UDK 528.08:001.4=862
Pregledni članak

OD MJERENJA DO MJERITELJSKE INFORMACIJE — PRIKAZ I ANALIZA OSNOVNIH POJMOVA MJERNE TEHNIKE

Dušan BENČIĆ, Federico DUSMAN — Zagreb*

SAŽETAK. Dugogodišnja vrlo uspješna suradnja Laboratorija za precizna mjerenja dužina Fakulteta strojarstva i brodogradnje i Laboratorija za mjerenja i mjernu tehniku Geodetskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu ukazala je na zanimljivu zajedničku problematiku pri rješavanju mjernih zadataka, ali i na izvjesne razlike u terminologiji. U stručnoj literaturi različitih područja tehnike i prirodnih znanosti jednako su uočene terminološke razlike. U ovome radu prikazani su rezultati zajedničkih analiza i istraživanja u svrhu usklađivanja nazivlja osnovnog područja teorije mjerenja, posebno pri iskazivanju rezultata mjerenja sve do potpune mjeriteljske informacije.

1. UVOD

Kao što je tehnologija i mjerna tehnika u stalnom razvoju, posebno u drugoj polovici ovoga stoljeća, tako je u razvoju i njena terminologija. Od vremena C. F. Gaussa, koji je 1809. godine objavio glasovitu raspravu »Theoria motus corporum coelestium« u kojoj izvodi metodu najmanjih kvadrata i postavlja zakon pogrešaka, a što postaje temelj do današnjih dana svakom udžbeniku teorije pogrešaka, mnogo se toga promijenilo. Mjerenja su postala preciznija i složenija, a time su došla do izražaja sve brojnija sustavna odstupanja. S druge strane postavljen je zahtjev za potpunom mjeriteljskom informacijom s jasnim iskazom i izrazom, pa i svaki termin koji upotrebljavamo u bogatom rječniku svakog jezika mora imati *jednoznačno* i posve određeno značenje. To se odnosi u prvom redu na osnovne pojmove, kao što su: preciznost, točnost, pouzdanost, sigurnost, ispravnost rezultata, odnosno njihove negacije, te noviji termini, kao što su: mjerna ponovljivost, obnovljivost, (Dusman 1992), usporedivost (DIN 1319/3, 1983).

Povijesni razvoj egzaktnih znanosti tekao je tako da je teorija pogrešaka najprije temeljito razrađena u astronomiji i geodeziji. Jasno definirana terminologija dobro je bila usklađena između mnogih jezika (Brezinšćak, 1971) Međutim, neovisan razvoj tehničkih i prirodnih znanosti uzro-

* Prof. dr Dušan Benčić, Geodetski fakultet, Kačićeva 26, Zagreb, prof. dr. Federico Dusman, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Đure Salaja 1, Zagreb.

kovao je i osebujan razvoj terminologije u vezi s pogreškama mjerenja. Uz paralelan razvoj teorije vjerojatnosti i matematičke statistike došlo je posebno do terminoloških promjena u mjernoj tehnici, pa i do nesuglasja u njihovoj upotrebi. Jasan primjer za to je izjednačivanje pojmova standardnog odstupanja i srednje pogreške. Povijesni razvoj uzrokovao je heterogenost terminologije (Brezinšćak, 1971).

Iz svih ovih razloga u posljednjih dvadesetak godina vodile su se vrlo značajne rasprave u brojnim međunarodnim stručnim radnim grupama, čak i o osnovnim izrazima mjerne tehnike, kao što su »pogreška mjerenja«, »mjerna nesigurnost« i drugim.

U ovome radu bit će prikazani rezultati ovih rasprava ostvarenih već i u nekim međunarodnim normama uz potrebne analize u nastojanju za dosljedniju i ispravnu upotrebu stručnih izraza.

2. MJERENJE, MJERNA VELIČINA, MJERNA VRIJEDNOST I MJERNI REZULTAT

Mjerenje je proces ili eksperimentalni tijek u kojem se određuje vrijednost fizikalne veličine. Stoga se ova fizikalna veličina naziva *mjernom veličinom.* Njen brojčani iznos izražen kao višekratnik mjerne jedinice je *mjerna vrijednost.* Vrlo lijep primjer je mjerenje *dužine* kao fizikalne veličine, kojoj je mjerna vrijednost *duljina,* pa govorimo o mjerenju duljina pri iskazivanju mjerne vrijednosti.

Mjerni rezultat je izražena vrijednost relevantne mjerne veličine, a dobiva se od jedne ili više mjernih vrijednosti jedne mjerne veličine, ili iz mjernih vrijednosti različitih mjernih veličina koje su u unaprijed datom jednoznačnom odnosu (DIN 1319/1, 1985). U najjednostavnijem slučaju može mjerni rezultat biti i samo jedna jedina mjerna vrijednost.

Automatizirano mjerenje, tj. određivanje mjernih vrijednosti i rezultata automatskom funkcijom mjernog uređaja, pripada mjerenju, ali ne i daljnja automatska obrada mjernih rezultata.

Mjerni rezultat treba nam što bolje reprezentirati *pravu vrijednost* mjerne veličine, što je svrha svakog mjerenja. Zbog neizbježnih mjernih odstupanja, uz rezultat se moraju dati i druge značajne informacije o preciznosti i točnosti ili nepreciznosti i netočnosti u obliku granica pouzdanosti, odnosno mjerne nesigurnosti, kao i fizikalnim veličinama koje su mogle utjecati na mjerni rezultat. Za vrhunska mjerenja neke državne norme zahtijevaju još podrobnije mjerne iskaze. Tako dolazimo i do pojma *potpune mjeriteljske informacije.*

Za izvršenje mjerenja određuje se mjerni postupak.

Mjerni postupak ili mjerna metoda obuhvaća sve praktične ili eksperimentalne pothvate potrebne za ostvarenje mjerenja i dobivanja mjernih vrijednosti. Mjerni postupci mogu biti direktni i indirektni, te analogni i digitalni, ovisno o načinu mjerenja i određivanja mjerne vrijednosti, kao i primjeni mjernih uređaja ili instrumenata. Mjerni postupak je digitalan, a mjerni uređaj radi digitalno, kada je mjernoj veličini putem postupka ili mjernog uređaja pridružen signal koji je sa čvrsto datim koracima (veličinski koraci, brojčani koraci) kvantizirano preslikavanje mjerne veličine (DIN 1319/1, 1985).

Područje mjerenja obuhvaća i mjerenja posebnih namjena kao što su: kontrola ili provjeravanje, kalibriranje (umjeravanje), ispitivanje oblika i površina i istraživačka mjerenja.

Kalibriranje (umjeravanje) u području mjerne tehnike je određivanje odstupanja na gotovom mjernom uređaju ili instrumentu, tj. odnosa između vrijednosti pokazane mjerilom ili mjernim sustavom odnosno vrijednosti, predstavljene mjerom, i odgovarajuće poznate vrijednosti mjerene veličine. Umjeravanje mjernog uređaja obuhvaća i ispitivanja koja su propisana od nadležne ustanove, a završava potvrdom o ispravnosti (certifikat i pečat) odnosno potvrdom o umjeravanju.

