UDK 528.236:513.75
Stručni članak

OSVRT NA AFINU TRANSFORMACIJU

Miljenko LAPAINE i Nedjeljko FRANČULA — Zagreb*

SAŽETAK. U novije vrijeme raste zanimanje geodeta koji rade u praksi za afinu transformaciju. Pri tome nailaze na poteškoće u svezi s izborom odgovarajućih formula i s nedostatkom kvalitetnih numeričkih primjera s pomoću kojih bi mogli testirati vlastite kompjutorske programe. Stoga je cilj ovoga rada davanje kratkog pegleda osnovnih algoritama popraćenih numeričkim primjerima.

1. UVOD

Jedna od najjednostavnijih i najčešće primjenjivanih transformacija u geodeziji i kartografiji je afina transformacija ravnine na ravninu. Ta se transformacija može doživjeti i kao aproksimacija proizvoljne funkcije, a bit će to bolja što je obuhvaćeno područje za transformaciju manje.

Primjenjuje se primjerice pri uklapanju lokalnih mreža (Mihailović 1981), gradskih trigonometrijskih mreža, osi prometnica, mostova, tunela i sl. u državni koordinatni sustav, kao i pri transformaciji nivelmanskih mreža (Mihailović 1985). Također, može poslužiti pri analizi stabilnosti geodetske osnove s koje se vrše opažanja u cilju utvrđivanja prostornog ponašanja objekata, kao što su npr. brane, tornjevi itd. Afinom se transformacijom svaka serija opažanja može svesti na nultu ili početnu seriju.

Nadalje, treba li uspostaviti vezu između koordinatnog sustava fotogrametrijskih instrumenata i sustava u kojem se izrađuju planovi ili karte, može se primijeniti afina transformacija (Braum 1965, 1991). Osim toga, u fotogrametriji se afinom transformacijom možemo poslužiti za korekciju deformacije filma ili ploče (Moffit, Mikhail 1980).

U kartografiji možemo primijeniti afinu transformaciju za određivanje i eliminiranje deformacija (usuha) karata, pri transformaciji starih koordinatnih sustava u sustave Gauß-Krügerove projekcije (Borčić, Frančula 1969) te za transformaciju digitaliziranih podataka (Štefanović 1981).

Već iz navedenog, zasigurno nepotpunog pregleda, vidi se važnost afine transformacije u geodeziji i kartografiji. Unatoč tome, kod nas se o afinoj transformaciji malo pisalo i objavljivalo. Primjerice, u Geodetskom listu su u razdoblju od 1947. do 1993. objavljena samo dva rada posvećena afinoj transformaciji (Berenov 1952, Brukner 1962). U novije vrijeme raste zanimanje geodeta koji rade u praksi za afinu transformaciju kojom se žele služiti

* Mr. Miljenko Lapaine, prof. dr. Nedjeljko Frančula, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Kačićeva 26, 41000 Zagreb.

najčešće pri transformiranju digitaliziranih točaka. Kod toga nailaze na poteškoće u svezi s izborom odgovarajućih formula. Nadalje, uočen je nedostatak kvalitetnih numeričkih primjera s pomoću kojih bi testirali vlastite kompjutorske programe. Stoga je cilj ovoga rada davanje kratkog pregleda osnovnih algoritama s odgovarajućim numeričkim primjerima. Detaljnije razmatranje osnovnih svojstava te raspodjela deformacija afine transformacije može se naći, na primjer, u radovima Barkovića (1987, 1988a, 1988b), Lapainea i Frančule (1990, 1993).

