

ODREĐIVANJE POVRŠINA U GEODEZIJI I KARTOGRAFIJI

Površina u matematici

U matematici je površina jedna od osnovnih veličina koja karakterizira geometrijski lik u ravnini ili na plohi. U najjednostavnijim slučajevima površina se izražava (mjeri) brojem jediničnih kvadrata, tj. kvadrata čija je stranica jednaka jedinici duljine, kojima se prekriva lik u ravnini.

Mjerenje i računanje površine bilo je od davnina jedno od najvažnijih zadataka praktične geometrije ili izmjere zemljišta. Nekoliko stoljeća prije naše ere grčki su znanstvenici raspolagali točnim pravilima za računanje površina. Ta su pravila u Euklidovim »*Elementima*« dana u obliku teorema. Pri tome se površina poligona određivala istim postupkom rastavljanja i dopunjavanja likova kakav se sačuvao u školskoj nastavi sve do naših dana.

Za računanje površina likova s krivolinijskim rubom primjenjivao se granični prijelaz u obliku metode ekshauzije. Analitički se površina lika u ravnini može izračunati s pomoću integrala i u matematici se za tu svrhu koriste jednostruki i dvostruki integrali. Nadalje, površina lika se definira na plohi. Analitički se površina lika na plohi može također izračunati s pomoću integrala i u tu se svrhu najčešće koriste dvostruki i plošni integrali. Poopćenje pojma duljine luka, površine ravnog lika i volumena tijela na općenitije skupove je *mjera skupa* (Matematičeskij enciklopedičeskij slovar' 1988).

Konstruirani su i aparati za mehaničko ili instrumentalno integriranje koji mehaničkim putem vrše integriranje. Jedni od njih su *integrfi*, među kojima je najpoznatiji Abdank-Abakanović, popravljen Coradijevom konstrukcijom. Drugi, *planimetri*, određuju mjerni broj površine kada se njima obiđe rub krivulje koja ga omeđuje (Marković 1961). Teorija tih instrumenata i mjerenje s njima predmet je grafičkih metoda.

Površina u geodeziji i kartografiji

Prema Šimičiću (1988) *računanja* površina u geodeziji jesu računski postupci za određivanje površina zemljišta na temelju podataka mjerenja na terenu ili na planu. Upotrebljavaju se sljedeće metode računanja površina: numerička, grafička, mehanička i kombinirana metoda.

Macarol (1950, 1960, 1978) ima u svojoj knjizi *Praktična geodezija* poglavlje *Obračun površina*, na početku kojega stoji: »Površine se u pravilu mogu računati na dva načina: ili iz originalnih dimenzija čestica dobivenih mjerenjem na terenu, ili iz plana gdje se dimenzije zemljišnih čestica dobivaju mjerenjem na planu. Prema tome se i računanje površina dijeli na:

1. numerički *obračun* površina,
2. grafički *obračun* površina i
3. mehanički *obračun* površina.

Pri obračunu površina većih kompleksa zemljišta obično se ove tri metode kombiniraju.«

Živković (1974, 1979) ima u svojoj knjizi *Topografski planovi* poglavlje *Računanje površina*, u kojem stoji: »Kad su planovi potpuno gotovi, tj. kada je na njima sve iscrtano i ispisano, parcele numerisane i kad su sprovedene sve ispravke grešaka, mogu se sračunati površine parcela celih katastarskih opština, odnosno

delova, ukoliko se zemljište nekog budućeg radilišta prostire kroz više katastarskih opština. Površine parcela mogu se sračunati na više načina...»

Postavlja se pitanje: je li ispravnije reći računanje, račun, obračun, proračun, izračun, sračun, mjerenje ili određivanje površina u geodeziji i kartografiji ili možda nekako drugačije?

I u drugim jezicima terminologija u svezi s određivanjem površina u geodeziji i kartografiji nije jedinstvena (Fachwörterbuch 1971). Tako na primjer na njemačkom jeziku susrećemo: Flächenberechnung, Flächenbestimmung, na engleskom jeziku: area measurement, area determination, area measurement by calculation, area calculation.