S obzirom na danas moguće preciznosti mjerenja svako je mjerenje veće točnosti složen proces koji zahtijeva kvalitetnu pripremu, često s ocjenom netočnosti mjerenja »a priori«, izbor materijala, pravilan izbor mjernog postupka, uređaja ili mjernog instrumenta, ocjenu utjecajnih veličina, izbor vremenskog razdoblja i načina mjerenja sa svrhom uklanjanja ili redukcije poznatih utjecaja na točnost mjerenja i napokon iskazivanje ispravne i *potpune mjeriteljske informacije.* Nakon izvršenog mjerenja bitno je ispitivanje rezultata, provjera netočnosti mjerenja uz analizu svih mogućih sustavnih utjecaja kao i procjenu nepoznaih sustavnih odstupanja. Takva ispitivanja pri mjerenjima vrhunskih točnosti u mjeriteljstvu mogu trajati i godinama, pa se i naknadno izvršavaju korekcije rezultata mjerenja. Istaknimo da su često mjerne vrijednosti s određenom procjenom nepouzdanosti ili mjerne nesigurnosti ulazne veličine za daljnju obradu podataka i račun izlaznih mjernih veličina, pa o ulaznim veličinama ovisi ispravna konačna mjeriteljska informacija.

Kao što je istaknuto, mjerenjima prethode vrlo različita ispitivanja sa svrhom izbora instrumentarija, metoda mjerenja, kao i ispitivanja utjecajnih veličina. Isto tako mogu se izvršiti *usporedbena ispitivanja* u istom laboratoriju ili u različitim mjernim laboratorijima istoga mjernog objekta, ili usporedbena ispitivanja u istim i različitim uvjetima zbog proučavanja utjecajnih veličina. Takva se mjerenja mogu izvoditi:

a) uz *iste* uvjete, *isti* predmet mjerenja, uz *istoga* mjeritelja, *istim* uređajem ili instrumentom (uvjeti ponovljivosti mjerenja),

b) isto kao pod a), ali različiti uređaji ili instrumenti kojima mjerimo (iste razine točnosti, istih osnovnih tehničkih karakteristika),

c) isto kao pod a), ali različiti uređaji i mjeritelji, (npr. kružna usporedbena mjerenja u različitim mjernim laboratorijima), uz istu razinu točnosti (uvjeti obnovljivosti, odnosno usporedljivosti,

d) isto kao pod a), ali različiti uvjeti mjerenja,

e) isto kao pod a), uz različite mjerne metode.

Ovakva ispitivanja zahtijevaju i odgovarajuće propise i normiranja, ali i novu terminologiju kao što su: mjerna ponovljivost, obnovljivost, mjerna usporedljivost i kompatibilnost.

3. MJERNA ODSTUPANJA I POGREŠKE MJERENJA

Ako *isti* mjeritelj jednako pozorno mjeri *istu* fizikalnu veličinu *istim* mjernim uređajem i pod *istim* vanjskim utjecajima (vidi: 2, ad. a) ipak će dobivati rezultate koji će se međusobno razlikovati. *Razlike* su posljedica brojnih međusobno nezavisnih uzroka koji pri svakom ponavljanju djeluju na drugačiji način. Za mjeritelja su te razlike neobjašnjive, nepredvidive, neodredive i neizbježne zato se smatraju *slučajnima*. Posljedica je *nepouzdanost* i nepreciznost mjernog rezultata (Brezinšćak, 1971). Pojavljuju se *mjerna odstupanja* kojima je uzrok u nesavršenosti mjerne opreme, instrumenata ili uređaja, mjernog objekta, mjernih uvjeta i rada, subjektivnih fizioloških svojstava mjeritelja. No uzrokom su *mjernih odstupanja* i djelovanja utjecajnih veličina. *Utjecajne veličine* su fizikalne veličine koje nisu predmet mjerenja, ali neželjeno uzrokuju *sustavna odstupanja* (npr. temperatura okoline, pritisak zraka, utjecajna polja smetnji, položaj mjernog uređaja, zagrijavanje mjernog uređaja) (DIN 1319/1, 1985). Utjecajne veličine mogu za vrijeme mjerenja biti stalne ili su promjenljive. Promjenljive utjecajne veličine mogu trajati duže, tako da za vrijeme jednog niza mjerenja djeluju kao stalne. Takva su mjerenja *korelirana*. Posljedica djelovanja sustavnih odstupanja je *nesigurnost* i netočnost mjernog rezultata. Rezultat je *neispravan*, ako nije korigiran za *poznata* sustavna odstupanja (DIN 1319/3, 1983).

Mjerno odstupanje ili odmak je razlika između mjerne vrijednosti i jedne referentne vrijednosti (DIN 1319/1, 1985).

Referentna vrijednost u datim uvjetima je prava mjerna vrijednost (principijelno nepoznata) ili konvencionalna (poznata) ispravna vrijednost mjerne veličine (DIN 1319/1, 1985). Umjesto prave mjerne vrijednosti primjenjujemo njenu procjenu — najvjerojatniju vrijednost, a u matematičkoj statistici očekivanu mjernu vrijednost odnosno njenu procjenu.

Prema iznijetom, mjerna odstupanja mogu sadržavati slučajna i sustavna odstupanja. No iako se ona u stručnoj literaturi zasebno obrađuju, teško je odijeliti njihovu složenu međuigru. Što je mjerenje preciznije, to se ta činjenica jasnije uočuje pojavom novih prije nepoznatih sustavnih utjecaja. Stoga Höpcke kaže da se sustavnost i slučajnost mjernih odstupanja međusobno isključuje, to su ekstremne suprotnosti. Kod koreliranih mjerenja nalazimo pojam odstupanja koji leži između ovih granica. Što je veća korelacija, to više se djelovanje mjernog odstupanja približava onom sustavnog odstupanja (Höpcke, 1980).

Navedimo još neke autore. Sustavna pogreška djeluje prema nekom poznatom zakonu, npr. utjecaj temperature na duljinu mjerne vrpce, utjecaj nevertikalnosti osi teodolita. No imade i takvih sustavnih pogrešaka (koje nisu stalne) kojima ne znamo zakona, koje se po veličini mogu mijenjati, ali ipak djeluju jednostrano (Čubranić, 1967). Jordan-Eggert (1931) kratko kažu: »Tko se mjerenjima na bilo koji način bavi, ima pri tome iskustvo, da su ova mjerenja izložena pogreškama«.

Uočujemo u izlaganju primjenu dvaju termina: »mjerno odstupanje« i »pogreška mjerenja«. Prvi je primijenjen dosljednije u mjernoj tehnici u novije vrijeme (npr. DIN-norme 1319/3, 1983). U matematičkoj statistici se govori o *odstupanjima* vrijednosti numeričkog obilježja od njihove aritmetičke sredine. Upravo se na tim *odstupanjima* osniva *mjera disperzije* koja se i naziva *standardno odstupanje* (Serdar, 1961). Drugi termin potječe još od Gaussovih vremena i upotrebljava se sve do danas u različitim tehničkim područjima, posebno u geodeziji. Posljedica je dvojnost terminologije.

U rješavanju ove dileme citiramo objašnjenja u normi DIN 1319/3, 1983: »Posebno teška točka stručnih savjetovanja bila je u nazivu »pogreška« koji se do sada različito upotrebljavao u mjernoj tehnici (pogreška prema Gaussu za svako odstupanje) i u kontroli kvalitete (pogreška za neudovoljavanje unaprijed postavljenih zahtjeva). Jedna stručna anketa na ovu temu pokazala je kako se u mjernoj tehnici više željelo zadržati naziv »pogreška« u starom smislu, dok se iz ostalih područja više zagovarala zamjena s riječi »mjerno odstupanje«. Konačno je odlučeno, da se riječ »pogreška« zamijeni s nazivom »mjerno odstupanje« (kraće »odstupanje«), a da se utvrđeno sustavno odstupanje kod mjernih uređaja može nazvati »pogreškom«.

U citiranoj normi sustavno je proveden izraz »odstupanje« (Abweichung).

