

## GPS MREŽA NOVO MESTO

Miran KUHAR, Bojan STOPAR — Ljubljana\*

*SAŽETAK. Na području općine Novo Mesto obavljena su GPS mjerenja na devet točaka radi određivanja okvira veće popunjavajuće mreže na tom području. Prikazano je planiranje opažanja s većim brojem prijavnika. Težište članka je na izjednačenju mreže na Basselovom elipsoidu i Helmer-tovoj transformaciji dobivenih rezultata u ravninu Gauss-Krügerove projekcije.*

### 1. UVOD

U Sloveniji je sredinom sedamdesetih godina uveden u praksu pojam nove vrsti osnovnih geodetskih mreža nižeg reda tzv. popunjavajuće mreže (mreže za progušćivanje, densification networks). Osnovna namjena tih mreža je u tomu da je na područjima gdje su one određene moguće običnim elektrooptičkim duljinomjerom kraćeg doseg za svaku točku na terenu odrediti Gauss-Krügerove koordinate državnog sustava. Drugim riječima, sva geodetska mjerenja, čak i ona najmanja, na tim područjima moguće je povezati s postojećom državnom mrežom točaka.

Prema smjernicama što ih je izdao Institut Geodetskog zavoda Slovenije, točke popunjavajućih mreža moraju zadovoljavati sljedeće uvjete (Černe, 1987):

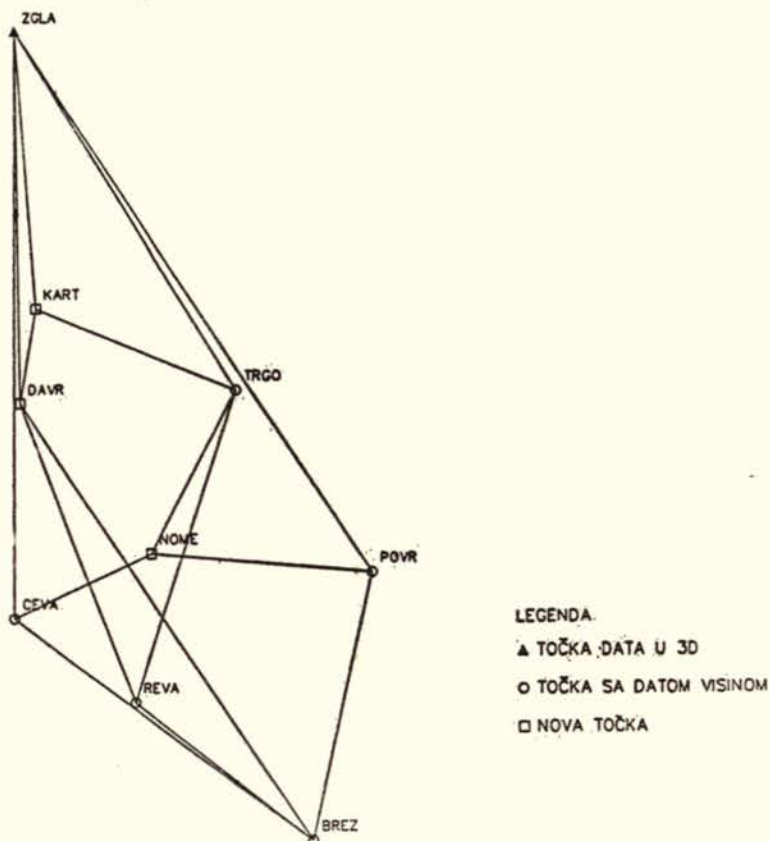
- točke moraju biti određene po položaju i visini iz postojeće mreže točaka I, II, III. i IV. reda i repera nivelmanske mreže;
- moraju biti stabilizirane na takvim mjestima koja su prikladna za priključivanje mreža lokalne izmjere i zaštićene od uništenja;
- stabilizacija mora biti trajna, a signalizacija može biti trajna ili privremena;
- minimalna položajna točnost točaka mreže mora biti 1 : 10000, što znači da je maksimalna srednja pogreška položaja 6 cm pri prosječnoj duljini između točaka 600 m. Minimalna točnost po visini mora biti 10 cm.

