

UDK 528.414.063.1:528.11
Originalni znanstveni članak

ANALIZA KUTNIH ODSTUPANJA U POLIGONSKOM VLAKU

Marko DŽAPO — Zagreb*

SAŽETAK. Poznato je da danas važeći Pravilnik za državni premjer — bivše Jugoslavije, neadekvatno definira dozvoljena odstupanja u poligonskom vlaku. Uočavajući taj nedostatak, ovim se radom daje prilog pouzdanijem definiranju dozvoljenih odstupanja.

1. UVOD

Zahvaljujući savršenijim instrumentima i priboru, poligonometrija u novije vrijeme zauzima sve važnije mjesto u procesu određivanja točaka geodetske osnove. Uvođenjem nove mjerne tehnike, mijenjaju se neke metode rada ili se prilagođuju novim uvjetima. Na žalost, taj razvoj su neadekvatno pratile ocjena točnosti te dozvoljena linearna i kutna odstupanja.

Ocjena točnosti kutnih mjerenja u svojoj primjeni pokazuje niz nedostataka jer se zasniva na izvjesnim pretpostavkama koje ne odgovaraju stvarnosti.

Dozvoljena kutna i linearna odstupanja temelje se na čisto empirijskim iskustvenim spoznajama i bez odgovarajuće teorijske osnove. Neke formule, kojima se može osporiti veća praktična vrijednost, upotrebljavaju se i danas jer nisu definirane bolje. Postupcima mjerenja kutova i duljina u poligonometriji bavili su se mnogi geodetski stručnjaci.

Većina njih (Bilajbegović, 1991, Born M, Wolf E. 1970, Brunner F. K., Angus-Lepan P. V. 1976, Đeparovski V. 1988, Narobe Z. 1965, Moritz H. 1967, Rüeger J. M. 1989. i Vincenty T. 1975) usmjerili su svoju aktivnost više na razradi metoda i postupaka linearnih mjerenja.

Budući da sam i sam u višegodišnjoj praksi uočio niz nedostataka glede dozvoljenih odstupanja u poligonskim vlakovima, svojim radom (Džapo 1992) sam dao prilog toj problematici. U ovom radu daje se analiza dozvoljenih kutnih odstupanja, a linearna će biti obrađena u jednom od slijedećih brojeva Geodetskog lista.

2. DOZVOLJENA KUTNA ODSTUPANJA

Do dozvoljenih kutnih odstupanja u poligonskom vlaku dolazilo se do sada na osnovi izvjesnih pretpostavki koje nisu sasvim ispravne. Zbog

* Mr. Marko Džapo, Geodetski fakultet Zagreb, Kačićeva 26.

toga se dozvoljena kutna odstupanja u poligonskom vlaklu, propisana Pravilnikom za državni premjer — bivše Jugoslavije, ne mogu prihvatiti kao realni pokazatelj rezultata kutnih veličina u poligonskoj mreži. Ona su do sada pokazivala maksimalnu točnost za određenu metodu rada i instrumentarij pomoću kojih se obavljaju kutna mjerenja. Međutim, čest je slučaj da se geodetski radovi oslanjaju na prethodne radove istog ili manjeg stupnja točnosti. Tada je neophodno da dozvoljena odstupanja uzimaju u obzir pogreške danih veličina i ona moraju što pravilnije odrediti granice kutnih odstupanja u vlakovima. Na taj se način osigurava točnost koja se unaprijed određuje za svaku poligonsku mrežu.