Ako analiziramo pojam »pogreška«, onda treba reći kako je on bliži tumačenju neudovoljavanja unaprijed datih zahtjeva. Pogreškom se može smatrati odstupanje mjerenja koje značajno prelazi veličine slučajnih odstupanja (v. 8. Granice pogrešaka). S druge strane u stručnim člancima pojam »pogreška« ponekad se i neispravno primjenjuje. Npr. pri označivanju razlike mjernih rezultata iste fizikalne veličine dobivenih primjenom dviju metoda ili s dva različita instrumenta. To se očito radi o odstupanjima mjernih vrijednosti.

4. MJERNI OBJEKT

Mjerni objekt je nositelj fizikalne veličine kojoj određujemo mjernu vrijednost (DIN 1319/1, 1985).

Primjer. Pri ispitivanju utjecaja refrakcije, tj. određivanja refrakcijske krivulje, mjerimo npr. temperaturu, pritisak, vlagu, a mjerni objekt je zrak. Pri ispitivanju utjecaja promjene temperature na mjernu vrijednost — mjerni objekt može biti ispitivani uzorak, etalon, etalonski slog. Ako u tom slučaju mjerimo samo temperature zraka (koji nije mjerni objekt), onda dolazi do odstupanja u mjernom rezultatu, iako smo izvršili korekciju. Pri mjerenjima vrhunskih točnosti u mjeriteljstvu se stoga moraju uzeti u obzir temperaturne razlike svakoga mjernog objekta u odnosu na temperaturu na mjernom mjestu u prostoriji, kao i međusobno, pri komparaciji.

Pri mjerenju moramo voditi računa o ponašanju mjernog objekta. Nesumnjivo mjerni rezultat ovisi o mnogim faktorima, no često se dimenzija i pozicija mjernog objekta, kao nepoznate veličine u svojoj pojavnoj formi, pretpostavljaju *konstantnim.* Mi, međutim, ne znamo što je na ovoj Zemlji stvarno čvrsto. Vjerojatno ništa. To započinje sa Zemljinom korom (plimni valovi), a završava najmanjim djelićima materije s Brownovim molekularnim kretanjem do kinetičkih zakona i relacija neoštrine atomskih djelića prema Heisenbergu (Wenderlein, 1989). Postoji, dakle, neodredivost i nepredvidivost promjena, što dolazi do izražaja u vrhunskom mjeriteljstvu. Međutim, postoje i prirodne zakonitosti promjena koje se u mjernoj tehnici posebno proučavaju. To su promjene ovisne o vremenskom parametru. Stoga govorimo i o četvrtoj dimenziji mjerenja.

U našim razmatranjima pretpostavit ćemo da u tijeku mjernog procesa promjena mjernog objekta, odnosno mjerne veličine, nema ili da su one u odnosu na netočnost mjerenja zanemarive.

5. MJERITELJ I OPAŽAČ

U geodetskim mjerenjima, a i u nekim drugim područjima mjerenja, upotrebljava se za mjerenja izraz »opažanje«. Taj je izraz bio primjeren načinu mjerenja — opažanje pri mjerenju okom, durbinom, mikroskopom. Prema normi DIN 1319/1, izraze »opažanje« i »veličina opažanja« ne treba više primjenjivati, već samo izraze »mjerenje« i »mjerna veličina«.

Slično je s izrazima »opažač« ili »opservator« i »mjeritelj«.

Uz današnju automatizaciju mjerenja nekadašnji »opservator« postao je »operator« koji organizira i programira mjerenje, ali koje se dalje obavlja automatskim procesom.

Prema tome, danas je najprikladniji općeniti naziv za stručnjaka koji priprema i izvodi mjerenja (osobno ili uz automatizaciju mjerenja) — *mjeritelj*.

Mjeritelj u čitavom mjernom procesu ima bitnu ulogu. On planira, priprema i organizira mjerenje, kako bi se postigla »a priori« proračunata ili zahtijevana preciznost i točnost mjerenja. Na osnovi toga bira mjernu metodu, instrumentarij ili uređaj i priprema mjerenje uz odgovarajuću pažnju za sigurno postavljanje mjernih uređaja. Svojim radom, savjesnošću i sposobnošću, ali i ograničenošću svojih osjetila, mjeritelj utječe na odstupanja mjernih vrijednosti i na rezultat mjerenja. Napokon, što je već rečeno, oblikuje ispravnu i potpunu mjeriteljsku informaciju. Ova posljednja faza jednako je značajna i najodgovorniji je dio rada mjeritelja koji se temelji na njegovoj stručnosti i iskustvu (npr. procjena nepoznatih sustavnih odstupanja).

Stoga je i u potpuno automatiziranom mjernom procesu bitna uloga mjeritelja i to označuje, prema prof. Breneckeu, petu koordinatu naših mjerenja.

6. FUNKCIONALNI PARAMETRI SLUČAJNIH VARIJABLI I NJIHOVIH RAZDIOBA

Što su mjerenja preciznija, to su i analize mjernih vrijednosti i rezultata složenije i opsežnije. One obuhvaćaju ne samo račun osnovnih parametara koji predočuju mjerni rezultat i njegovu pouzdanost, već i račun i prikaz ostalih veličina koje mogu dati uvid u pravilnost mjerenja, razdiobu slučajne varijable i korelaciju mjerenja sa svrhom ispravne ocjene točnosti mjerenja odnosno utvrđivanja mjerne nesigurnosti. Uz *nepoznatu* funkciju razdiobe svi bitni izričaji mjernog niza dolaze u pitanje i to je *najslabija* točka procesa vrednovanja rezultata, a ima značajne posljedice za sigurnost mjernog rezultata (Weise, 1993). Pri računanju srednje vrijednosti i područja pouzdanosti pretpostavlja se Gaussova normalna razdioba. Značajnija odstupanja od ove razdiobe uzrokovat će pogrešne ocjene rezultata. Prema tome, za potpunu i sigurnu mjeriteljsku informaciju potrebno je poznavanje šireg niza funkcionalnih parametara slučajnih varijabli. Funkcionalne parametre dijelimo na:

— parametre položaja ili pozicije (npr. očekivana mjerna vrijednost, najvjerojatnija vrijednost, medijan, mod),
— parametre rasipanja ili disperzije (npr. standardno odstupanje, srednja pogreška, kvartilni razmak, decilni razmak),
— parametre oblika (npr. parametri asimetrije, spljoštenosti),
— parametre zavisnosti (npr. koeficijent korelacije, regresije).

Napomenimo da se prema DIN 13303/1, 1982, teoretske vrijednosti ovih parametara označuju malim grčkim slovima, a njihove empirijske vrijednosti malim latinskim slovima. Npr. varijance σ^2 i s^2, koeficijent korelacije ρ_{xy} i r_{xy}, drugi centralni moment μ_2 i m_2.

6.1. Parametri položaja ili pozicije (lokacije)

Cilj je mjerenja odrediti *pravu* ili *istinitu* mjernu vrijednost (DIN 1319/3, 1983).