Suvremena GPS tehnologija omogućuje određivanje točaka na veoma brz i ekonomičan način. Do sada su u Sloveniji za uspostavljanje popunjavajućih mreža dvaput primijenjena GPS mjerenja: u mrežama Rovte i Novo Mesto. Mreža Novo Mesto ima posebno značenje, jer su se tu iskazale sve prednosti GPS tehnologije.

\* Mr. Miran Kuhar, mr. Bojan Stopar, FAGG, Jamova 2, 61000 Ljubljana.

## 2. PLANIRANJE I IZVEDBA MJERENJA

Mrežu je projektirao GZ Slovenije i zahvaća čitavo područje općine Novo Mesto. U skladu s dogovorom s GZS imali smo zadaću obaviti mjerenja na 9 točaka (6 danih točaka i 3 nove) radi određivanja GK koordinata i nadmorskih visina. Točke su okvir popunjavajuće mreže, a točke unutar mreže su određene klasičnim mjerenjem. U mreži su dane točke: trigonometar I. reda (Zglavnica), trigonometar II. reda (Potov vrh), četiri trigonometra III. reda (Breznik, Regrča vas, Trška gora i Češča vas); nove točke su: dva trigonometra IV. reda (Daljnji vrh, Novo Mesto) i jedna popunjavajuća točka Karteljevo (sl. 1).



Slika 1. Mreža Novo Mesto (neovisni bazni vektori)

GPS mjerenja obavljena su 18. listopada 1992. s pet prijavnika Ashtech LD-XII. Budući da smo uz dva naša prijavnika imali na raspolaganju još tri prijavnika GF u Zagrebu, prvi put nam se pružila mogućnost da mjerenja obavimo s većim brojem prijavnika. Zato smo i veliku pozornost posvetili planiranju opažanja. Željeli smo mjerenja obaviti u što kraćem vremenskom razdoblju, sa što manjim troškovima. Kod velikih mreža s mnogo točaka optimalni vremenski i prostorni raspored mjerenja ima ve-



liku važnost. Kao što je poznato, dodatnu teškoću predstavlja nepotpuni broj satelita, koji uza zapreke na točkama dodatno smanjuje raspoloživo vrijeme za opažanje.

Logistika izvođenja opažanja bila je uvjetovana brojem sesija i intervalima dostatnog broja satelita. Da bismo završili mjerenja u jednom danu, odlučili smo da na svakoj točki opažamo dvaput. Opažanje na točkama jednak broj puta doprinosi većoj homogenosti mreže. Trostruko stajanje na točkama doprinosi većoj pouzdanosti mreže i omogućuje otkrivanje eventualnih grubih pogrešaka (npr. pogrešno izmjerena visina antene), dok na drugoj strani opažanje na točkama dvaput smanjuje troškove kampanje. Prema poznatoj jednadžbi izračunali smo potreban broj sesija (Snay, 1986):

$$s = nm/r$$

gdje su:

- r — korišteni broj prijavnika
- n — broj stajanja na točkama
- m — broj točaka u mreži
- s — broj sesija

pa je  $s = 2 \times 9/5 = 3,6$ , što zaokruženo znači četiri sesije. Tako smo u konačnom planu dobili da na dvije točke stojimo triput. Odlučili smo se za dvije rubne točke mreže, Zglavnica i Breznik, kako bismo s većim brojem mjerenja ojačali čitavu mrežu. Raspoloživi broj satelita (četiri i više) i dostatan broj vozila omogućili su izvođenje opažanja svih sesija u jednom danu. Zbog prosječne duljine između točaka mreže od 6,8 km, odlučili smo se za trajanje sesija od oko dva sata, kako bismo bili sigurni da ćemo za sve vektore postići potrebnu točnost. Minimalni elevacijski kut iznosio je 15°, a interval registracije 15 sekundi.

