UDK 528.482
Pregledni članak

UČINKOVITOST HANNOVERSKOG MODELA U ISPITIVANJU POMAKA REPERA OSNOVNE NIVELMANSKE MREŽE

Zdravko KAPOVIĆ, Zvonimir NAROBE — Zagreb*

SAŽETAK. Nastavno na već publicirani članak (Geodetski list, 1993, 1, 29—35.) predočena je učinkovitost analize pomaka točaka osnovne nivelmanske mreže po hannoverskom modelu. Teorijska razmatranja popraćena su analizom rezultata mjerenja na ispitnoj (testnoj) mreži.

1. UVOD

Razvoj mjerenja deformacija možemo pratiti u nekoliko vremenskih razdoblja.

Do šezdesetih godina prevladavala su precizna geodetska mjerenja, ali s nepouzdanim ocjenama točnosti. Znakovito je da je jedan broj točaka izvan područja deformacija unaprijed proglašavan stabilnim. Taj postupak poznat je pod nazivom »opisna analiza« (Čvorović, 1986).

Drugo razdoblje je između šezdesetih i sedamdesetih godina, a obilježuje ga pojava suvremenih instrumenata i računala, što uvjetuje povećanje točnosti mjerenja, te pouzdanije ocjene točnosti.

Treće razdoblje je od sedamdesetih godina do današnjeg doba. Obilježuje ga nekoliko bitnih promjena. Odbacuje se postavka o a priori stabilnim točkama. Uveden je termin »defekt datuma«, što znači da se sve točke osnovne mreže tretiraju kao nepoznate. Takvim postupkom definiran je glavni problem pri mjerenjima i analizi deformacija objekata: *kako utvrditi točke osnovne mreže koje ostaju stabilne između više serija mjerenja?*

Tim problemom bavili su se mnogi geodeti: Pelzer, 1985; Bilajbegović, 1985; Niemeir, 1985; Mihailović, 1986.

Primjena statističkih metoda u analizi i obradi podataka mjerenja deformacija privukla je pažnju mnogih geodeta, statičara i informatičara, pa i zainteresiranost znanstvenih ustanova diljem svijeta. Kao posljedica toga, nastao je relativno velik broj metoda za analizu mjerenja deformacija. U ovom radu bit će razrađen postupak analize deformacija po hannoverskom

* Dr. Zdravko Kapović, prof. dr. Zvonimir Narobe, Geodetski fakultet, Kačićeva 26, Zagreb.

modelu, bez pretenzija da se taj model preferira u odnosu na druge. Teorijska razmatranja potkrijepit će se rezultatima analize jedne ispitne (testne) nivelmanske mreže.

2. ANALIZA DEFORMACIJA PO HANNOVERSKOM MODELU

Kako to proizlazi iz uvoda, glavni problem u analizi visinskih pomaka i deformacija jest — utvrditi postoji li podudarnost, odnosno nepromijenjenost visina točaka osnovne mreže između dviju ili više serija mjerenja. Tom problematikom, osim već spomenutih geodeta, bavili su se i: Fawaz, 1981; Mierlo, 1978; Ašanin, 1988; Ašanin i Perović, 1989; Macanović, 1992. i drugi. Zapaža se međutim da su inače važna teorijska razmatranja, rjeđe popraćena primjerima iz praktične primjene. Temelj rješenju spomenutog zadatka su statistički testovi. Zadatak se rastavlja i rješava u dva dijela:

a) globalna analiza pomaka i

b) lokaliziranje pomaka.

2.1. *Globalna analiza pomaka*

Primjenjujući testove u globalnoj analizi, dobit će se odgovor na pitanje: postoje li signifikantni pomaci točaka geodetske osnove između dviju serija mjerenja. Model izjednačenja iz obiju serija mjerenja jest:

$$\begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & 0 \\ 0 & A_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix} \tag{2.1}$$

gdje su:

l_1, l_2 — vektori mjerenih veličina u seriji 1 i 2

v_1, v_2 — vektori popravaka u seriji 1 i 2

A_{11}, A_{22} — konfiguracijske matrice mjerenja u 1. i 2. seriji

$\hat{x}_2, \hat{x}_2$ — procijenjeni vektori nepoznanica 1. i 2. serije

Definira se sljedeća nul-hipoteza, odnosno alternativna hipoteza:

$$\begin{aligned} H_0 &: E(\hat{x}_1) = E(\hat{x}_2) \\ H_1 &: E(\hat{x}_1) \neq E(\hat{x}_2) \end{aligned} \tag{2.2}$$

gdje je:

$E(\hat{x}_i)$ — očekivanje nepoznanica $\hat{x}_i$

Drugačije rečeno, potrebno je ispitati jesu li nepoznanice geodetske osnove, određene iz mjerenja u dvije serije (epohe), jednake (Pelzer, 1985; Fewaz, 1981; Mierlo, 1978; Bilajbegović, 1985). Dakle:

$$H: \hat{x}_2 - \hat{x}_1 = 0. \tag{2.3}$$

Uvede se vektor razlike nepoznanica:

$$d = \hat{x}_2 - \hat{x}_1 \tag{2.4}$$

te izračuna odgovarajuća matrica kofaktora

$$Q_{dd} = Q_{x_1 x_1} + Q_{x_2 x_2} = (A_1^t P_1 A_1)^+ + (A_2^t P_2 A_2)^+ \tag{2.5}$$

Prije toga neophodno je izračunati procjenu zajedničke varijance:

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{v_1^t P_1 v_1 + v_2^t P_2 v_2}{f_1 + f_2} \tag{2.6}$$

gdje je:

mjerenja nepoznanice defekt matrice

$$f_i = n_i - u + d(A) \qquad i \in \{1, 2\} \tag{2.7}$$

Izraz (2.4) može se koristiti samo ako su mjerenja homogene točnosti, odnosno ako je:

$$E(\hat{\sigma}_2^2) = E(\hat{\sigma}_2^2) \tag{2.8}$$

Prema Niemeieru (Pelzer, 1985),

$$R = (\hat{x}_1 - \hat{x}_2)^t \left\{ [-E\ E] \begin{bmatrix} (A_1^t P_1 A_1)^+ & 0 \\ 0 & (A_2^t P_2 A_2)^+ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -E \\ E \end{bmatrix} \right\}^+ (\hat{x}_2 - \hat{x}_2) \tag{2.9}$$

ili

$$R = d^t \cdot Q_{dd}^+ \cdot d \tag{2.10}$$

gdje je

$$Q_{dd}^+ = [(A_1 P_1 A_1)^+ + (A_2 P_2 A_2)^+]^+ \tag{2.11}$$

Može se postaviti da je:

$$\Theta^2 = \frac{R}{h} = \frac{d^t \cdot Q_{dd}^+ \cdot d}{h} \tag{2.12}$$

Općenito je

$$h = r(Q_1 + Q_2) \tag{2.13}$$

a ako je jednaka konfiguracija mreže, tada je

$$h = u - d(A) \tag{2.14}$$

tj.broj nepoznanica umanjen za defekt ranga.

Dokazano je da je Θ^2 stohastički nezavisno od $\hat{\sigma}_0^2$(Čvorović, 1986), pa se može testirati u F-testu:

$$F = \frac{\Theta^2}{\hat{\sigma}_0^2} \tag{2.15}$$

odnosno

$$F = \frac{d^t \cdot Q_{dd}^+ \cdot d}{h \cdot \hat{\sigma}_0^2} \tag{2.16}$$

Na osnovi h i f ($f = f_1 + f_2$), iz tablica, prema odgovarajućoj sigurnosti (5% ili 1%), nađe se F_0.

Ako je

$$F < F_0$$

prihvaća se nul-hipoteza, što znači da između dviju serija mjerenja nije došlo do signifikantnijih pomaka točaka osnovne mreže. U protivnom, ako je $F > F_0$, nulta hipoteza se odbacuje i prihvaća tvrdnja da je došlo do signifikantnijih pomaka točaka. Koje točke su pomaknute, pokazat će iduća analiza.

2.2. *Lokaliziranje pomaka*

Pretpostavimo da su globalnom analizom utvrđeni pomaci repera osnovne mreže u *i*-toj seriji mjerenja (u odnosu na 1. seriju). Koji su reperi *i*-te serije mjerenja pomaknuti, pokazat će se sljedećom analizom.

Vektori nepoznanica i matrice kofaktora u 1. i *i*-toj seriji jesu:

$$x_1 = \begin{bmatrix} H_1^1 \\ H_2^1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ H_n^1 \end{bmatrix} \tag{2.17}$$

$$Q_{x_1 x_1} = \begin{bmatrix} q_{H_1^1 H_1^1} & q_{H_1^1 H_2^1} \cdots q_{H_1^1 H_n^1} \\ & q_{H_2^1 H_2^1} \cdots q_{H_2^1 H_n^1} \\ \hline & q_{H_m^1 H_n^1} \end{bmatrix} = N_1^{-1} \tag{2.18}$$

$$x_i = \begin{bmatrix} H_1^i \\ H_2^i \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ H_n^i \end{bmatrix} \tag{2.19}$$

$$Q_{x_i x_i} = \begin{bmatrix} q_{H_1^i H_1^i} & q_{H_1^i H_2^i} \cdots q_{H_1^i H_n^i} \\ & q_{H_2^i H_2^i} \cdots q_{H_2^i H_n^i} \\ \hline & q_{H_m^i H_n^i} \end{bmatrix} = N_2^{-1} \tag{2.20}$$