Osim toga kad se govori o određivanju površina u geodeziji, znakovito je da se najčešće pri tome misli na korištenje planova (Jordan/Eggert/Kneissl 1963, Macarol 1978, Živković 1979). Kod toga se zaboravlja da se površine određuju i s karata vodeći, naravno, pri tome računa o deformaciji nastaloj, zbog kartografske projekcije.

Zato treba podsjetiti da postoji *kartometrija*, a to je dio kartografije, koja se bavi izučavanjem načina izmjere na kartama različitih geografskih objekata i izračunavanjem njihovih kvantitativnih karakteristika iz izmjerenih podataka. Mjerenje na kartama uključuje: mjerenje duljina ravnih i zakrivljenih linija, *mjerenje površina*, mjerenje kutova, određivanje geografskih i pravokutnih koordinata, mjerenje visina i visinskih razlika, određivanje nagiba i slično (*Višejezični kartografski rječnik* 1977). U kartometriji je razvijen niz različitih metoda za određivanje površina s karata. Svaka od metoda određivanja površina s karata uključuje u sebi dva postupka: mjerenje na karti ili digitaliziranje (u najširem značenju) i zatim računanje. Prema Malingu (1989), metode određivanja ili računanja površina s karata jesu: određivanje površine na temelju jednostavnih geometrijskih likova, računanje površine iz koordinata, računanje metodom riblje kosti, primjenom numeričkog integriranja (metoda pravokutnika, trapeza, Simpsona, Ahmeda), usporedbom sa standardnim likovima, metodom kvadrata, metodom brojenja čvorova kvaratne mreže, zatim izravno i neizravno određivanje površine brojenjem točaka, primjena metode pojaseva (strip, transect sampling), metoda mjerenja obilaženjem ruba teritorija (planimetriranje), metoda vaganja (cut-and-weigh), densitometrična metoda i metode analize slika (image analyser methods).

Zanimljivo je da je metoda vaganja za određivanje površina stara 400 godina. Njen se opis pojavljuje u knjizi *Methodus Geometrica* objavljenoj u Nürnbergu 1598. godine. Faksimilno izdanje te knjige posjeduje knjižnica Zavoda za kartografiju Geodetskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu. Osim opisa, postupak je ilustriran crtežom čiji dio je prikazan na slici 1.

Zaključak

Da bismo mogli izračunati numeričku vrijednost neke površine po odgovarajućoj matematičkoj formuli, moramo raspolagati za to potrebnim elementima. Tako na primjer za površinu trokuta moramo znati:

- jednu stranicu i njenu visinu ili
- dvije stranice i kut između njih ili
- sve tri stranice ili
- koordinate vrhova trokuta ili
- itd.

Za samo računanje površine potpuno je nebitno na koji način su spomenuti elementi određeni. Oni mogu biti izmjereni ili pak potpuno izmišljeni. Međutim, u geodeziji nisu izmišljeni elementi na temelju kojih se računa površina, već se određuju mjerenjima. Ta mjerenja mogu biti izvedena geodetskim metodama na terenu ili kartometrijskim postupcima na karti, a u jednom i drugom slučaju za to postoje odgovarajući instrumenti.

Ako kažemo da se površine računaju, a govorimo o planimetru, onda to nije dobro, jer planimetar nije sprava za računanje, već za mjerenje. Ako pak kažemo da se površine mjere, onda smo najvjerojatnije zanemarili odgovarajuća i ne-



Slika 1. Određivanje površine metodom vaganja (Prema: Methodus Geometrica von Paul Pfinzing der Ältere 1598)

ophodna računanja. Prema tome, treba reći da se površine u geodeziji i kartografiji *određuju* računanjem na temelju mjerenja. Prema Ginzburgu, određivanje udaljenosti, površina, smjerova i kutova itd. na kartama sastoji se od dviju tijesno povezanih operacija: mjerenja i izračunavanja.