Početni i završni smjerni kut treba prikazati kao funkciju koordinata točaka, te će poslije linearizacije (Bilajbegović 1986) biti:

$$v_{A1} = v_{A1}^0 + a_{A1} \Delta x_A + b_{A1} \Delta y_A + a_{1A} \Delta x_1 + b_{1A} \Delta y_1, \quad (1)$$

$$v_{NB} = v_{NB}^0 + a_{NB} \Delta x_N + b_{NB} \Delta y_N + a_{BN} \Delta x_B + b_{BN} \Delta y_B,$$

gdje su a i b koeficijenti:

$$a_{A1} = \rho'' \frac{y_1 - y_A}{D^2}, \quad b_{A1} = -\rho'' \frac{x_1 - x_A}{D^2},$$

$$a_{NB} = \rho'' \frac{y_B - y_N}{D^2}, \quad b_{NB} = -\rho'' \frac{x_B - x_N}{D^2},$$

$$a_{1A} = -a_{A1}, \quad b_{1A} = -b_{A1},$$

$$a_{BN} = -a_{NB}, \quad b_{BN} = -b_{NB}.$$

Ako izraz (1) uvrstimo u poznatu formulu za kutno odstupanje:

$$f_\beta = (v_{NB} \pm n \cdot 180^\circ) - (v_{A1} + \sum_{i=1}^n \beta_i), \quad (2)$$

dobije se:

$$f_\beta = (v_{NB}^0 + a_{NB} \Delta x_N + b_{NB} \Delta y_N + a_{BN} \Delta x_B + b_{BN} \Delta y_B + n \cdot 180^\circ) - (v_{A1}^0 + a_{A1} \Delta x_A + b_{A1} \Delta y_A + a_{1A} \Delta x_1 + b_{1A} \Delta y_1 + \sum_{i=1}^n \beta_i) \quad (3)$$

ili:

$$f_\beta = c + e^t \beta + f^t x, \quad (4)$$

gdje je:

$$\begin{aligned} c &= v_{NB}^0 + n \cdot 180^\circ - v_{A1}^0, \\ \beta^t &= |\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n|, \\ e^t &= |1, 1, \dots, 1|, \\ f^t &= |-a_{1A}, -b_{1A}, a_{NB}, b_{NB}, -a_{A1}, -b_{A1}, a_{BN}, b_{BN}|, \\ x^t &= |\Delta x_1 \Delta y_1 \Delta x_N \Delta y_N \Delta x_A \Delta y_A \Delta x_B \Delta y_B|. \end{aligned} \quad (5)$$

Primjenom Zakona o prirastu pogrešaka (Feil, 1989) na izraz (4), uz pretpostavku da su kutovi mjereni istom točnošću, dobijemo srednju pogrešku kutnog odstupanja.

$$m_{f\beta} = \sqrt{m_{\beta}^2 e^t e + m_0^2 f^t Q_x f} \quad (6)$$

gdje je:

$$Q_x = \begin{bmatrix} q_{x_1 x_1} & q_{x_1 y_1} & q_{x_1 x_N} & q_{x_1 y_N} & q_{x_1 x_A} & q_{x_1 y_A} & q_{x_1 x_B} & q_{x_1 y_B} \\ q_{x_1 y_1} & q_{y_1 y_1} & q_{x_N y_1} & q_{y_1 y_N} & q_{x_A y_1} & q_{y_1 y_A} & q_{x_B y_1} & q_{y_1 y_B} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ q_{x_1 y_B} & q_{y_1 y_B} & q_{x_N y_B} & q_{y_1 y_N} & q_{x_A y_B} & q_{y_1 y_B} & q_{x_B y_B} & q_{y_1 y_B} \end{bmatrix}$$

ili dozvoljeno kutno odstupanje:

$$\Delta_{f\beta} = t \sqrt{m_{\beta}^2 e^t e + m_0^2 f^t Q_x f}, \quad (7)$$

gdje je:

t cijeli broj (2 ili 3), a

m_{β} — à priori srednja pogreška mjerenja horizontalnih kutova koju dobijemo (Bratuljević 1975.) prema izrazu:

$$m_{\beta} = \sqrt{\frac{1}{n} (2m_{RM}^2 + m_v^2 + m_{vT}^2 + m_K^2) + 2(m_r^2 + m_z^2) + \frac{3}{d^2} \rho^2 \cdot m_c^2}, \quad (8)$$

gdje pojedine oznake znače:

- n — broj girusa,
- m_{RM} — srednja ukupna pogreška podjele limba i optičkog mikrometra,
- m_v — srednja pogreška viziranja bez utjecaja vanjskih uvjeta,
- m_{vT} — srednja pogreška viziranja zbog treperenja zraka,
- m_K — srednja pogreška koincidiranja,
- m_r — srednja pogreška kuta zbog utjecaja lokalne refrakcije,
- m_z — srednja pogreška zaokruživanja čitanja,
- m_c — pogreška centriranja teodolita i signala,
- m_0 — srednja pogreška jedinice težine mjerenih veličina iz kojih su određene date veličine.

Ako su početni i završni smjerni kutovi međusobno neovisni, onda (7) glasi:

$$\Delta_{f\beta} = t \sqrt{m_{\beta}^2 n + m_{vA1}^2 + m_{vNB}^2}, \quad (9)$$

gdje je:

- m_v — srednja pogreška datih smjernih kutova i
- n — broj mjerenih kutova.

Ako su pogreške danih veličina zanemarive, tada je:

$$\Delta_{f\beta} = t \cdot m_{\beta} / \sqrt{n}. \quad (10)$$

Ova formula vrijedi i za slučaj kada su završni i početni smjerni kutovi isti. (Točka A = N i B = 1)

Ako su prvi i zadnji vezni kutovi mjereni na istu poznatu točku (slika 1), tada će srednja pogreška kutnog odstupanja biti:

$$m_{f\beta} = \sqrt{m_{\beta}^2 n + m_0^2 f^t Q_x f} \quad (11)$$

odnosno dozvoljeno kutno odstupanje će biti:

$$\Delta_{f\beta} = t \sqrt{m_{\beta}^2 n + m_0^2 f^t Q_x f}, \quad (12)$$

gdje je:

$$f^t = |a_{1A}, b_{1A}, a_{NA}, b_{NA}, (a_{AN} - a_{A1}), (b_{AN} - b_{A1})|, a$$

$$Q_x = \begin{bmatrix} q_{x_1 x_1} & q_{x_1 y_1} & q_{x_1 x_N} & q_{x_1 y_N} & q_{x_1 x_A} & q_{x_1 y_A} \\ q_{x_1 y_1} & q_{y_1 y_1} & q_{x_N y_1} & q_{y_1 y_N} & q_{x_A y_1} & q_{y_1 y_A} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ q_{x_1 y_A} & q_{y_1 y_A} & q_{x_N y_A} & q_{y_A y_N} & q_{x_A y_A} & q_{y_A y_A} \end{bmatrix}$$

Ako se zanemari korelacija između koordinata danih točaka i ako je trigonometrijska mreža u obliku istostraničnih trokuta, tada formulu (11) možemo napisati (Mihailović, 1978.) kao:

$$m_{f\beta}^2 = m_{\beta}^2 n + |2 - \cos(\nu_{A1} - \nu_{AN})| m_v^2. \quad (13)$$

Iz formule (13) vidimo da utjecaj danih veličina ovisi o položaju datih točaka.

Kada je $\nu_{A1} - \nu_{AN} = 0$, onda je $m_{f\beta}^2 = m_{\beta}^2 n + m_v^2$;

kada je $\nu_{A1} - \nu_{AN} = 90^\circ$, onda je $m_{f\beta}^2 = m_{\beta}^2 n + 2 m_v^2$;

kada je $\nu_{A1} - \nu_{AN} = 180^\circ$, onda je $m_{f\beta}^2 = m_{\beta}^2 n + 3 m_v^2$.

Iz ovoga slijedi da kod mjerenja veznih kutova treba vizirati točke što udaljenije od poligonskog vlaka. Ove formule možemo koristiti onda kada su koordinate danih točaka izjednačene zajedno.