Za primjenu statističke teorije u analizi mjernih rezultata temeljna je postavka da su izmjereni brojčani podaci posljedica tzv. statističkih zakonitosti koje su karakteristične za *slučajne pojave*. Uz pretpostavku da se mjerne vrijednosti tumače kao slučajni ishodi pri ponovljenim nezavisnim mjerenjima *slučajne varijable* X, možemo mjerni niz svih mogućih mjernih vrijednosti x_i razmatrati kao osnovni statistički skup koji je u slučaju normalne razdiobe karakteriziran s dva osnovna parametra: matematičkim očekivanjem μ i standardnim odstupanjem σ, odnosno varijancom σ^2, što označujemo: $N(\mu, \sigma^2)$. U mjernom nizu govorimo o *očekivanoj vrijednosti mjerne veličine* E(x), kao *osnovnom parametru položaja.*

Za kontinuiranu slučajnu varijablu bit će:

$$\mu = E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)\, dx \quad \text{gdje je } f(x)dx \text{ element vjerojatnosti.}$$

Ako pretpostavimo da u takvom nizu prema tome nema sustavnih odstupanja, to će se očekivana vrijednost μ podudarati s pravom vrijednosti. To znači da će uz beskonačno mnogo međusobno neovisnih mjerenja iste nepromijenjene veličine teoretska srednja vrijednost mjernog niza biti jednaka pravoj vrijednosti mjerne veličine. No u ograničenom mjernom nizu, kojeg promatramo kao n-člani statistički uzorak, osnovne parametre, pa tako i očekivanu vrijednost μ, možemo samo procijeniti, a to znači odrediti njihove *empirijske vrijednosti.* Prema statističkoj teoriji, ako su varijable x_i distribuirane po zakonu normalne razdiobe, pokazuje se da je *najbolja nepristrana procjena* očekivane vrijednosti μ *aritmetička sredina* $\bar{x}$ bez obzira na funkcionalni oblik varijable (Pavlić, 1965), a prema Gaussovoj teoriji pogrešaka, aritmetička sredina je *najvjerojatnija vrijednost* mjerne veličine.

U realnim mjerenjima djelovanjem utjecajnih veličina različitih izvora i drugih uzroka prisutna su i sustavna odstupanja koja, ili nismo uklonili, ili su nepoznata, pa će se i očekivana vrijednost μ *razlikovati* od prave vrijednosti mjerne veličine x_ω, što je teoretska mjera *netočnosti* mjerenja. Ovu mjeru ne možemo egzaktno utvrditi jer ne poznajemo niti očekivanu, a niti pravu vrijednost. Postoji mogućnost da umjesto očekivane vrijednosti μ koristimo njenu procjenu $\bar{x}$, a umjesto prave vrijednosti x_ω pri ispitivanjima i umjeravanju ispravnu vrijednost x_{isp}, koju možemo odrediti mjernim uređajem ili instrumentom pri kojem su nepoznata sustavna odstupanja značajno manja (DIN 1319/3, 1983). $\bar{x}—x_{isp}$ je, dakle, procjena $\mu—x_\omega$.

Razlika: $(\mu—x_\omega) — (\bar{x}—x_{isp}) = (\mu—\bar{x}) — (x_\omega—x_{isp})$ ostaje kao nepoznato odstupanje i težnja nam je da to odstupanje što više smanjimo. Razliku $(\mu—\bar{x})$ možemo smanjiti povećanjem broja mjerenja u uvjetima neovisnih mjerenja, odnosno ponovljivosti mjerenja. $(x_\omega—x_{isp})$ smanjuje se određivanjem x_{isp} pomoću još preciznijeg mjernog uređaja.

No pri mjerenjima fizikalne veličine mi ne poznajemo niti njenu ispravnu vrijednost, pa je ocjena netočnosti mjerenja najsloženiji zadatak za iskaz vjerodostojne mjeriteljske informacije. Poznavajući $\bar{x}$ mjernog niza moguće je (u prvom koraku) *jedino odrediti interval* u kojem vjerujemo da se nalazi očekivana vrijednost. Tu će nam pomoći parametri disperzije, u prvom redu *standardno odstupanje* (v. 7.1.). Međutim, u slučaju odstupanja od normalne razdiobe, aritmetička sredina više ne predočuje najvjerojatniju vrijednost, a standardno odstupanje će pogrešno reprezentirati slučajna odstupanja, pa ćemo pogrešno odrediti granice pouzdanosti rezultata (Weise 1993). Prema tome, za ispravnu mjeriteljsku informaciju potrebno je prvo nešto više saznati *o funkciji razdiobe* slučajne varijable. Prve informacije dat će nam o tome parametri položaja.

Poredamo li sve mjerne vrijednosti mjernog niza slučajne varijable X u uređeni rastući niz, dobit ćemo *varijacijski niz:*

$$x_{(1)} \leqq x_{(2)} \ldots\ldots \leqq x_{(n)}.$$

U varijacijskom nizu pojedini članovi imaju svojstveni položaj.

$x_{1/2}$, 0,5 — kvantil ima najznačajniji položaj, a naziva se *medijan.* Ako je broj članova *n* u nizu (ograničenom) neparan, medijan (empirijski) se računa prema formuli:

$\tilde{x} = x_{(n+1)/2}$,

ako je n paran: $\tilde{x} = 1/2\,(x_{(n/2)} + x_{(n/2)+1})$.

$x_{1/4}$, 0,25 — kvantil, a naziva se *donji kvartil,*

$x_{3/4}$ 0,75 — kvantil ili *gornji kvartil,*

$x_{0,1}$ 0,1 — kvantil i naziva se *donji decil,*

$x_{0,9}$, 0,9 — kvantil ili *gornji decil.*

Medijan dijeli varijacijski niz na dva jednaka dijela, pa je on *pozicijska srednja vrijednost.* Za razliku od aritmetičke sredine kao srednje vrijednosti pri kojoj u izračunavanju sudjeluju svi članovi mjernog niza sa svojom brojčanom vrijednosti, u izračunavanju medijana svaki član sudjeluje samo po svom položaju u tijeku niza. Medijan je stoga neosjetljivija srednja vrijednost od aritmetičke sredine, jer na vrijednost medijana ne utječu naročito velike ili male vrijednosti (Serdar 1961). Osnovno je svojstvo medijana da je aritmetička sredina apsolutnih vrijednosti odstupanja podataka od medijana manja od aritmetičke sredine apsolutnih vrijednosti odstupanja podataka od bilo kojeg drugog realnog broja.

Mod je mjerna vrijednost koja se najčešće pojavljuje, tj. vrijednost s najvećom frekvencijom. Pri velikom broju *n* ova vrijednost ima svoju težinu i potrebno je ispitati razlog značajnijeg odstupanja moda od aritmetičke sredine.

U slučaju simetrične razdiobe, kao što je normalna razdioba, aritmetička sredina, medijan i mod padaju zajedno, a donji i gornji kvartil u odnosu na njih simetrično. Odstupanja od tog položaja očito pokazuju, ili na razdiobu koja nije simetrična, tj. nije ni normalna, ili, na prisutnost nepoznatih sustavnih odstupanja koja utječu na simetričnost razdiobe. Mjeritelju su to prvi pokazatelji za nužnost daljnjih istraživanja.

6.2. Parametri rasipanja ili disperzije

Mjerne vrijednosti u mjernom nizu razlikuju se međusobno, a isto tako i u odnosu na aritmetičku sredinu $\bar{x}$, pa govorimo o njihovu *rasipanju* ili *disperziji*. Što je rasipanje manje, mjerenje je *preciznije*. Stoga su od izuzetnog značenja pri ocjeni i kontroli mjerenja i pri oblikovanju mjernog rezultata kvantitativne mjere disperzije. U tu svrhu koristimo različite parametre disperzije.

Osnovni parametar disperzije, ako su mjerne vrijednosti realizacija slučajne varijable X, je *standardno odstupanje* (odmak) σ kao teorijska vrijednost osnovnog skupa, odnosno u ograničenom mjernom nizu (statistički uzorak) njegova procjena — *empirijsko standardno odstupanje s.*

Iz teorije je poznato da je *varijanca* slučajne varijable X, ili drugi centralni moment: $V(X)=E(X-EX)^2=\sigma^2$, a njena procjena *empirijska varijanca:*

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2.$$

Standardno odstupanje je pozitivni drugi korijen varijance.

Standardno odstupanje se računa iz svih odstupanja mjernih vrijednosti niza, pa je i reprezentativna mjera disperzije, i ono je kao mjera preciznosti mjerenja *osnovni* pokazatelj u svakoj mjernoj informaciji.

