UDK 528.411:519.2
Stručni članak

PRIMJENA KRITERIJA ZA OCJENU TOČNOSTI U SLOBODNOJ MIKROTRIANGULACIJSKOJ MREŽI

Mira IVKOVIĆ, Đuro BARKOVIĆ — Zagreb*

SAŽETAK. U ovom se radu provodi analiza točnosti jedne slobodne mikrotriangulacijske mreže. Ocjena točnosti razmatrane mreže daje se s pomoću lokalnih mjera točnosti, globalnih mjera točnosti i usporedbom s drugom mrežom.

1. UVOD

Nakon provedenog izjednačenja rezultata mjerenja u nekoj geodetskoj mreži, odnosno računanja nepoznatih parametara u njoj, postavlja se pitanje kojom točnošću su ti parametri određeni. Da bi se mogla provesti potrebna analiza, u postupku izjednačenja računa se i kovarijacijska matrica nepoznatih parametara, jer se točnost geodetske mreže temelji na njoj. Za horizontalne mreže, to je kovarijacijska matrica koordanata točaka, ili, u nekim specijalnim geodetskim zadacima, kovarijacijska matrica izvedenih veličina koje su funkcije koordinata. Međutim, kovarijacijska matrica se sastoji od mnogo brojeva različite veličine i predznaka te je iz nje vrlo teško bilo što zaključiti o postignutoj točnosti u razmatranoj geodetskoj mreži. Stoga se iz elemenata kovarijacijske matrice računaju neke druge veličine, koje jasnije izražavaju postignutu točnost. Za koje će se veličine, kao mjere točnosti, u pojedinoj geodetskoj mreži geodetski stručnjak odlučiti, ovisi o korisnikovim zahtjevima, odnosno o namjeni za koju je mreža osnovana.

Ocjena točnosti geodetske mreže općenito se može izraziti s pomoću lokalnih mjera točnosti, globalnih mjera točnosti i usporedbom s drugom kovarijacijskom matricom (npr. kriterijskom matricom) (Ivković, Barković, 1992.). S pomoću lokalnih mjera točnosti izražava se točnost položaja svake pojedine točke u mreži zasebno. Razmatra li se točnost geodetske mreže u cjelini, onda se ona izražava s pomoću globalnih mjera točnosti. Osim toga, analiza točnosti se može provesti i usporedbom dviju kovarijacijskih matrica, odnosno dviju geodetskih mreža.

Navedene kriterije za ocjenu točnosti proučavali su mnogi stručnjaci (Augath, 1992; Baarda, 1971; Caspary, 1988; Niemeier, 1982; Pelzer, 1977; Van Mierlo, 1981. i dr.) a u ovom se radu primjenjuju za jednu mikrotriangulacijsku mrežu i analiziraju prednosti i nedostaci pojedinih od njih.

* Mr. Mira Ivković, Đuro Barković, dipl. inž., Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Kačićeva 26, Zagreb.

2. ANALIZA TOČNOSTI MIKROTRIANGULACIJSKE MREŽE PRIMJENOM LOKALNIH MJERA TOČNOSTI

Lokalne mjere točnosti za dvodimenzionalne mreže, pa prema tomu i za mikrotriangulacijsku jesu:

— standardne devijacije za nepoznate koordinate,
— pogreške točaka po Helmertu,
— pogreške točaka po Werkmeisteru,
— elipse pogrešaka i sl.

Te se veličine računaju iz blokova kovarijacijske matrice K_x, a koji se odnose na pojedine točke u mreži. Mjere lokalne točnosti za razmatranu mikrotriangulacijsku mrežu pokazane su u tablici 1. Iz dobivenih veličina se vidi da sve te mjere točnosti ovise o izboru lokalnoga koordinatnog sustava, pri klasičnom načinu izjednačenja, te u tom slučaju nisu pogodne za analizu točnosti. Pri izjednačenju primjenom pseudoinverzije, dobivene mjere točnosti su realnije i mogu se primijeniti za ocjenu točnosti određivanja nepoznatih koordinata.

Međutim, i u tom slučaju mogu se donijeti neki krivi zaključci o postignutoj točnosti. Tako, primjerice, izrazi li se točnost položaja točke s pomoću Werkmeisterove definicije, tj. da je $\lambda_1 \cdot \lambda_2 \Rightarrow$ min, može se dogoditi da točka s jednom vrlo velikom poluosi a drugom vrlo malom bude proglašena najbolje obrađenom (jer je $\lambda_1 \cdot \lambda_2 \approx 0$). Osim toga, sve te mjere ne uzimaju u obzir korelativnu ovisnost između pojedinih točaka u mreži, koja očevidno postoji, što se vidi iz kovarijacijske matrice nepoznatih koordinata.