3. PRIMJER

U poligonskom vlaku sa sl. 1. kutovi su mjereni u tri girusa, prosječne duljina poligonskih strana iznosi 300 metara, vezni kutovi su mjereni na istu točku. Dozvoljeno kutno odstupanje će biti:

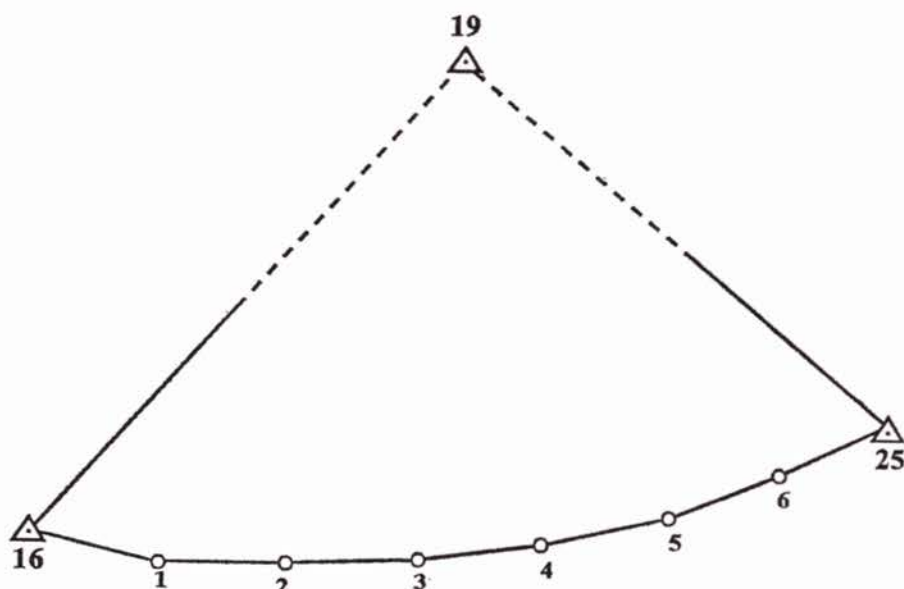
$$m_{f\beta}^2 = m_{\beta}^2 n + m_0^2 f^t Q_x f,$$

gdje je:

m_{β} određena prema izrazu (8) na osnovu tvorničkih podataka za Wild T2 (Bratuljević, Mrkić, 1984),

$$m_{RM} = \pm 0,90''$$

$$m_v = \pm 1,0''$$



Sl. 1. Poligonski vlak

$$m_{vT} = \pm 0,60''$$

$$m_K = \mp 0,50''$$

$$m_r = \pm 0,50''$$

$$m_z = \pm 0,29''$$

$$m_c = \pm 1,2 \text{ mm},$$

$$f^t = |a_{16,19}, b_{16,19}, a_{25,19}, b_{25,19}, (a_{19,25} - a_{19,16}), (b_{19,25} - b_{19,16})|,$$

$$Q_x = \begin{bmatrix} q_{x_{16}x_{16}} & q_{x_{16}y_{16}} & q_{x_{16}x_{19}} & q_{x_{16}y_{19}} & q_{x_{16}x_{25}} & q_{x_{16}y_{25}} \\ q_{x_{16}y_{16}} & q_{y_{16}y_{16}} & q_{x_{19}y_{16}} & q_{y_{16}y_{19}} & q_{x_{25}y_{25}} & q_{y_{16}y_{25}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ q_{x_{16}y_{25}} & q_{y_{16}y_{25}} & q_{x_{19}y_{25}} & q_{y_{19}y_{25}} & q_{x_{25}y_{25}} & q_{y_{25}y_{25}} \end{bmatrix}$$

Vrijednosti za Q_x dobijemo iz izjednačenja trigonometrijske mreže (Džapo, 1992).