Pri usporedbama veličina disperzije još je pogodnije koristiti za ocjenu preciznosti *relativno standardno odstupanje* ili (empirijski) varijacijski koeficijent. Za $\bar{x} \neq 0$ uzima se:

$$v = \frac{s}{|\bar{x}|}.$$

Osim standardnog odstupanja, postoje i druge mjere disperzije. Najjednostavniju ocjenu disperzije može dati i razlika između najveće i najmanje mjerne vrijednosti u nizu. U uređenom nizu to će biti razlika:

$$R = x_{(n)} - x_{(1)}$$

i naziva se *širina rasipanja* ili *raspon varijacije*, odnosno *raspon uzorka*. Ova mjera disperzije ima praktičnu primjenu ne samo za ocjenu rasipanja, već i za vrlo jednostavnu procjenu standardnog odstupanja σ pri *višestrukim mjerenjima* uz mali broj *n* članova niza u uzorku ($n<10$). Uz pretpostavku normalne razdiobe bit će: $E(R)=\alpha_n\sigma$, a koeficijent α_n uzima se iz tablica na osnovi broja članova uzorka *n*. Slijedi:

$$\hat{\sigma} = \frac{\sum_{i=1}^{k} R_i}{\alpha_n k}, \text{ k broj višestrukih mjerenja.}$$

Formula se može primijeniti i uz $k=1$, dakle za jedan uzorak.

Uz unaprijed zadanu dozvoljenu veličinu R, moguće je za vrijeme mjerenja izvršiti jednostavnu kontrolu.

Ovaj način računanja $\hat{\sigma}$, kao i kontrole, posebno ima primjenu pri mjerenjima kada se mjerni nizovi ne odnose na mjerenja iste mjerne veličine ili, ukoliko dolazi do promjena mjerne veličine, uz uvjet da mjerni nizovi imaju jednake varijance.

Od ostalih parametara disperzije spomenimo mjere koje slijede iz parametara položaja. To su *kvartilni razmaci* i *decilni razmaci* $x_{3/4}—x_{1/4}$, $x_{0,9}—x_{0,1}$... Značenje njihove primjene u mjernoj tehnici još nije dovoljno istraženo.

Kao relativna mjera disperzije računa se i koeficijent kvartilnog odstupanja (Serdar, 1961):

$$\frac{x_{3/4} - x_{1/4}}{x_{3/4} + x_{1/4}}.$$

Teoretski može imati vrijednosti 0 do 1.

Kao mjera disperzije računa se i srednje apsolutno odstupanje podataka od medijana odnosno moda.

6.3. *Parametri oblika*

Polazeći općenito od računanja centralnih momenata r-tog reda slučajne varijable X:

$$\mu_r = E(X - EX)^r$$

i njihovih normiranih vrijednosti $\frac{\mu_r}{\sigma^r}$, dolazimo do mogućnosti ispitivanja ne samo mjera rasipanja, već i oblika krivulje gustoće razdiobe slučajne varijable.

Pri *normalnoj razdiobi* bit će svi neparni momenti jednaki nuli zbog simetričnosti razdiobe (Feil, 1990), dok su parni momenti $\mu_r=(r—1)\ \sigma^r$ (npr. $\mu_2=\sigma^2$, $\mu_4=3\sigma^4$) odnosno $\frac{\mu_r}{\sigma^r} = r - 1$.

Nakon ispitivanja parametara položaja, to su daljnje mogućnosti kontrole. Ne ispunjavaju li centralni momenti do četvrtog reda ove uvjete, a odstupanja su signifikantna, računaju se parametri oblika; kao npr.:

— parametri asimetrije ili skošenosti krivulje razdiobe

$$\frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{\mu_3}{\mu_2^{3/2}} \text{ i } \frac{\mu - x_{1/2}}{\sigma}.$$

Pri pozitivnoj vrijednosti parametra funkcija gustoće razdiobe se strmo podiže i laganije pada. Mod se ne podudara s aritmetičkom sredinom $\bar{x}$ za svaku vrijednost parametra različitom od nule,

— parametri spljoštenosti

$$\frac{\mu_4}{\sigma^4} = \frac{\mu_4}{\mu_2^2} \text{ i eksces } \varepsilon = \frac{\mu_4}{4} - 3.$$

Ako je eksces ε negativan, onda krivulja ima spljošteniji oblik u odnosu na Gaussovu zvonoliku krivulju i obrnuto, što ukazuje i na preciznost mjerenja.

Pri daljnjim istraživanjima uz veće statističke uzorke (n>200), H. Weise preporučuje izradu histograma. Uz primjenu statističkih testova može se ispitati kakva je prilagodba empirijske razdiobe normalnoj razdiobi.

U svojim ispitivanjima kvalitete izradbe u proizvodnji mjerila s podjelom (ukupno 1920 mjernih vrijednosti) Weise je računao opisane funkcionalne parametre i utvrdio značajna odstupanja od normalne razdiobe. Weise računa standardno odstupanje u odnosu na aritmetičku sredinu, ali i u odnosu na mod i dobiva da je ovo oko 25% veće. Očito je da, prema tome, u ovom slučaju standardno odstupanje ne može dati pravilnu ocjenu pouzdanosti. Izradbom histograma i analizom ustanovio je da se frekvencije mjernih vrijednosti dobro prilagođuju logaritmičko-normalnoj razdiobi, što znači da nije sama varijabla, već njen logaritam prilagođen normalnoj razdiobi (Weise, 1993). Weise zaključuje da se na nenormalnu funkciju razdiobe može računati kad se radi o fizikalnim mjernim veličinama koje imaju karakter zakona proporcionalnosti, kao npr. i u pojavama atmosferske optike i drugih meteoroloških pojava.

Očito, djelovanjem utjecajnih veličina dolazi do pojava pravilnih i nepravilnih sustavnih odstupanja, što vodi do nužnosti daljnjih istraživanja, u prvom redu korelacije mjerenja računanjem parametara zavisnosti.

Za detaljnija istraživanja mogu se primijeniti i daljnji različiti statistički testovi.

7. MJERITELJSKA INFORMACIJA

Na osnovi izvršenih mjerenja fizikalne veličine i računom i analizom funkcionalnih parametara dolazimo do mjeriteljske informacije.

7.1. Nepouzdanost srednje vrijednosti

Najjednostavniji je slučaj kada su mjerne vrijednosti realizacija slučajne varijable X i pokoravaju se *zakonu normalne razdiobe.* Budući da niti pravu niti očekivanu vrijednost μ ne poznajemo, to će u ovom slučaju mjeriteljska informacija sadržavati srednju vrijednost $\bar{x}$ kao najbolju nepristranu procjenu μ, no uz to i *područje pouzdanosti* (intervalna procjena) unutar kojega se *očekivana mjerna vrijednost* nalazi uz datu *razinu pouzdanosti* $(1-\alpha)$ ili, kako se često izražavamo, statističku vjerojatnost P (najčešće izražena u %). Granice tog intervala nazivaju se *granice pouzdanosti* (confidence intervals, Vertrauensbereich). Mi smatramo da je srednja mjerna vrijednost u datim granicama nepouzdana, pa dolazimo do osnovne mjeriteljske informacije prikazane *nepouzdanošću srednje vrijednosti* $\bar{x}$:

$$C = Z \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

a rezultat izražavamo u obliku: $\bar{x} \pm |C|$, uz uvjet da *nema sustavnih odstupanja.*

Višekratnik standardnog odstupanja Z je varijabla normirane normalne razdiobe N(0,1), a ovisi samo o datoj razini nepouzdanosti. To znači da ne ovisi o broju mjerenja *n*, no smatramo da je broj *n* velik, odnosno da se *s* kao procjena standardnog odstupanja vrlo malo razlikuje od σ (koji najčešće ne poznajemo).