### 3. OBRADA REZULTATA MJERENJA I IZJEDNAČENJE MREŽE

Jednovremenim opažanjem pet prijavnika moguće je odrediti četiri neovisna bazna vektora. S četiri sesije dobili smo ukupno 16 neovisnih vektora odnosno 40 međusobno linearno ovisnih vektora. Za obradu podataka opažanja korišten je Ashtechov program GPPS 4.3.01, a rabljena su rješenja s L1 frekvencijom. Prosječna srednja kvadratna pogreška (RMS) računanja vektora između GPS točaka iznosila je  $\pm 8,8$  mm. Prosječne vrijednosti srednjih kvadratnih pogrešaka koordinatnih razlika za linearno neovisne vektore bile su:  $m_x = \pm 5,9$  mm,  $m_y = \pm 3,2$  mm,  $m_z = \pm 6,0$  mm, što pri prosječnoj duljini vektora od 6814 m daje srednju kvadratnu pogrešku duljine  $m_d = \pm 9,0$  mm.

Za izjednačenje mreže koristili smo program Columbus, koji omogućuje trodimenzionalno izjednačenje mješovitih geodetskih mreža (GPS, terestričkih) na elipsoidu. U izjednačenju smo koristili samo neovisne vektore (16). Mrežu smo prvo izjednačili na Besselovom elipsoidu kao djelomično slobodnu, s jednom poznatom točkom. Rješenje s jednom poznatom točkom (minimal constraint solution, Leick, 1990) omogućuje ocjenu kvalitete mjerenih veličina, GPS baznih vektora, neovisno o izboru danih veličina. Kao

poznata točka uzet je trigonometar I. reda — Zglavnica. Pritom smo za poznate (dane) koordinate točke preuzeli vrijednosti koje je dao program za obradu vektora GPPS. Raspon položajnih pogrešaka djelomično slobodnog izjednačenja iznosi: u širini od  $\pm 5,7$  mm do  $\pm 6,5$  mm, u duljini od  $\pm 4,7$  mm do  $\pm 5,4$  mm i visina od  $\pm 12,8$  mm do  $\pm 14,5$  mm. U zaključku se može ustvrditi da su mjerenja dostatno kvalitetna.

Sljedeći korak je izjednačenje mreže uvođenjem danih veličina kojim raspolažemo. Za dane veličine uzete su širina, duljina i nadmorska visina točke Zglavnica i još pet nadmorskih visina točaka: Breznik, Trška gora, Regrča vas, Češča vas i Potov vrh. Zbog nepoznavanja točnih geoidnih undulacija na tom području, u trodimenzionalno izjednačenje uvedene su ortometrijske visine točaka. Karta geoida teritorija Slovenije (Čolić i dr., 1991) pokazuje relativno ravnomjeran tok plohe geoida na području mreže, pa smo pretpostavili da su visinske razlike ortometrijskih visina (nadmorskih visina) između točaka jednake visinskim razlikama njihovih elipsoidnih visina.

Tablica 1. Usporedba visina iz različitih modela izjednačenja

Točka	Dana visina	1. rješenje	2. rješenje
BREZNIK	346,075	346,248	346,138
TRŠKA GORA	425,457	425,566	425,409
REGRČA VAS	229,677	229,630	229,691
ČEŠČA VAS	182,035	181,825	182,008
POTOV VRH	250,691	250,957	250,694
		$m = \pm 178$ mm	$m = \pm 38$ mm

Postavilo se pitanje koje koordinate (širina i duljina) točke Zglavnica uzeti kao dane: vrijednosti preračunate iz državnih Gauss-Krügerovih koordinata (što bi bio normalan postupak u uklapljanju mreže u državnu triangulaciju), ili vrijednosti preuzete iz programa za obradu GPS vektora GPPS. Zato je mreža prethodno izjednačena, kao djelomično slobodna, na dva načina. Razlika je samo u vrijednostima koordinata početne točke Zglavnica. Razlika u koordinatama je:  $\Delta L = L_{GK} - L_{GPS} = + 17,19''$ ,  $\Delta B = B_{GK} - B_{GPS} = + 2,88''$ . Drugo rješenje daje bolje rezultate. Prije svega je to očito u pogledu visina. To potvrđuje tablica 1, u kojoj su prikazane dane visine i visine izračunate u pojedinom izjednačenju. Također su izračunate srednje pogreške iz odstupanja od srednjih vrijednosti.