2. AFINA TRANSFORMACIJA ZADANA S TRI PARA PRIDRUŽENIH TOČAKA

Jednadžbe afine transformacije mogu se napisati u obliku:

$$\begin{aligned} y' &= a_1 y + b_1 x + c_1 \\ x' &= a_2 y + b_2 x + c_2 \end{aligned} \tag{2.1}$$

gdje su (x, y) i (x', y') koordinate točke i njene slike u dva koordinatna sustava, a a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2 parametri transformacije. Pretpostavimo li da su zadana samo tri para pridruženih točaka:

$$(x_i, y_i), \quad (x_i', y_i'), \qquad i = 1,2,3, \tag{2.2}$$

tada na temelju (2.1) možemo napisati šest linearnih jednadžbi:

$$\begin{aligned} y_i' &= a_1 y_i + b_1 x_i + c_1 \\ x_i' &= a_2 y_i + b_2 x_i + c_2 \end{aligned} \tag{2.3}$$

sa šest nepoznatih parametara a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2. Ako je P_0 različito od nule, tada je rješenje sustava (2.3)jedinstveno i može se napisati u obliku:

$$\begin{gathered} a_1 = \frac{2P_1}{2P_0}, \quad b_1 = \frac{2P_2}{2P_0}, \quad a_2 = \frac{2P_3}{2P_0}, \quad b_2 = \frac{2P_4}{2P_0} \\ c_1 = y_0' - a_1 y_0 - b_1 x_0, \quad c_2 = x_0' - a_2 y_0 - b_2 x_0, \end{gathered} \tag{2.4}$$

gdje su uvedene sljedeće oznake:

$$\begin{aligned} 2P_0 &= (y_1 - y_2)(x_2 - x_3) - (y_2 - y_3)(x_1 - x_2) \\ 2P_1 &= (y_1' - y_2')(x_2 - x_3) - (y_2' - y_3')(x_1 - x_2) \\ 2P_2 &= (y_1 - y_2)(y_2' - y_3') - (y_2 - y_3)(y_1' - y_2') \\ 2P_3 &= (x_1' - x_2')(x_2 - x_3) - (x_2' - x_3')(x_1 - x_2) \\ 2P_4 &= (y_1 - y_2)(x_2' - x_3') - (y_2 - y_3)(x_1' - x_2') \end{aligned} \tag{2.5}$$

$$\begin{gathered} y_0 = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \qquad x_0 = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} \\ y_0' = \frac{y_1' + y_2' + y_3'}{3} \qquad x_0' = \frac{x_1' + x_2' + x_3'}{3}. \end{gathered} \tag{2.6}$$

Faktor 2 u brojnicima i nazivnicima u izrazima (2.4) nije potreban, a uveden je vjerojatno zbog toga što se pojedinim veličinama P_i može dati geometrijsko tumačenje, one naime predstavljaju površine izvjesnih trokuta. Uvjet $P_0 \neq 0$ ima geometrijsko tumačenje, a to je zahtjev da tri točke (x_i, y_i), $i=1, 2, 3$, ne pripadaju jednom te istom pravcu.

O jednoj primjeni afine transformacije na trokutnim poljima pisao je nedavno Jenko (1993), a o utjecaju pogreške jedne od zadanih točaka Lapaine i Frančula (1993). S obzirom da ne postoje prekobrojni podaci, pri afinoj transformaciji zadanoj s tri para pridruženih točaka nema mogućnosti za procjenjivanje dobrote transformacije i, eventualne, grube greške ostaju sakrivene.

Primjer 1. Afina transformacija zadana s tri para pridruženih točaka

	ZADANE TOČKE			
Ime točke	y	x	y'	x'
1	-7117.74	19198.04	398349.19	934806.24
2	-2749.10	18090.87	402701.38	933635.66
3	-3778.81	15540.10	401634.66	931100.14