Uvijek se postavlja kao problem izbor razine pouzdanosti $(1-\alpha)$, jer o njoj ovisi veličina područja pouzdanosti. U praksi se u fizici i geodeziji često uzima Z=1, tj. P=68,3%. U biologiji se uzima Z=3 (P=99,73%), no najčešće se primjenjuje u različitim područjima mjerne tehnike Z=1,96 (P=95%). U nekim međunarodnim normama razina pouzdanosti se i propisuje.

U mjeriteljskoj informaciji obvezno je označiti razinu pouzdanosti.

Problem je izbor broja mjerenja *n*. Činjenica je da povećavanje broja n iznad 10 blago utječe na granice pouzdanosti, jer suženje granica ovisi o drugom korijenu iz *n*, ako pretpostavimo *s* konstantnim. Uz tu pretpostavku povećanje od 10 na 30 mjerenja suzuje granice svega za oko 70%, a treba učiniti 200% više mjerenja. Posve je različito s procjenom *s* standardnog odstupanja. Npr. uz P=95% procjena *s* postaje bitno pouzdanija, ako se *n* poveća na 40...50. Zato pri ocjenjivanju preciznosti nekog novog mjernog postupka, tj. pri ocjenjivanju međusobnog sklada (ponovljivosti) pojedinih rezultata dobivenih tim postupkom valja obaviti što veći broj ponovljenih mjerenja (Brezinšćak, 1971). Na osnovi mnogobrojnih mjerenja, čak i kroz dulje vrijeme provedenih pod jednakim uvjetima, možemo dobro procijeniti standardno odstupanje (Bego, 1971). Dakle, primjenjujući gornju formulu za račun nepouzdanosti C, treba izvršiti *veći broj* ponovljenih mjerenja u uvjetima ponovljivosti međusobno neovisnih mjerenja kako bi *procjena* σ bila što pouzdanija, ili, ova procjena za primijenjenu metodu ili mjerni uređaj, odnosno mjerni instrument, mora biti *od prije poznata* na osnovi iskustva, tj. većeg broja izvršenih ispitivanja. Napominjemo da se u primjeni statističkih metoda ili testova često primjenjuje *od prije poznato* standardno odstupanje, no ponekad i pogrešno, ako nije određeno iz većeg broja mjerenja, a to znači s *vrlo pouzdanom procjenom* σ. U protivnom slučaju *ne može* se primijeniti višekratnik Z.

Ako je *n* posve malen, a što je u praktičnim mjerenjima čest slučaj, procjena *s* je vrlo nepouzdana. Zato se u slučaju malog broja *n* primjenjuje Studentova t — razdioba, također simetrične krivulje gustoće razdiobe, no spljoštenije od normalne. U tom slučaju su granice pouzdanosti također simetrične u odnosu na $\bar{x}$, a *nepouzdanost srednje vrijednosti* se uz uvjete ponovljivosti mjerenja izražava sa:

$$C = t\frac{s}{\sqrt{n}}.$$

Vrijednost faktora t odnosno $\frac{t}{\sqrt{n}} = f$ daju se u tablicama na osnovi izabrane razine pouzdanosti i broja mjerenja odnosno stupnjeva slobode. Tako je npr. za n=6, $\frac{t}{\sqrt{n}} = 1{,}05$ (uz P=95%), pa će pri 6 mjernih vrijednosti nepouzdanost srednje vrijednosti biti jednaka standardnom odstupanju *s* procijenjenom na osnovi tih mjerenja.

Faktor *t* približava se *Z*, ako je *n* dovoljno velik. Tako je pri n=30, uz P=95%, t=2,05, dakle razlika između t i Z je već vrlo mala.

Teoretski $t_{\infty} = Z$.

U evropskim normama DIN 1319/3, 1983, *nepouzdanost* se uzima kao *slučajna komponenta* mjerne nesigurnosti (vidi 7.2.) i označuje sa u_Z, pa se daju formule:

$u_Z = \frac{t}{\sqrt{n}} s$, za mjerni niz u uvjetima ponovljivosti mjerenja pri *nepoznatom* standardnom odstupanju σ,

$u_Z = \frac{t_\infty}{\sqrt{n}} \sigma$, za mjerni niz u uvjetima ponovljivosti mjerenja i uz mali broj mjernih vrijednosti, ali pri *poznatom* standardnom odstupanju σ,

$u_Z = t_\infty \sigma$, za jednu mjernu vrijednost, uz *poznato* σ.

Dakle, kada je mjerni rezultat dobiven i samo od jedne mjerne vrijednosti, može se odrediti nepouzdanost i mjerna nesigurnost.

Relativna nepouzdanost srednje vrijednosti

Relativna nepouzdanost će biti: $= C \frac{v}{\sqrt{n}}$, v relativno standardno odstupanje, a rezultat: $\bar{x}(1 \pm C)$, uz $P = 68{,}3\%$.

Zaključujemo da je nepouzdanost srednje vrijednosti ipak samo djelomičan iskaz mjeriteljske informacije, jer ocjenjuje samo njen vjerojatni položaj u odnosu na *očekivanu* mjernu vrijednost.

7.2. *Mjerna nesigurnost*

Kao što je rečeno, cilj je mjerenja odrediti *pravu vrijednost* mjerne veličine. Izuzetak su mjerenja kojima ispitujemo preciznost mjernog uređaja ili mjerila. Prema tome, u mjeriteljskoj informaciji je važno iskazati *položaj mjernog rezultata* u odnosu na *pravu* mjernu vrijednost. Drugim riječima, nije dovoljno poznavanje preciznosti mjerenja koju nam ocjenjuje standardno odstupanje i nepouzdanost srednje vrijednosti, već je bitna *ocjena netočnosti* mjernog rezultata koju iskazujemo pomoću *mjerne nesigurnosti*. Nakon ispravnog određivanja nepouzdanosti srednje vrijednosti, to nas u drugom koraku vodi do određivanja intervala (gornjeg i donjeg) u odnosu na mjerni rezultat u kojem očekujemo da se nalazi *prava* vrijednost mjerne veličine.

Pretpostavka o pojavi samo slučajnih odstupanja u nizu ponovljenih mjerenja nikada nije u potpunosti ispunjena. Za ispravnu mjeriteljsku informaciju *moraju se sustavna odstupanja uzeti u obzir*. Pri tome razlikujemo sustavna odstupanja koja su za vrijeme mjernog procesa:

— konstantna, određenog iznosa i predznaka (npr. neispravna justaža instrumenta),
— promjenljiva, (npr. utjecaj promjene temperature u tijeku mjerenja). Po mogućnosti ih treba izbjeći (mjerenja u istim uvjetima). No svakako, ona su i najveći problem pri ocjeni točnosti mjerenja.

Srednju vrijednost $\bar{x}$ mjernog niza treba korigirati za iznos *poznatih* sustavnih odstupanja. Ukoliko se ova korekcija K ne izvrši, rezultat je *neispravan** (DIN 1319/3, 1983).

* Napomena: Ako je fizikalna veličina funkcija direktno mjerenih veličina, onda one kao ulazne mjerne veličine mogu biti nekorigirane stim što se u tijeku obrade podataka uzima u obzir djelovanje obuhvatljivih utjecajnih veličina koje uzrokuju sustavna odstupanja.