Ostali pokazatelji točnosti su: maksimalna pogreška izjednačenih koordinata (najveće su pogreške visina) u prvom rješenju je  $m_h = \pm 28,4$  mm, u drugom rješenju  $m_h = \pm 12,6$  mm. Raspon srednjih pogrešaka izjednačenih prostornih duljina (3D) je u prvom rješenju između 14,5 i 139,8 ppm (pri  $m_0 = 0,98$ ), u drugom između 3,3 i 31,5 ppm (pri  $m_0 = 1,00$ ). Raspon srednjih pogrešaka duljina na elipsoidu (2D) je u prvom rješenju između



12,7 i 60,9ppm, u drugom rješenju od 2,9 do 13,7 ppm. Zbog svih tih pokazatelja odlučili smo da u izjednačenje s danim veličinama (uklopljena mreža) uvedemo vrijednosti koordinata točke Zglavnice koje je dao program GPPS, a ne vrijednosti iz državnog sustava. Rezultati izjednačenja uklopljene mreže prikazani su u tablici 2.

Tablica 2. Izjednačena uklopljena mreža s pripadajućim srednjim pogreškama

Točka	srednje pogreške		
	u širini (m)	u duljini (m)	visine (m)
ZGLAVNICA	0,0	0,0	0,0
BREZNIK	0,0157	0,0128	0,0
TRŠKA GORA	0,0150	0,0118	0,0
REGRČA VAS	0,0161	0,0128	0,0
ČEŠČA VAS	0,0143	0,0117	0,0
POTOV VRH	0,0163	0,0135	0,0
DALJNI VRH	0,0158	0,0127	0,0284
KARTELJEVO	0,0153	0,0122	0,0269
NOVO MESTO	0,0149	0,0120	0,0125

#### 4. TRANSFORMACIJA IZJEDNAČENIH KOORDINATA U DRŽAVNI GK SUSTAV

Rezultat izjednačenja iz prethodnog poglavlja jesu izjednačene geodetske koordinate točaka mreže (geodetska širina  $B$ , geodetska duljina  $L$  i ortometrijska visina  $h$ ), s odgovarajućim položajnim pogreškama. Geodetske koordinate ( $B$ ,  $L$ ,  $h$ ) pretvorimo u Gauss-Krügerove koordinate u ravnini ( $X$ ,  $Y$ ). Pritom izvedemo geometrijsku eliminaciju elementa visine iz trojke koordinata ( $B$ ,  $L$ ,  $h$ ) jednostavnim izostavljanjem parametra visine iz elipsoidnih geodetskih koordinata (Stopar, 1992). Srednje pogreške položaja točaka mreže dobivenih iz izjednačenja pogreške su položaja u smjeru meridijana  $m_B$  i u smjeru uporednika  $m_L$ . S dostatnom točnošću možemo te pogreške preuzeti za srednje pogreške GK koordinata  $m_L = m_Y$ ,  $m_B = m_X$  (Schmidt, 1986).

Izjednačene GK koordinate točaka izračunane u GPS mreži moramo još transformirati odnosno uklopiti u državnu mrežu. Primijenimo ravninsku Helmertovu transformaciju uz pomoć poznatih točaka u oba koordinatna sustava. Za taj postupak moramo imati barem dvije identične točke. U našem primjeru imali smo šest identičnih točaka, i to trigonometre: Zglavnica, Breznik, Trška gora, Regrča vas, Češča vas i Potov vrh. Na taj način dobili smo koordinate triju novih točaka u državnom sustavu. Za ocjenu kvalitete transformiranih koordinata točaka mreže služe odstupanja

na identičnim točkama (»Restklafungen«), nakon obavljene transformacije (tab. 3). One su za sve točke (osim točke Potov vrh) male, iznad točnosti

Tablica 3. Parametri transformacije i odstupanja na identičnim točkama nakon obavljene transformacije