Pojedinačno se testiraju vrijednosti za svaki reper osnovne mreže. Postavlja se nul-hipoteza:

$$H_0 : d_{R_{1 \ldots n}} = 0 \tag{2.21}$$

gdje je:

$$\begin{aligned} d_{R_1} &= H_1^1 - H_1^i \\ d_{R_2} &= H_2^1 - H_2^i \\ &\cdots\cdots\cdots \\ d_{R_n} &= H_n^1 - H_n^i \end{aligned} \tag{2.22}$$

pričem je

n — broj repera u mreži

Veličina za testiraanje jest:

$$F = \frac{d_{R_n}^t \cdot Q_{dR_n}^+ \, d_{R_n}}{l\,\hat{\sigma}_0^2} = \frac{d_{R_n}^2}{l\,\hat{\sigma}_0^2\,Q_{d_{R_n}}} \tag{2.23}$$

Na osnovi h i f (h je broj stupnjeva slobode, u našem slučaju h = 1), u tablicama se nađe F_0. Ako je $F_0 > F$, prihvaća se nul-hipoteza, što znači da se analizirana točka nije signifikantnije pomakla. Ako je $F > F_0$, razmatrana točka je znatnije pomaknuta, te je treba eliminirati.

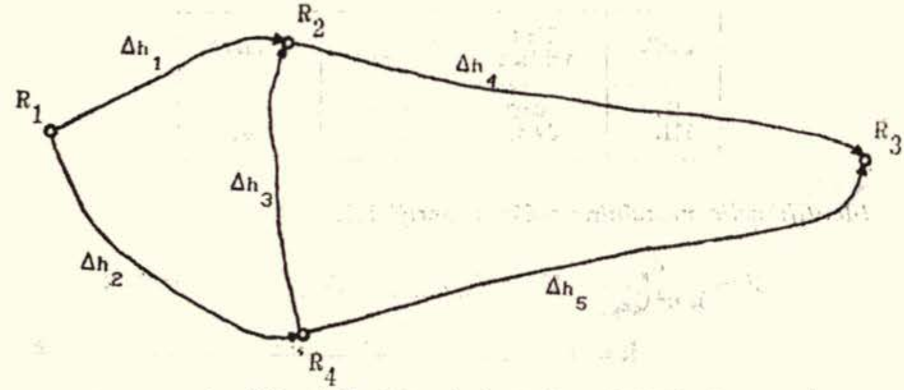
Sve to može se i geometrijski interpretirati. Izrazom (Ninkov, 1985):

$$d_{R_n} \leq \sqrt{\hat{\sigma}_0^2 \cdot Q_{d_{R_n}} \cdot F_{h,f,1-\alpha}} \tag{2.24}$$

(po modelu »Karlsruhe«) definiran je interval pouzdanosti i svi pomaci unutar njega mogu se smatrati zanemarivim.

Radi objektivnog vrednovanja deformacijske analize, razvijena je nivelmanska ispitna (testna) mreža, u kojoj su obavljene tri serije mjerenja. U trećoj seriji, reper R_1 namjerno je spušten za 20 mm. Da li će to dokazati (pokazati) i analiza deformacija, vidjet će se iz sljedećih rezultata.

3. ISPITNA MREŽA



Slika 1. Ispitna nivelmanska mreža

3.1. *Podaci mjerenja*

Tablica 1. Podaci mjerenja ispitne mreže

Visinska razlika	SERIJE I.	II.	III.	Udaljenost d (m)
Δh_1	2.066	2.067	2.087	105.00
Δh_2	0.986	0.985	1.005	110.00
Δh_3	1.083	1.083	1.083	125.00
Δh_4	0.757	0.757	0.757	136.00
Δh_5	1.834	1.834	1.834	185.00

(Napomena: predznaci visinskih razlika vidljivi su iz skice)

Visinske razlike Δh_1 i Δh_2 u III. seriji su veće za oko 20 mm, što znači da je reper R_1 pomaknut prema dolje.