	NAKON AFINE TRANSFORMACIJE			
Ime točke	y'	x'	v_y	v_x
1	398349.19000	934806.24000	0.00000	0.00000
2	402701.38000	933635.66000	0.00000	0.00000
3	401634.66000	931100.14000	0.00000	0.00000

a_1	b_1	a_2	b_2
0.9999 19908	0.0145 41676	-0.0145 42211	0.9998 91899
y_0	x_0	y_0'	x_0'
-4548.55000	17609.67000	400895.07667	933180.68000

c_1	c_2
405187.18825	915506.76764
$\sum v^2 = 0$	

3. AFINA TRANSFORMACIJA ZADANA S ČETIRI PARA AFINO PRIBLIŽNO PRIDRUŽENIH TOČAKA

Pretpostavimo sada da su zadana četiri para afino pridruženih točaka:

$$(x_i, y_i), \quad (x_i', y_i'), \qquad i = 1,2,3,4. \tag{3.1}$$

Tada se za tri para tih točaka može primijeniti postupak opisan u prethodnom poglavlju, a četvrti par točaka morao bi zadovoljavati relacije (2.1).

Međutim, u praksi je to vrlo rijedak slučaj. Najčešće imamo četiri para točaka koje nisu u savršenoj afinoj srodnosti, ali su približno ili gotovo afino pridružene. Drugim riječima, ako bismo odredili afinu transformaciju na temelju tri para točaka, tada četvrti par točaka u općem slučaju samo približno zadovoljava relacije (2.1). No sad se postavlja pitanje: koja tri para točaka, od ukupno četiri, izabrati za definiranje afiniteta? Da bi se izbjeglo traženje odgovora na postavljeno pitanje, predložen je algoritam koji sva četiri para točaka tretira ravnopravno (Berenov 1952).

Četverokute određene zadanim točkama podijelimo na po dva pridružena trokuta. Za svaki par pridruženih trokuta odredimo parametre a_1, b_1, a_2, b_2 na način kako je to opisano u prethodnom poglavlju kada su poznata tri para pridruženih točaka. Neka su tako određeni parametri a_1', b_1', a_2', b_2', a_1'', b_1'', a_2'', b_2''. Parametar a_1 određuje se kao opća aritmetička sredina parametara a_1' i a_1'', uzevši pritom za težine površine odgovarajućih trokutova. Analogno se određuju parametri b_1, a_2, b_2. Konačne formule za parametre a_1, b_1, a_2, b_2 glase:

$$a_1 = \frac{2P_1}{2P_0}, \quad b_1 = \frac{2P_2}{2P_0}, \quad a_2 = \frac{2P_3}{2P_0}, \quad b_2 = \frac{2P_4}{2P_0}, \tag{3.2}$$

gdje su:

$$\begin{aligned}
2P_0 &= (y_1 - y_3)(x_2 - x_4) - (y_2 - y_4)(x_1 - x_3)\\
2P_1 &= (y_1' - y_3')(x_2 - x_4) - (y_2' - y_4')(x_1 - x_3)\\
2P_2 &= (y_1 - y_3)(y_2' - y_4') - (y_2 - y_4)(y_1' - y_3')\\
2P_3 &= (x_1' - x_3')(x_2 - x_4) - (x_2' - x_4')(x_1 - x_2)\\
2P_4 &= (y_1 - y_3)(x_2' - x_4') - (y_2 - y_4)(x_1' - x_3').
\end{aligned} \tag{3.3}$$

Treba uočiti da samo s parametrima a_1, b_1, a_2, b_2 afina transformacija još nije određena, nego da su potrebni još i parametri c_1 i c_2. Oni se definiraju izrazima:

$$c_1 = y_0' - a_1 y_0 - b_1 x_0, \quad c_2 = x_0' - a_2 y_0 - b_2 x_0, \tag{3.4}$$

gdje su (x_0, y_0) koordinate tzv. pomoćne točke koje mogu biti potpuno proizvoljne, a obično se uzimaju kako bi se izbjeglo računanje s velikim brojevima, kao najmanje po apsolutnoj vrijednosti između koordinata zadanih točaka i još zaokružene na 1000.