Točka	u smjeru Y (m)	u smjeru X (m)
Zglavnica	-0.0020	0.0104
Breznik	0.0319	-0.0257
Trška gora	-0.0461	0.0558
Regrča vas	0.0581	0.0047
Češča vas	0.0312	0.0458
Potov vrh	-0.0731	-0.0910
TY:	372.6642	±0.067
TX:	89.5165	±0.073
$\alpha$ (grad):	0.00176	±0.000062
$d_m$ (ppm):	-5.104	±0.858

državne mreže. Pretpostavka za malo veća odstupanja na toj točki jesu pogreške u određivanju elemenata ekscentriciteta (nismo opažali na centru) i više puta popravljane koordinate točke u postupcima sanacije mreže trigonometrijskih točaka na području Slovenije. Transformacijski parametri nemaju neku veću praktičnu vrijednost, jer je mreža relativno malog opsega da bi se mogli izvesti zaključci o kutovima rotacije i mjerilu naše državne mreže.

## 5. ZAKLJUČAK

Okvir popunjavajuće mreže Novo Mesto je dio druge mreže koja je uključena u državnu mrežu i koja je izmjerena s pomoću GPS tehnologije. Rezultati izjednačenja mreže i njenog uklapanja u državni sustav ukazuju na visoku točnost GPS mjerenja. Mreža je vezana samo za jedan trigonometar I reda, jer je tako zahtijevao projekt koji je izradio i mrežu terestrički izmjerio GZS. Sigurno da vezanost za jednu točku I. reda nije najbolja, samo mora se imati na umu da je 1983. godine na tom području izvršena sanacija mreže II. reda. Pretpostavljeno je da je mreža dovoljno kvalitetna za uspostavljanje nove popunjavajuće mreže. Pored toga je Republička geodetska uprava kao naručilac radova, zahtijevala da projekt sadrži i kontrolu međusobnog položaja točaka okvirne mreže. Cjelokupna mreža je trenutno samo djelomice završena jer još nije sproveden postupak sanacije cjelokupne trigonometrijske mreže. Nakon izvedene sanacije bit će i mreža Novo Mesto ponovo izjednačena i točke će dobiti konačne koordinate. Do tada se koordinate točaka mreže upotrebljavaju kao privremene tj. radne koordinate.



Glede rezultata računanja i posebice ekonomičnosti GPS metode, možemo očekivati široku primjenu GPS mjerenja za određivanje točaka u državnoj mreži. Za sada možemo ustvrditi da je potrebno i ekonomski najprihvatljivije rješenje, kombinacija klasičnih i GPS mjerenja.

## 6. ZAHVALA

Zahvaljujemo Geodetskom fakultetu Sveučilišta u Zagrebu, prof. dr. Asimu Bilajbegoviću i mladim suradnicima — diplomiranim inženjerima Željku Bačiću, Valentu Stepanu i Đuri Barkoviću za posudbu GPS prijemnika i pomoć pri mjerenju u mreži Novo Mesto.

## LITERATURA

- Černe, F. (1987): Navezovalne mreže v Sloveniji, razvoj in problematika, savetovanje: Osnovni geodetski radovi i oprema za njihovo izvođenje, Struga, lipanj 1987, zbornik radova, str. 487–497.
- Čolić, K., Bašić, T., Petrović, S., Pribičević, B., Ratkajec, M., Sünkel, H., Kühntreiber, N. (1991): New geoid solution for Slovenia and a part of Croatia, predavanje na GZ Slovenije 4. 6. 1992.
- Leick, A. (1990): GPS satellite surveying, John Willey & Sons, New York.
- Snay, R. (1986): Network design strategies applicable to GPS surveys using three or four receivers, Bulletin Géodésique, 1, 37–50.
- Schmidt, R. (1986): Kontrolle des Deutschen Hauptdreiecksnetzes durch Macrometer Messungen 1983-1985, DGK Reihe B. svezak 282, München.
- Stopar, B. (1991): Kombinacija terestričkih mjerenja i mjerenja s pomoću satelita, Geodetski list, 2, 161–170.

## GPS NETWORK NOVO MESTO

The GPS measurements for establishing a densification network Novo Mesto is being discussed. After consideration of some aspects of planing and performing GPS measurements, the focus has been put on adjustment of the network on the Bessel ellipsoid and the transformation of the results into the local two-dimensional reference frame.

Primljeno: 1993-03-05