih komponenata otklona vertikalne u 52 astrogeodetske točke dane su u tablicama 1. i 2. Sve vrijednosti su izražene u lučnim sekundama.

Tablica 1. Statistika S—J komponente otklona vertikalne

ξ	mjerena vrij.	topo/izo	topo/izo	topo/izo	reziduali	reziduali	reziduali
		DMBS ₁	DMBS ₂	DMBS ₂	DMBS ₁	DMBS ₂	DMBS ₂
sredina	2.628	-0.172	-0.409	-0.124	2.800	3.026	2.752
st. dev.	3.038	1.667	1.740	1.717	1.825	1.934	1.941
min.	-7.110	-5.795	-5.672	-5.630	-1.315	-1.438	-1.543
maks.	8.790	2.973	3.016	3.495	7.221	8.004	7.803

Tablica 2. Statistika Z—I komponente otklona vertikalne

η	mjerena vrij.	topo/izo	topo/izo	topo/izo	reziduali	reziduali	reziduali
		DMBS ₁	DMBS ₂	DMBS ₂	DMBS ₁	DMBS ₁	DMBS ₂
sredina	0.135	0.550	0.564	0.637	-0.415	-0.429	-0.502
st. dev.	2.309	1.319	1.356	1.365	1.777	1.862	1.860
min.	-5.180	-3.994	-4.083	-3.499	-4.384	-4.511	-4.550
maks.	4.670	4.098	4.819	4.502	3.158	3.359	3.384

Uočavamo odmah da je u svih vrsta reziduala došlo do značajnog smanjenja standardnih devijacija, odnosno da bi se uporabom takvoga rezidualnog polja dobila visoka točnost interpolacije i predikcije parametara Zemljinog polja sile teže (kao što je to urađeno na primjer u Čolić i dr., 1992., b). Iako nema bitnih razlika između samih reziduala, ipak iz tablica proizlazi da se s mjerenim vrijednostima otklona vertikalne ponajbolje slažu sračunani topoizostatski otkloni, dakle oni koji u sebi ne sadrže nikakve informacije o dubinama baze sedimenata, dok su oni koji uključuju DMBS₁ i DMBS₂ ipak nešto malo lošiji (!?). Razlog tomu treba tražiti u slabostima obaju digitalnih modela baze sedimenata, kao i u tome da se mjereni i računski otkloni vertikalne ne odnose na isti referentni sustav. Puno bi korektnije bilo kada bismo imali transformacijske parametre između naše mreže i geocentričkog sustava (npr. izrađene GPS-om) te izrazili mjerene otklone vertikalne u geocentričkom sustavu i tek tada napravili usporedbu. To nažalost u ovom trenutku nije moguće učiniti.

3.3. Bouguerove i topoizostatske anomalije ubrzanja sile teže

Gravimetrijska mjerenja ubrzanja sile teže, korištena za testiranje, izrađena su u okolini Bjelovara 1992. godine i obuhvaćaju ukupno 4500 točaka unutar latituda 45.8°–46.1° i longituda 16.4°–16.7°. Ta je gravimetrijska mjerenja, za potrebe poduzeća INA-Naftaplin, izvela zagrebačka »Geofizika«, a kod dvostrukih mjerenja sile teže u stotinjak točaka postignuta je točnost od ±0.01 mgal (Bašić, privatna komunikacija 1994.).

Tablica 3. Bouguerove i topoizostatske anomalije

model	Bouguerove i topoizostatske anomalije [mgal]					
	topo	topo DMBS ₁	topo DMBS ₂	topoizo	topoizo DMBS ₁	topoizo DMBS ₂
sredina	–29.370	–29.343	–25.503	–9.049	–9.175	–5.308
st. dev.	8.238	8.226	7.631	7.958	7.942	7.339
min.	–57.467	–57.526	–50.888	–36.517	–36.701	–30.065
maks.	–6.718	–6.562	–3.890	12.601	12.565	15.305
phΔg	–0.849	–0.853	–0.818	–0.855	–0.857	–0.825

Tablica 4. Razlike Bouguerovih i topoizostatskih anomalija

	topo DMBS ₁ -topo	topo DMBS ₂ -topo	topoizo DMBS ₁ -topoizo	topoizo DMBS ₂ -topoizo
sredina	0.027	3.867	–0.126	3.741
st. dev.	0.154	0.774	0.150	0.773
min.	–0.073	2.655	–0.246	2.537
maks.	0.773	6.985	0.617	6.858

U topografskoj odnosno topoizostatskoj redukciji mjerenih vrijednosti ubrzanja sile teže korišteni su DMR te dodatno DMBS₁ te DMBS₂ zajedno s DMPG. Mjerena vrijednost je korigirana oduzimanjem računane topografske redukcije (koja uključuje $+\delta g_{\text{Bouguerove ploče}} - \delta g_{\text{tc}}$) odnosno oduzimanjem računane topoizostatske redukcije. Bouguerove odnosno topoizostatske anomalije dobivene su potom oduzimanjem normalne vrijednosti ubrzanja sile teže γ_0 od korigiranih vrijednosti.