S pomoću (2.1) i (3.4) može se napisati:

$$\begin{aligned}
y_0' &= y' - a_1(y - y_0) - b_1(x - x_0)\\
x_0' &= x' - a_2(y - y_0) - b_2(x - x_0)
\end{aligned} \tag{3.5}$$

Koordinate slike (x_0', y_0') točke (x_0, y_0) mogu se izračunati po formulama (3.5) tako da se za (x, y) i (x', y') uzimaju redom četiri para zadanih točaka. Pri tome će se svaki put dobiti drugačije koordinate točke (x_0', y_0'), nazovimo ih redom (x_{0i}', y_{0i}'), $i = 1, 2, 3, 4$. Definitivna vrijednost koordinata točke (x_0', y_0') definira se relacijom:

$$y_0' = \frac{y_{01}' + y_{02}' + y_{03}' + y_{04}'}{4}, \quad x_0' = \frac{x_{01}' + x_{02}' + x_{03}' + x_{04}'}{4}. \tag{3.5}$$

Sada konačno raspolažemo sa svim neophodnim parametrima, te možemo pristupiti afinoj transformaciji niza točaka po formulama:

$$\begin{aligned} y' &= a_1 (y - y_0) + b_1 (x - x_0) + y_0' \\ x' &= a_2 (y - y_0) + b_2 (x - x_0) + x_0' \end{aligned} \tag{3.7}$$

ili (2.1) uz (3.4).

Za primjenu određivanja koeficijenata afine transformacije na temelju četiri para točaka postoji trigonometrijski obrazac br. 32a gdje su u zaglavlju otisnute konačne formule za računanje. Nakon što su određeni parametri afine transformacije pristupa se transformaciji pojedinih točaka, a tome služi trigonometrijski obrazac 24a. Spomenuti formulari imaju svoje povijesno značenje, posebno za doba ručnog računanja. Zbog toga su Pravilnikom za državni premer (1958) propisane određene kontrole s pomoću kojih se provjerava samo računanje i procjenjuje dobrota transformacije.

Za razliku od afine transformacije zadane s tri para pridruženih točaka, sada postoje prekobrojni podaci, tako da pri afinoj transformaciji zadanoj s četiri para točaka postoji mogućnost procjenjivanja dobrote transformacije. U tu svrhu najjednostavnije je nakon određivanja parametara transformirati zadane točke iz sustava x, y u sustav x', y'. Prirodno je očekivati da odstupanja budu mala, a značenje riječi »mala« ovisit će o konkretnoj primjeni.

U današnje vrijeme je pitanje ima li uopće smisla primjenjivati opisani način afine transformacije. Naime, ukoliko su poznate koordinate za više od tri para afino približno pridruženih točaka, tada je moguća primjena metode najmanjih kvadrata, što znači da se tada mogu izvesti ne samo odgovarajuće formule za procjenu točnosti parametara, nego i za procjenu točnosti transformiranih koordinata. Predmet jednog budućeg istraživanja mogla bi biti usporedba svojstava afinih transformacija određenih na oba spomenuta načina.

Napomena 1. Primjeri računanja po trigonometrijskim obrascima 32a i 24a mogu se naći u literaturi (Berenov 1952, Pravilnik za državni premer 1958, Borčić i Frančula 1969, Mihailović 1981). Tu treba pripaziti i uočiti da se kod Berenova (1952) i u tekstu rada i u formularu vrši transformacija iz sustava označenog s x, y u sustav x', y'. U Pravilniku za državni premer (1958) i u tekstu i u formularu vrši se transformacija iz sustava označenog s x', y' u sustav x, y. Kod Mihailovića (1981) je pomiješano, pa se u tekstu u knjizi objašnjava transformacija iz sustava x, y u sustav x', y', dok u numeričkom primjeru danom u obliku trigonometrijskog obrasca 32a stoji transformacija iz sustava x', y' u sustav x, y.