$$Q_x = \begin{bmatrix} d_{x_{16}} & d_{y_{16}} & d_{x_{19}} & d_{y_{19}} & d_{x_{25}} & d_{y_{25}} \\ 0.1713 & 0.0256 & -0.0709 & -0.0054 & -0.0530 & -0.0091 \\ 0.0256 & 0.0838 & 0.0283 & -0.0309 & -0.0408 & -0.0497 \\ -0.0709 & 0.0283 & 0.1396 & -0.0448 & -0.0334 & -0.0025 \\ -0.0054 & -0.0309 & -0.0448 & 0.1318 & 0.0282 & -0.0726 \\ -0.0530 & -0.0408 & -0.0334 & 0.0282 & 0.0936 & 0.0280 \\ -0.0091 & -0.0497 & -0.0025 & -0.0726 & 0.0280 & 0.1663 \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned}
 m_0 &= 1,5'', \\
 f^t &= |0.244 \ 0.828 \ 0.854 \ 0.273 \ -0.610 \ 1.101|, \\
 m_0^2 f^t Q_x f &= 0.679'', \\
 m_{r\beta}^2 &= m_\beta^2 n + 0.679'' = 1.574'' \cdot 8 + 0.679'' = 13.271'', \\
 m_{r\beta} &= 3.64''.
 \end{aligned}$$

$$\Delta_{r\beta} = 3 \cdot 3.64'' = 10,9'' \doteq 11''.$$

Prema izrazu iz važećeg Pravilnika, gdje je

$\Delta_{r\beta} = 20 \sqrt{n}$, za razmatrani primjer će biti:

$$\Delta_{r\beta} = 56''.$$

4. PRIJEDLOG NOVIH DOZVOLJENIH KUTNIH ODSUPANJA U POLIGONSKOM VLAKU

Dobiveni rezultat pokazuje kako se važeća dozvoljena kutna odstupanja u poligonskom vlaku ne mogu prihvatiti kao objektivni pokazatelj rezultata kutnih veličina. Pravilnikom za državni premjer iz 50-tih godina ovog stoljeća, propisana dozvoljena kutna odstupanja odražavaju maksimalne mogućnosti instrumentarija iz toga vremena.

Prema tom pravilniku, imamo:

$$\Delta_{r\beta} = 20' \sqrt{n}$$

Međutim, mogućnosti današnjeg instrumentarija su daleko veće pa time i važeća kutna odstupanja poprimaju drugačiji oblik.

Izraz (11) možemo napisati u slijedećem obliku

$$m_{r\beta} = \sqrt{m_\beta^2 n + m_v^2} = m_\beta \sqrt{n} \left(1 + \frac{m_v^2}{m_\beta^2 n} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (14)$$

gdje je:

$$m_v^2 = m_0^2 f^t Q_x f.$$

U praksi je član $\frac{m_v^2}{m_\beta^2 n}$ redovito malen, pa se izraz (14) može razviti u binomni red

$$\begin{aligned}
 m_{r\beta} &= m_\beta \sqrt{n} \left(1 + \frac{1}{2} x - \dots \right) \\
 &\text{za } |x| \leq 1
 \end{aligned} \quad (15)$$

gdje je:

$$x = \frac{m_v^2}{m_\beta^2 n}.$$

Odnosno:

$$m_{r\beta} = m_{\beta} \sqrt{n} \left(1 + \frac{m_0^2 f^t Q_x f}{2 m_{\beta}^2 n} \right) = m_{\beta} \sqrt{n} + \frac{m_0^2 f^t Q_x f}{2 m_{\beta} \sqrt{n}} \quad (16)$$

Dozvoljena kutna odstupanja, ako je $t=3$, bit će:

$$\Delta_{r\beta} = 3 m_{r\beta} \quad (17)$$

Primjenom izraza (16), (17) i (8), uz pretpostavku da su kutevi mjereni u dva girusa, ovisno o duljini poligonskih strana, dozvoljena kutna odstupanja računati će se po slijedećim izrazima:

- 1) za duljine poligonskih strana od 100 do 200 m

$$\Delta_{r\beta} = 12'' \sqrt{n} + k$$

- 2) za duljine poligonskih strana od 200 do 300 m

$$\Delta_{r\beta} = 7'' \sqrt{n} + k$$

- 3) za duljine poligonskih strana preko 300 m

$$\Delta_{r\beta} = 6'' \sqrt{n} + k$$

gdje je:

$$k = \frac{3 m_0^2 f^t Q_x f}{2 m_{\beta} \sqrt{n}},$$

kutna korekcija zbog pogrešaka danih trigonometara. Vrijednosti izraza k dobivene iz više izjednačenih poligonskih vlakova u praksi iznose $0,3'' < k < 1,5''$.

5. ZAKLJUČAK

Kako se iz prethodnih razmatranja i rezultata iz primjera dade uočiti, dozvoljena kutna odstupanja propisana Pravilnikom za državni premjer — bivše Jugoslavije — ne pokazuju realno stanje.

Ona moraju što pravilnije definirati granice kutnih odstupanja, imajući pri tome u vidu ekonomičnost izvršavanja radova.

Zahvaljujući savršenijem instrumentariju, zamjerka važećem Pravilniku odnosi se na pretjerano veliku toleranciju kod kutnih odstupanja i neekonomičnost propisanih postupaka mjerenja (4 girusa u gradskoj poligonometriji).

Sve ovo ukazuje kako je neophodno temeljito raditi na izmjeni spomenutog Pravilnika.

LITERATURA

- Bilajbegović, A. (1986): Idejni projekt horizontalne geodetske osnove tunela Shiffa—Algerie.
 Bilajbegović, A. (1991): Viša geodezija — rukopis.
 Born, M., Wolf, E. (1970): Principles of optics, Electromagnetic theory of propagation interference and diffraction of light, 4th end. Pergamon, London.

- Bratuljević, N. (1975): Primena analize metode merenja horizontalnih uglova u gradskoj trigonometrijskoj mreži, magistarski rad, Beograd, 1975.
- Bratuljević, N., Mrkić, R. (1984): Trigonometrijske i poligonometrijske mreže u gradovima SR Crne Gore, Beograd, 1984.
- Brunner, FK., Angus-Lepan, PV. (1976): On the significance of meteorological parameters for terrestrial refraction, Unisurv G—25, School of Surveying University of New South Wales, Sydney 95—108.
- Džapo, M. (1992): Neki aspekti izjednačenja poligonskih vlakova s posebnim osvrtom na mjerenje poligonskih strana, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, magistarski rad, Zagreb.
- Džeparovski, V. (1988): Prilog određivanju i eliminiranju atmosferskog efekta kod mjerenja linearnih veličina i zenitnih daljina. Doktorska disertacija, Beograd.
- Feil, L. (1989): Teorija pogrešaka i račun izjednačenja — I dio, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- Mihailović, K. (1978): Geodezija II, Naučna knjiga, Beograd.
- Moritz, H. (1967): Application of the Conformal theory of refraction, Österr. Z. Vermessungswesen, Sonderband 25:323—334.
- Narobe, Z. (1965): Prilog razmatranju točnosti i tolerancije u poligonskim mrežama primjenom metoda matematičke statistike, Doktorska disertacija, Zagreb.
- Rüeger, JM. (1989): Electronic distance Measurement, Springer—Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, Tokyo, Hong Kong.
- Vincenty, T. (1975): A note on the reduction of measured distances to the ellipsoid, Surv. Rev. 23:40—42.

THE ANALYSIS OF THE DEVIATION IN THE TRAVERSE

It is well known, that the regulations, valid today for the state survey, define inadequately the allowed deviations in the traverse. Considering that inadequacy, the paper presents the contribution to a more reliable defining of allowed deviations.

Primljeno: 1993-11-01