S iznesenim su u skladu i naslovi dvaju članaka prof. Neidhardta koji su svojedobno objavljeni u *Geodetskom listu*. Prvi je njegov prikaz knjige:

A. V. Maslov: *Načini i točnost određivanja površina*, Geodezizdat, Moskva 1955, a drugi prijevod s holandskog:

Roelofs, R.: *Točnost određivanja površina planimetrom s polarnom pločom*.

Teritorijalna jedinica

Kovačević (1992, 1993) govori o površini kartografskih jedinica tala Hrvatske, odnosno o površini kartografskih jedinica na pedološkim kartama. Termin *kartografska jedinica* nije uobičajen, a ne može ga se naći ni u *Višejezičnom kartografskom rječniku* (1977). Smatram da je taj izraz loš, jer je previše općenit, nejasan, bez odgovarajućeg konteksta i zbunjujuć u usporedbi s terminima kao što su npr. fizikalna jedinica ili astronomska jedinica.

Pri razmatranju pitanja o tome što se radi s površinama u geodeziji i kartografiji, prešutno smo pretpostavili, kako se misli na površine parcela, općina, županija, država ili nekih drugih ograničenih područja. Ograničeno područje koje ima neko zajedničko obilježje, primjerice površina iste kulture, administrativno-upravna cjelina itd., naziva se *teritorijalnom jedinicom* (*Višejezični kartografski rječnik* 1977). Prema tome, predlažem da se govori o određivanju površine parcele, općine itd. odnosno o određivanju površine teritorijalne jedinice, ako ona nema svoj posebni naziv.

LITERATURA

- Fachwörterbuch (1971): Benennungen und Definitionen im deutschen Vermessungswesen, Verlag des Instituts für Angewandte Geodäsie, Frankfurt A. M.
- Ginzburg, G. A. (1958): Posobie po izmereniam na melkomasštabnyh kartah, Trudy CNIIGAiK, Bd 119, Moskva.
- Jordan/Eggert/Kneissl (1963): Handbuch der Vermessungswesen, Band II, J. B. Metzlersche Verlagsbuchhandlung, Stuttgart.
- Kovačević, P. (1992): Bonitiranje zemljišta u funkciji čuvanja i podizanja plodnosti tla. *Geodetski list* 1992, 4, 473—477.
- Kovačević, P. (1993): Analiza numeričke obrade površina kartografskih jedinica na karti boniteta tala Hrvatske. *Geodetski list* 1993, 2, 101—115.
- Macarol, S. (1978): Praktična geodezija. Tehnička knjiga, Zagreb 1978.
- Maling, D. H. (1989): Measurements from Maps. Pergamon Press, Oxford, New York, Beijing, Frankfurt, São Paulo, Sydney, Tokyo, Toronto.
- Marković, Ž. (1961): Uvod u višu analizu, I. dio, drugi svezak. Udžbenik Sveučilišta u Zagrebu.
- Matematičeskij enciklopedičeskij slovar' (1988): Sovetskaja enciklopedija, Moskva.
- Neidhardt, N. (1962): A. V. Maslov: Načini i točnost određivanja površina, Geodezizdat, Moskva 1955. (prikaz knjige). *Geodetski list* 1962, 1—3, 123—124.
- Paul Pfinzing der Ältere (1598, 1971): Methodus Geometrica. Gedruckt durch Valentin Fuhrmann, Nürnberg 1598., faksimilno izdanje Stuttgart—Feuerbach, 1971.
- Roelofs, R. (1951): Točnost određivanja planimetrom s polarnom pločom (preveo s holandskog N. Neidhardt). *Geodetski list* 1951, 10—12, 250—268.
- Šimičić, K. (1988): Računanje površina u geodeziji, Tehnička enciklopedija, svezak 11.
- Višejezični kartografski rječnik (1977): Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zbornik radova, publikacija br. 15.
- Živković, I. (1979): Topografski planovi. Naučna knjiga, Beograd 1979.

Miljenko Lapaine