Kod Borčića i Frančule (1969) se i u tekstu rada i u formularu vrši transformacija iz sustava označenog s x, y u sustav x', y'. Međutim, treba uočiti da se kod njih transformacija pojedinih točaka u trigonom. obrascu 24a ne vrši uz pomoć parametara određenih u trigonom. obrascu 32a, nego određenih primjenom metode namanjih kvadrata. Ostaje nejasno zašto je uopće korišten obrazac 32a.

Napomena 2. U numeričkom primjeru koji daje Mihailović (1981) uočena je pogreška u polaznim podacima. Naime, ne može biti istodobno

$$x'_2 = 19090.87_6, \quad x'_4 = 15535.25_8, \quad x'_2 - x'_4 = 2555.62_7.$$

Primjer 2. Afina transformacija zadana s četiri para približno pridruženih točaka bez primjene metode najmanjih kvadrata

	ZADANE TOČKE			
Ime točke	y	x	y'	x'
1	-7117.74	19198.04	398349.19	934806.24
2	-2749.10	18090.87	402701.38	933635.66
3	-3778.81	15540.10	401634.66	931100.14
4	-8051.19	15535.25	397362.55	931157.39

	NAKON AFINE TRANSFORMACIJE			
Ime točke	y'	x'	v_y	v_x
1	398349.18964	934806.23332	-0.00036	-0.00668
2	402701.38036	933635.66668	0.00036	0.00668
3	401634.65964	931100.13332	-0.00036	-0.00668
4	397362.55036	931157.39668	0.00036	0.00668

a_1	b_1	a_2	b_2
0.9999 20125	0.0145 41874	-0.0145 38233	0.9998 95531
y_0	x_0	y_0'	x_0'
-2000.00000	15000.00000	403405.47349	930534.22899

c_1	c_2
405187.18563	915506.71956
$\sum v^2 = 0.000179$	

Očito je da se radi o gruboj pogrešci od 1000 metara. Pitanje je samo treba li apscisu x_2' smanjiti za taj iznos ili možda x_4' povećati za isti iznos. I jedno i drugo bi bilo jednako moguće kad ne bismo imali otisnute devetične ostatke. Iako ih mnogi danas ne vole i izbjegavaju, u ovome slučaju omogućuju nam da riješimo postavljenu zagonetku. Naime, u našem slučaju apscisu x_2' treba smanjiti za 1000 metara pa će sva daljnja računanja biti ispravna do na zaokruživanje posljednje znamenke.

Drugi način za otkrivanje pogreške je usporedba s numeričkim podacima u otisnutom trigonometrijskom obrascu 32a u Pravilniku za državni premer (1958) odakle je Mihailović preuzeo primjer za svoju knjigu. Očito je do spomenute grube pogreške došlo pri prepisivanju.

4. METODA NAJMANJIH KVADRATA

U jednadžbama afine transformacije pojavljuje se šest parametara a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2. Ti se parametri mogu jednoznačno odrediti na način opisan u 2. poglavlju ako su poznata tri para pridruženih točaka. Ukoliko su poznate koordinate za više od tri para afino približno pridruženih točaka, tada se parametri transformacije najčešće određuje primjenom metode najmanjih kvadrata. U tom slučaju se mogu primijeniti i odgovarajuće formule za procjenu točnosti samih parametara, ali i za procjenu točnosti transformiranih koordinata.

Pretpostavimo da je zadano n parova točaka:

$$(x_i, y_i), \quad (x_i', y_i'), \qquad i = 1, \dots, n. \tag{4.1}$$

Označimo:

$$y_0 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i, \quad x_0 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i,$$
$$y_0' = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i', \quad x_0' = \frac{1}{n}\sum x_i' \tag{4.2}$$

zatim za $i = 1, \dots, n$

$$\bar{y}_i = y_i - y_0, \quad \bar{x}_i = x_i - x_0$$
$$\bar{y}_i' = y_i' - y_0', \quad \bar{x}_i' = x_i' - x_0' \tag{4.3}$$

$$D = \sum_{i=1}^{n} \bar{y}_i^2 \sum_{i=1}^{n} \bar{x}_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} \bar{y}_i \bar{x}_i\right)^2. \tag{4.4}$$