Korigirana srednja vrijednost bit će:

$$\bar{x}_E = \bar{x} + K.$$

No koliko god pažljivo otkrivali sustavna odstupanja, gotovo uvijek ostaju i neotkrivena ili nepoznata po veličini odstupanja koja imaju određeni predznak, ali i on je najčešće nepoznat. Ta neobuhvaćena i neobuhvatljiva sustavna odstupanja uzrokuju da je konačni rezultat ponovljenih mjerenja *nesigurniji*. Budući da nismo kadri u potpunosti eliminirati sustavna odstupanja, mjerna tehnika ih uvodi u konačan rezultat pomoću pojma *mjerna nesigurnost* (Brezinšćak, 1971).

Mjeriteljska informacija *mora biti proširena*. Mjerni rezultat ćemo dobiti kada korigiranu srednju vrijednost $\bar{x}_E$ povežemo s intervalom u kojem bi se prema procjeni morala nalaziti *prava* mjerna veličina. Razlika između gornje granice ovog intervala i korigirane srednje vrijednosti, odnosno razlika korigirane srednje vrijednosti i donje granice ovog intervala, označuje se kao *mjerna nesigurnost* (DIN 1319/3, 1983), (Messunsicherheit, uncertainty of measurement). Većinom, ali ne uvijek ove razlike su jednake.

Mjerna nesigurnost kao iskaz mjeriteljske informacije, sastoji se od *dviju* komponenata. Jedna komponenta se odnosi na slučajna odstupanja (slučajna komponenta C), a druga na preostala sustavna odstupanja koja su nepoznata (sustavna komponenta E). Obje komponente mogu se sastavljati pri određivanju mjerne nesigurnosti na dva načina: na način linearne adicije i na način kvadratične adicije.

a) Linearna adicija

Najjednostavniji način i siguran od rizika je linearna adicija obih komponenti:

$$U = |C| + |E|.$$

Preporučuje se i kada je jedna od komponenti značajno veća.

U normama DIN 1319/3, 1983, označena je slučajna komponenta mjerne nesigurnosti sa u_Z, a sustavna sa u_s, pa je linearna adicija data u obliku:

$$u = u_Z + u_s.$$

b) Kvadratična adicija

U spomenutim normama predviđena je i kvadratična adicija koja se preporučuje kad su obje komponente približno jednake:

$$u = \sqrt{u_Z^2 + u_s^2}.$$

Ukoliko se za datu točnost mjerenja može utjecaj nepoznatih sustavnih odstupanja zanemariti, tj. ako je $u_s \approx 0$, jedino u tom slučaju mjerna nesigurnost jednaka je nepouzdanosti srednje vrijednosti.

Ukoliko u mjeriteljskoj informaciji nije uzeta u obzir sustavna komponenta, to treba u istoj napomenuti.

Konačna mjeriteljska informacija u slučaju jednakosti intervala mjerne nesigurnosti bit će:

$$y = \bar{x}_E \pm u.$$

Razina pouzdanosti može se dati samo za slučajnu komponentu.

Postavlja se pitanje: kako *procijeniti* nepoznatu sustavnu komponentu? Odmah moramo istaknuti da je ispravna procjena ove komponente najteži zadatak mjeritelja. Ona je i nužnost kad se pojavljuju neslaganja koja ne znamo obrazložiti niti ukloniti. Za ilustraciju navedimo dva zanimljiva primjera.

Pri ispitivanju podjele vrpce nivelmanske invarske letve pomoću komparatora dobivena je, uz n=10 u uvjetima ponovljivosti mjerenja, slučajna komponenta (P=95%) u iznosu 5 μm. Dodatna ispitivanja pri različitim položajima vrpce (pri ponovljenoj ugradnji u letvi) pokazala su različite mjerne vrijednosti s odstupanjima od srednje vrijednosti ponovljenog mjernog niza između —30 μm i +30 μm. Po tome se može zaključiti da djeluju nepoznate sustavne utjecajne veličine, pa se one moraju uzeti u obzir uvođenjem sustavne komponente mjerne nesigurnosti. Primjenom linearne adicije, uz $C \approx 5\ \mu m$ i $E \approx 25\ \mu m$, dobivamo $U = \pm 30\ \mu m$.

Drugi primjer je uzet iz vrhunskog mjeriteljstva, a odnosi se na utvrđivanje vrijednosti osnovne elektromagnetske jedinice A (amper) uravnoteženjem elektrodinamičke i gravitacijske sile pomoću ravnokrake vage (strujna vaga) u engleskom mjeriteljskom nacionalnom zavodu NPL (National Physical Laboratory). Ta reprodukcija mjerne jedinice trajala je sedam mjeseci 1962. i 1963. godine. Nakon izvršenog prvog niza od 40 mjerenja, uz eliminaciju svih poznatih sustavnih odstupanja, vrhunske engleske metrologe pri razmatranju rezultata zabrinule su dvije stvari:

— dosta velika vrijednost relativnog standardnog odstupanja,

— odstupanje stvarne razdiobe od očekivane normalne razdiobe.

To neslaganje zorno je pokazao položaj medijana u odnosu na srednju vrijednost svih mjernih vrijednosti.

Odlučeno je da se obave nova mjerenja u nizu od 30 ponovljenih mjerenja. Usporedbom s prvim nizom, pokazalo se da je u drugom nizu mjerni postupak bio nešto precizniji ($s_2 < s_1$). Položaj medijana gotovo se podudarao sa srednjom vrijednosti. No drugi je niz donio veliko razočaranje. Razlika $\Delta\bar{x}$ srednjih vrijednosti obaju nizova bila je samo nešto manja od standardnih odstupanja (s_1 ili s_2), a gotovo četiri puta veća od nepouzdanosti (P=68%). Unatoč tridesetogodišnjem iskustvu stručnjaci nisu mogli otkriti uzrok pomaku $\Delta\bar{x} = 3\ \mu A$, stoga su taj pomak smatrali posljedicom sustavnih odstupanja nepoznatog uzroka. Metrolozi su napokon odlučili da svih 70 mjernih vrijednosti razmatraju kao jedan mjerni niz za račun konačne mjeriteljske informacije. Nepoznato sustavno odstupanje procijenjeno je s $E = 3\mu A$ kao neobjašnjena razlika $\Delta\bar{x}$, pa je uz linearnu adiciju određena mjerna nesigurnost:

$$U = \pm(1\ \mu A + 3\ \mu A) = \pm\ 4\ \mu A.$$

Naznaka vjerojatnosti nije korisna jer je E znatno veća od C. Osnovna elektromagnetska jedinica utvrđena je tada:

$$1A\ (1 + 4.10^{-6}) = 1A \pm 4\ \mu A.$$

(Podaci: Brezinšćak 1971).

U vrhunskom mjeriteljstvu nije rijetko da se sustavna odstupanja korigiraju i nakon višegodišnjih ispitivanja.

Ispitivanja nepoznatih sustavnih odstupanja započinju analizom rezultata mjerenja, a zatim različitim istraživanjima. Prikažimo općenito neke mogućnosti:

— Ispitivanje funkcionalnih parametara slučajnih varijabli i njihovih razdioba.

U slučaju nesimetrične razdiobe granice mjerne nesigurnosti *nisu jednake*. Strmijoj strani krivulje pripada i veći interval mjerne nesigurnosti.

— Ispitivanje rezultata prethodnih višegodišnjih mjerenja i *iskustvena* procjena sustavne komponente. To je čest slučaj pri mjerenjima u mjernom laboratoriju, odnosno u uvjetima ponovljivosti mjerenja.

— Ponavljanje mjernog niza (vidi: uvjete a. do e. u t.2). Vrlo je značajna primjena usporedbenih kružnih mjerenja u mjernim laboratorijima uz usporedbu ponovljivosti i obnovljivosti mjerenja (F. Dusman, 1992).

— Eksperimentalnim ispitivanjem djelovanja promjenljivih utjecajnih veličina.