3.2. *Globalni test pomaka*

Serija II.

$$d^t Q^+_{dd} d = 0.003 \qquad \sigma^2 = v_1^t P v_1 + v_2^t P v_2 / f_1 + f_2 = 0.042$$

$$f = n - u + d(A) = 5 - 4 + 1 = 2 \qquad h = u - 1 = 4 - 1 = 3$$

$$F = \frac{d^t Q^+ d_{dd}}{h \sigma^2} = 0.02 \qquad Fo_{h, f, 1-\alpha} = Fo_{3, 4, 0.95} = 6.59$$

Serija III.

$$F = \frac{d^t Q^+_{dd} d}{h \sigma^2} = 29.45 \qquad Fo = 6.59$$

Tablica 2. Rekapitulacija — globalni test

Serija	Test veličina		$Fo_{h, f, 1-\alpha}$	Pomak?
II.	0.02	$<$	6.59	NE
III.	29 45	$>$	6.59	DA

3.3. *Identifikacija nestabilne točke u seriji III.*

$$F = \frac{d^2_R}{h \sigma^2 Q_{d_{Rn}}} \qquad F_o = F_{h, f, 1-\alpha} = Fo_{1, 2, 0.95} = 18.51$$

$$h = 1 \qquad f = 2 \qquad \sigma^2 = 0.042$$

$$\begin{array}{llll}
d_{R_1} = -15.023 & Q_{d_{R1}} = 70.266 & F = 76.47 & > \quad Fo = 18.51 \\
d_{R_2} = 5.287 & Q_{d_{R2}} = 45.437 & F = 14.65 & < \quad Fo = 18.51 \\
d_{R_3} = 5.038 & Q_{d_{R3}} = 95.007 & F = 6.36 & < \quad Fo = 18.51 \\
d_{R_4} = 4.698 & Q_{d_{R4}} = 51.073 & F = 10.29 & < \quad Fo = 18.51
\end{array}$$

Tablica 3. Rekapitulacija — lokalni test

Broj repera	Test veličina		$Fo_{h, f, 1-\alpha}$	Pomak?
1	76.47	$>$	18.51	DA
2	14.65	$<$	18.51	NE
3	6.36	$<$	18.51	NE
4	10.29	$<$	18.51	NE

Iz prethodne se analize vidi da je globalnim testom dokazana nestabilnost nekog od repera u III. seriji mjerenja, a lokalnim je kao nestabilan reper identificiran R_1.

4. ZAKLJUČAK

Zajedno s već publiciranim člankom (Kapović, 1993) cjelovito je izložena primjena hannoverskog modela u analizi mjerenja pomaka i deformacija građevinskih objekata. Na taj način zaokružena je jedna tematska cjelina te na hrvatskom jeziku predočeno važno područje primjene inženjerske geodezije u mjerenju pomaka i deformacija objekta.

LITERATURA

Ašanin, S. (1988): Metoda analize deformacija u svim kombinacijama, Savjetovanje o inženjerskoj geodeziji, Priština, 225—239.

Ašanin, S., Perović, G. (1989): Moć metode analize deformacija u svim kombinacijama, Geodetski list, 1—3, 5—11.

Bilajbegović, A., Feil, L., Klak, S. (1985): Deformacijska analiza, Zbornik radova: Geodezija u hidrogradnji, hidrografiji i hidrologiji, Split, 383—393.

Cvorović, M. (1986): Prilog metodologiji određivanja stabilnih točaka trigonometrijskih mreža pri pomjeranju tla i objekta, Disertacija, Beograd.

Fawaz, E. (1981): Beurteilung von Nivellementsnetzen auf der Grundlage der Theorie der stochastischen Prozesse, Dissertation, Hannover.

Kapović, Z. (1993): Analiza mjerenih veličina pri određivanju deformacija građevina, Geodetski list, 1, 29—35.

Macanović, D. (1922): Analiza pomaka brane Birač u toku eksploatacije, Magistarski rad, Geodetski fakultet, Zagreb.

Mihailović, K. (1986): Matematička obrada merenih veličina pri određivanju deformacija, Geodetski list, 4—6, 93—102.

Mierlo, I. (1978): Deformation Measurements. Beitrage zum II. Internationalen Symposium über Deformationsmessungen mit geodatischen Methoden, Bonn.

Ninkov, T. (1985): Deformaciona analiza i njena praktična primjena, Geodetski list, 7—9, 167—178.

Niemeier, W. (1985): Deformationsanalyse, Pelzer, H.: Geodatische Netze in Landes- und Ingenieurvermessung II.

Pelzer, H. (1985): Geodatische Netze in Landes- und Ingeniurvermessung II. Konnrad Wittwer, Stutgart.

Vranić, V. (1970): Vjerojatnost i statistika, Tehnička knjiga, Zagreb.

EFFICIENCY OF THE HANNOVER MODEL AT THE DETERMINATION OF THE BENCHMARK SHIFT WITHIN THE LEVELING NETWORK

Relating to the article being published already (Geodetski list 1993, 1, 29—35), this work presents the analysis of deformations according to the Hannover model. The theoretical considerations will be accompanied by the analysis of the measurement results on the test network.

Primljeno: 1993-04-07