Primjenom metode najmanjih kvadrata (Lapaine, Frančula 1990) dolazi se do parametara koji se mogu napisati u obliku:

$$a_1 = \left(\sum_{i=1}^{n} \bar{x}_i^2 \sum_{i=1}^{n} \bar{y}_i \bar{y}_i' - \sum_{i=1}^{u} \bar{y}_i \bar{x}_i \sum_{i=1}^{n} \bar{x}_i \bar{y}_i'\right) / D$$

$$b_1 = \left(\sum_{i=1}^{n} \bar{y}_i^2 \sum_{i=1}^{n} \bar{x}_i \bar{y}_i' - \sum_{i=1}^{n} \bar{y}_i \bar{x}_i \sum_{i=1}^{n} \bar{y}_i \bar{y}_i'\right) / D$$

$$a_2 = \left(\sum_{i=1}^{n} \bar{x}_i^2 \sum_{i=1}^{n} \bar{y}_i \bar{x}_i' - \sum_{i=1}^{n} \bar{y}_i \bar{x}_i \sum_{i=1}^{n} \bar{x}_i \bar{x}_i'\right) / D$$

$$b_2 = \left(\sum_{i=1}^{n} \bar{y}_i^2 \sum_{i=1}^{n} \bar{x}_i \bar{x}_i' - \sum_{i=1}^{n} \bar{y}_i \bar{x}_i \sum_{i=1}^{n} \bar{y}_i \bar{x}_i'\right) / D \quad (4.5)$$

$$c_1 = y_0' - a_1 y_0 - b_1 x_0, \quad c_2 = x_0' - a_2 y_0 - b_2 x_0. \quad (4.6)$$

Primjer 3. Afina transformacija zadana s četiri para približno pridruženih točaka uz primjenu metode najmanjih kvadrata

	ZADANE TOČKE			
Ime točke	*y*	*x*	*y'*	*x'*
1	-7117.74	19198.04	398349.19	934806.24
2	-2749.10	18090.87	402701.38	933635.66
3	-3778.81	15540.10	401634.66	931100.14
4	-8051.19	15535.25	397362.55	931157.39

	NAKON AFINE TRANSFORMACIJE			
Ime točke	*y'*	*x'*	v_y	v_x
1	398349.18972	934806.23495	-0.00028	-0.00505
2	402701.38040	933635.66726	0.00040	0.00726
3	401634.65957	931100.13210	-0.00043	-0.00790
4	397362.55031	931157.39570	0.00031	0.00570

a_1	b_1	a_2	b_2
0.9999 20122	0.0145 41914	-0.0145 38289	0.9998 96258
y_0	x_0	y_0'	x_0'
-5424.21000	17091.06500	400011.94500	932674.85750

c_1	c_2
405187.18493	915506.70682
$\sum v^2 = 0.000174$	

Može se pokazati da je D jednako nuli samo onda ako su sve točke (x_i, y_i), $i=1,\dots,n$ kolinearne (na istom pravcu) i tada se parametri ne mogu odrediti na temelju relacija (4.5).

Transformacija pojedinih točaka može se izvesti s pomoću formula:

$$\begin{aligned} y' &= a_1(y - y_0) + b_1(x - x_0) + y'_0 \\ x' &= a_2(y - y_0) + b_2(x - x_0) + x'_0 \end{aligned} \tag{3.7}$$

ili

$$\begin{aligned} y' &= a_1 y + b_1 x + c_1 \\ x' &= a_2 y + b_2 x + c_2. \end{aligned} \tag{2.1}$$

Pri afinoj transformaciji zadanoj s n parova afino približno pridruženih točaka postoji mogućnost procjenjivanja dobrote transformacije. U tu svrhu najjednostavnije je nakon određivanja parametara transformirati zadanih n točaka iz polaznog sustava x, y u sustav x', y'. Prirodno je očekivati da odstupanja budu mala, a značenje riječi »mala« ovisit će pritom o konkretnoj primjeni.