Ako se mogu procijeniti gornja i donja granica mjerne veličine zbog djelovanja utjecajne veličine (npr. uslijed kolebanja temperature u *tijeku* mjerenja, tada se može procijeniti i sustavna komponenta na osnovi predviđene razdiobe djelovanja utjecajne veličine. Za račun mjerne nesigurnosti primijenit će se kvadratična adicija.

— Ispitivanje moguće korelacije mjerenja (autokorelacija) (detaljnije vidi: Höpcke, 1980, Feil, 1990).

7.2.1. Relativna mjerna nesigurnost

Relativna mjerna nesigurnost ε je kvocijent mjerne nesigurnosti u i korigirane srednje vrijednosti $\bar{x}_E$:

$$\varepsilon = \frac{u}{\bar{x}_E}.$$

Mjerni rezultat pri simetričnim granicama glasi:

$$y = \bar{x}_E (1 \pm \varepsilon)$$

Radi jedinstvenosti mjeriteljskog sustava državne norme propisuju način iskazivanja potpune mjeriteljske informacije. Kao obvezni sastavni dijelovi iskazuju se: izmjerena i standardnim postupkom obrađena vrijednost mjerene fizikalne veličine, mjerna nesigurnost iskazana svojom donjom i gornjom granicom, razina nepouzdanosti $(1-\alpha)$. Za mjerenja visoke preciznosti neke norme zahtijevaju i podrobnije mjerne iskaze, npr. iskazivanje svih izvora nesigurnosti, rezultata prethodnih mjerenja, korekcija i metoda proračuna ili procjene nesigurnosti.

8. GRANICE POGREŠAKA

Granice pouzdanosti i mjerne nesigurnosti treba razlikovati od *granica pogrešaka*. Granice pogrešaka su u praktičnoj mjernoj tehnici *dogovorena* ili *garantirana* najveća odstupanja (pozitivna ili negativna) u odnosu na ispravnu vrijednost (x_{isp}) ili neku drugu dogovorenu mjernu veličinu.

U praktičnim mjerenjima često se ne uzimaju u obzir svi sustavni utjecaji, isto tako pri proizvodnji mjernih uređaja i mjerila pojavljuju se neizbježna sustavna odstupanja. Sustavna odstupanja mogu se pojaviti i zbog starenja materijala i trošenja uređaja i mjerila. Iao bi bilo moguće znatan broj odstupanja ukloniti, to se ne čini iz ekonomskih razloga. Zbog toga mjerne vrijednosti, odnosno pokazi, mogu znatnije odstupiti od granica pouzdanosti. *Granice pogrešaka* omogućuju stoga nedvosmislenu podjelu mjernih uređaja i mjerila na *ispravne* i *neispravne,* a isto tako izvršena mjerenja na *ispravna* ili *pogrešna.*

Pri utvrđivanju granica pogrešaka uzimaju se u obzir utvrđena sustavna odstupanja kao i moguća kolebanja, a isto tako utvrđuju se referentni uvjeti za djelovanje utjecajnih veličina (npr. temperatura okoline, pritisak, vlaga). Granice pogrešaka utvrđene su propisima, normama ili standardima, a date su s *višekratnikom* mjerne nesigurnosti.

Graničnom pogreškom određene su i granice pogrešaka pri umjeravanju. Stvarno pokazivanje = potrebno pokazivanje ± granična pogreška. Npr. mjerna vrpca će dobiti pečat, ako se ispitivana duljina nalazi u granicama nominalne vrijednosti i granične pogreške u propisanim uvjetima (u ovom slučaju propisane temperature).

9. ZAKLJUČAK

Mjerni proces završava se mjeriteljskom informacijom. Bitni elementi ove informacije su *mjerni rezultat* s ispravkom svih poznatih sustavnih odstupanja i *mjerna nesigurnost* kao procjena onog dijela iskaza mjernog rezultata koji označuje područje vrijednosti unutar kojih leži *prava vrijednost* mjerne veličine. Potpun i ispravan iskaz mjeriteljske informacije odgovoran je zadatak mjeritelja ovisan o njegovu znanju i iskustvu.

U različitim područjima mjerne tehnike nema jedinstvenosti u načinu iskazivanja mjeriteljske informacije, a niti u terminologiji, pa i samom značenju nekih osnovnih pojmova. Stoga se u različitim međunarodnim institucijama u području mjeriteljstva donose preporuke koje se uobličuju normama i uputama u skladu sa stalnim razvojem mjerne tehnike. U ovom radu smo na temelju ovih preporuka i uputa nastojali prikazati osnovne pojmove i postupke od mjerenja do potpune mjeriteljske informacije pri direktnom mjerenju jedne fizikalne veličine, a što je najjednostavniji slučaj. No u mjernoj tehnici se jedna ili više fizikalnih veličina često ne mjere direktno, već se moraju računati na osnovi postavljenog matematičkog modela iz drugih direktno mjernih veličina. Mjerni rezultati i mjerne nesigurnosti mjerenih veličina, kao i drugih utjecajnih veličina, samo su ulazni podaci za dobivanje mjeriteljske informacije izlaznih ili rezultantnih veličina. Model obrade podataka je složen, a zbog preglednosti koristi se matrični račun, što je od značenja za jedinstveni način razmatranja mjernih nesigurnosti. U tom slučaju se i sam pojam nesigurnosti proširuje i poopćuje, a temeljno značenje ima matrica kovarijance. O koliko se složenoj i važnoj problematici radi, možemo zaključiti i po tome što su o temi mjerne nesigurnosti organizirani brojni značajni međunarodni seminari, a Sveučilište u Zagrebu je 1984. godine prihvatilo interfakultetski istraživački projekt pod naslovom: »Mjerna nesigurnost« sa ciljem ujednačenja mjeriteljskog nazivlja i definicija.

LITERATURA

Bego, V. (1971): Mjerenja u elektrotehnici, Tehnička knjiga, Zagreb.
Brezinšćak, M. (1971): Mjerenje i računanje u tehnici i znanosti, Zagreb.
Čubranić, N. (1967): Teorija pogrešaka s računom izjednačenja, Tehnička knjiga, Zagreb.
Dusman, F. (1992): Ponovljivost i obnovljivost u mjerenju duljine i kuta, Strojarstvo 34 (1/2), 13—19.
Feil, L. (1990): Teorija pogrešaka i račun izjednačenja, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu.
Höpcke, W. (1980): Fehlerlehre und Ausgleichrechnung, Berlin—New York.
Jordan—Eggert (1931): Handbuch der Vermessungskunde, II. svezak, Stuttgart.
Pavlić, I. (1965): Statistička teorija i primjena, »Panorama«, Zagreb.
Serdar, V. (1961): Udžbenik statistike, Školska knjiga, Zagreb.
Weise, H. (1993): Die Bedeutung von Verteilungsfunktionen zufälliger Messgrössen in der praktischen Messtechnik, AVN 2, 71—79.
Wenderlein, W. (1989): Das Prinzip Genauigkeit, AVN 6, 240—242.
Norme: DIN 13303/1, 1982: DIN 1319/1 1985; DIN 1319/3, 1983.
Međunarodni definicijski mjeriteljski rječnik, Mjeriteljsko društvo Hrvatske, Zagreb, 1984.

FROM MEASUREMENT TO MEASUREMENT INFORMATION — PRESENTATION AND ANALYSIS OF THE BASIC TERMS REFERING TO THE MEASURING TECHNIQUES

This article presents the signification and the analysis of the basic and general terms in the beginning from the measurement results up to complete measurement information. The reason is especially in the difference in terminology and in interpretation in different tehnique regions and natural sciences.

Primljeno: 1994-01-18