Statistike (tablice 3. i 4.) ukazuju na smanjenje i veću uglačenost Bouguerovih anomalija u modela koji uključuju sloj sedimenata u račun topografske redukcije. Za sve modele je koeficijent korelacije visina i anomalija $\rho_{h,dg}$ (tablica 3.) visok. Uočljivo je smanjenje apsolutne vrijednosti sredina topoizostatskih anomalija, svojstveno prirodni efekta. Izostatski dio redukcije s modelom DMBS₁ neznatno kviri statistiku topoizostatskih anomalija (negativni predznak kod razlika topoizostatskih anomalija, tablica 4.). Drugi digitalni model baze sedimenata, DMBS₂, s pripadnim gustoćama daje najmanje i najglade Bouguerove odnosno topoizostatske anomalije. Razlike »bez — s DMBS₂« za oba efekta pokazuju značajne pozitivne sredine i standardne devijacije, a najveće vrijednosti idu i do 7 (!) mgala (tablica 4.). U odnosu na navedenu točnost mjerenja ubrzanja sile teže i pod pretpostavkom kvalitetnog DMBS₂, ta činjenica znači da je uvođenje informacija (barem) o sloju sedimenata nužna pri rješavanju ovakvih problema, a sigurno i za potrebe predikcije.

4. ZAKLJUČAK

Poticaž za istraživanje nametnula je jednostavna i prirodna zamisao: aproksimacija nekoga realnog objekta to je bliža stvarnosti što je objekt potanje opisan u prostoru i vremenu, iz čega slijedi preciznije određenje izvedenih svojstava objekta odnosno njihova uporaba. U ovom slučaju riječ je o kori Zemlje i njenim masama, koje je moguće opisati fizikalnim veličinama: gustoćom i volumenom. Dalje se mogu izvoditi efekti tih topografskih masa, konkretnije, potencijal sile teže (izravni problem) i njegove prostorne derivacije, koje mogu biti prikazane linearnim funkcionalima potencijala (npr.: anomalije ubrzanja sile teže, otkloni vertikalne i undulacije geoida) i korištene u modeliranju polja sile teže (npr.: tehnikom »remove-restore«). Dakle, stvarnija prostorna razdioba gustoća unutar Zemlje vodit će dobrom modelu polja sile teže Zemlje, to jest takvom kojemu su odstupanja od stvarnosti mala i glatka. Uobičajeno je topografske mase opisivati dvodimenzionalno, s varijabilnom visinom odnosno dubinom topografije i reprezentativnom konstantnom gustoćom (stari model), što je očito vrlo gruba aproksimacija. U članku su prikazani rezultati uvođenja još jedne dimenzije opisa topografskih masa u račun topografskih efekata. Zemljina kora aproksimirana je s dva sloja, slojem sedimenata, kojemu pripada (nažalost!) površinska razdioba gustoće i donjim slojem, obilježenim konstantnom gustoćom (novi model). Nađene razlike »novo-staro« efekata topografskih masa višestruko nadmašuju današnje točnosti mjerenja tih fizikalnih veličina. Nezanemarive razlike efekata modela masa Zemljine kore pokazuju smjer daljnjim mogućim poboljšanjima tih modela, u kojima bi svakako trebalo uzeti u obzir sve poznate slojeve i prostornu razdiobu gustoća.

LITERATURA

- Bašić, T. (1989.): Untersuchungen zur regionalen Geoidbestimmung mit dm Genauigkeit. Doktor Dissertation, Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover, Nr. 157, 1—131.
- Bašić, T., R. H. Rapp (1992.): Oceanwide Prediction of Gravity Anomalies and Sea Surface Heights Using Geos-3, Seasat, and Geosat Altimeter Data and ETOPO5U Bathymetric Data. OSU-DGSS Rep. 416, 1—89, Columbus/Ohio.
- Brkić, M. (1994.): Poboljšana metoda modeliranja masa Zemljine kore za potrebe geodezije i geofizike. Magistarski rad, PMF Sveučilišta u Zagrebu.
- Čolić, K., T. Bašić, S. Petrović, B. Pribičević, M. Ratkajec (1992., b): Improved Geoid Solution for Slovenia and a Part of Croatia, Submitted to 7th International Symposium Geodesy and Physics of the Earth, Oct. 5—10, Potsdam 1992 (Proceedings IAG, Springer Verlag 1993, pp. 137—141).
- Forsberg, R. (1984.): A Study of Terrain Reductions, Density Anomalies and Geophysical Inversion Methods in Gravity Field Modelling. Report No. 355, Department of Geodetic Science, Ohio State University, Columbus.
- Forsberg, R., C. C. Tscherning (1981.): The Use of Height Data in Gravity Field Approximation by Collocation. *Journal Gephys. Res.*, Vol. 86, No. B9, pp. 7843—7854.
- Torge, W. (1975.): *Geodäsie*. Walter De Gruyter, Berlin and New York.

AN IMPROVED METHOD OF EARTH'S CRUST MASSES MODELLING

The basic objective of physical geodesy is the determination of the Earth's shape and gravity field from various data measured on the Earth's surface and in outer space. The gravity field's source is the mass distribution within the Earth's surface. Source irregularities are being mapped onto irregularities of different effects, such as gravity anomalies, deflections of the vertical and geoid undulations. The topography and its compensation probably represent the main irregularities of the gravity field. Removal of the effects of these masses from measured data results in smoother residual field that ensures more accurate modelling of the Earth's gravity field. Therefore it was tried to achieve, on the basis of the available data, the best possible modelling of the Earth's crust masses, to be more specific, by means of including surface density distribution and base sediments' depths, for purposes of geodetic measurements' reductions. The improved modelling method was theoretically described, implemented in Forsberg's software and tested by calculation of different terrain effects in a chosen part of Republic Croatia. Differences in effects gained by this method and by the usual simple modelling significantly exceed today's measurements' precision of the characteristic physical quantities. This justifies not only this research, but also points to the necessity of further improvements considering other Earth's interior layers as well.

Primljeno: 1994-05-12