Primjena metode najmanjih kvadrata omogućava još i procjenu točnosti parametara kao i procjenu točnosti transformiranih koordinata. Lapaine i Frančula (1990) pokazali su da postoji zakonitost raspodjele srednjih kvadratnih pogrešaka koordinata nakon provedene afine transformacije. Najmanju srednju pogrešku ima težište skupa točaka koji definira transformaciju, a sve točke s jednakim srednjim pogreškama leže na koncentričnim elipsama sa središtem u težištu.

LITERATURA

Barković, Đ. (1987): Afina transformacija ravnine na ravninu u geodeziji. Nagrađeni studentski rad, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu.

Barković, Đ. (1988): Afina transformacija za područje Istre između Gauß-Krügerovog i Krimskog koordinatnog sustava. Nagrađeni studentski rad, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu.

Barković, Đ. (1988): Afina transformacija između Krimskog koordinatnog sustava na području Istre i sustava Gauß-Krügerove projekcije. Diplomski rad, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu.

Berenov, S. (1952): Afina transformacija. Geodetski list 1952, 4—9, 113—131.

Braum, F. (1965): Helmertova transformacija koordinatnih sistema za malene razlike u njihovoj azimutalnoj orijentaciji i mjerilu. Zbornik radova br. 1, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu.

Braum, F. (1991): Mogućnosti afine transformacije s obzirom na smjer afiniteta — s posebnim osvrtom na stereoaerofotogrametriju. JAZU, Rasprave razreda za matematičke, fizičke, kemijske i tehničke znanosti, svezak III, broj 2.

Borčić, B., Frančula, N. (1969): Stari koordinatni sustavi na području SR Hrvatske i njihova transformacija u sustave Gauß-Krügerove projekcije. Zavod za kartografiju Geodetskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu.

Brukner, A. (1962): Grafička afina transformacija. Geodetski list 1962, 1—3, 3—37.

Jenko, M. (1993): Saniranje obstoječih topografskih in katastrskih izmer. Geodetski vestnik 1993, 1, 20—26.

Lapaine, M. i Frančula, N. (1990): Prilog ocjeni točnosti pri afinoj transformaciji. Zbornik radova Savjetovanja »Katastar nepokretnosti«, Ilidža—Sarajevo, 63—76.

Lapaine, M. i Frančula, N. (1993): Utjecaj pogreške jedne točke na točnost afine transformacije. Referat na 26. geodetskom danu Saveza geodeta Slovenije. Objavljeno na slovenskom jeziku pod naslovom »Vpliv pogreška ene točke na natančnost afine transformacije« u Geodetskom vestniku 1993, 3, 193—197.
Mihailović, K. (1981): Geodezija II, I deo. Građevinska knjiga, Beograd.
Mihailović, K., Vračarić, K. (1985): Geodezija III. Građevinski fakultet i Naučna knjiga, Beograd.
Moffit, F. H., Mikhail, E. M. (1980): Photogrammetry. Harper & Row Publishers, New York.
Pravilnik za državni premer II i III deo (1958): Savezna geodetska uprava, Beograd.
Štefanović, P. (1981): Digitalno kartiranje. Zbornik Instituta za geodeziju, Beograd, 20, 1—37.

COMMENTARY ON AFFINE TRANSFORMATION

Recently the geodesists show growing interest in the affine transformation. However, they come across the difficulties regarding the choice of the appropriate formulas as well as the lack of high-quality numerical examples by means of which they would be able to test their own computer programs. Therefore, the goal of this paper is to give a short review of basic algorithms accompained by numerical examples.

Primljeno: 1994-02-17