Stoga se za analizu točnosti geodetskih mreža primjenjuju i globalne mjere točnosti, u kojih se uzima u obzir i korelativna ovisnost između koordinata točaka u njoj.

3. ANALIZA TOČNOSTI MIKROTRIANGULACIJSKE MREŽE S POMOĆU GLOBALNIH MJERA TOČNOSTI

Da bi se pri analizi točnosti izračunanih koordinata mikrotriangulacijske mreže uzela u obzir i korelativna ovisnost između pojedinih točaka, ona se provodi primjenom globalnih mjera točnosti. To znači da se pojedine veličine, koje se rabe kao mjere za ocjenu točnosti, ne računaju iz blokova kovarijacijske matrice, nego iz cijele kovarijacijske matrice nepoznatih koordinata. Dakle, pri računanju tih veličina uzimaju se u obzir svi elementi iz kovarijacijske matrice, odnosno uzima se u obzir korelativna ovisnost između koordinata nepoznatih točaka.

Veličine koje su izračunane za globalnu ocjenu točnosti razmatrane mikrotriangulacijske mreže prikazane su u tablici 2.

Kao mjera globalne točnosti može poslužiti maksimalna svojstvena vrijednost λ_{max} od K_x. Mala vrijednost λ_{max} indicira dobru točnost izračunanih koordinata mreže. Međutim, problem se može pojaviti ako je λ_{max} znatno veći od ostalih svojstvenih vrijednosti. U tom slučaju, ako je λ_{max} najmanje 40—60% od $\Sigma\lambda_i$, ona geometrijski daje dobar uvid u slabu zonu razmatrane mreže, ali globalna ocjena točnosti izračunanih koordinata s pomoću nje bila bi loša (Niemeier, 1982.). Tada treba primijeniti bolje mjere za ocjenu točno-

Tablica 1. Prikaz lokalnih mjera točnosti

Točke M. T. M.	Klasično izjednačenje-koordinanti sustav: Δ1 i Δ2				Klasično izjednačenje-koordinatni sustav: Δ6 i Δ7				Izjednačenje primjenom pseudoinverzije			
	Standardna devijacija σ [cm]	Pogreška po Helmertu $\lambda_1 + \lambda_2$	Pogreška po Werkmeisteru $\lambda_1 \cdot \lambda_2$	Elementi elipse pogrešaka [cm]	Standardna devijacija σ_x i σ_y [cm]	Pogreška po Helmertu $\lambda_1 + \lambda_2$	Pogreška po Werkmeisteru $\lambda_1 \cdot \lambda_2$	Elementi elipse pogrešaka [cm]	Standardna devijacija σ_x i σ_y [cm]	Pogreška po Helmertu $\lambda_1 + \lambda_2$	Pogreška po Werkmeisteru $\lambda_1 \cdot \lambda_2$	Elementi elipse pogrešaka [cm]
Δ1	0	0	0	A = 0 B = 0	1.729 1.730	9.9976	4.8494	A = 3.080 B = 0.715	0.4085 0.4480	0.3675	0.0292	A = 0.5011 B = 0.3412
Δ2	0	0	0	A = 0 B = 0	1.267 2.620	15.3364	10.3235	A = 3.825 B = 0.840	0.3891 0.4704	0.3728	0.0331	A = 0.4761 B = 0.3822
Δ3	σ_x = 0.5404 σ_y = 0.5644	0.6107	0.0876	A = 0.6165 B = 0.4802	0.832 1.849	7.5308	6.6306	A = 2.552 B = 1.009	0.6236 0.5490	0.6902	0.1096	A = 0.6652 B = 0.4977
Δ4	σ_x = 0.8685 σ_y = 0.4309	0.9398	0.1071	A = 0.8984 B = 0.3643	0.633 0.440	0.9154	0.0541	A = 0.923 B = 0.252	0.5126 0.4032	0.4254	0.0291	A = 0.5829 B = 0.2925
Δ5	σ_x = 0.9283 σ_y = 0.8517	1.5871	0.4770	A = 1.0883 B = 0.6346	0.401 0.592	0.8613	0.1403	A = 0.802 B = 0.467	0.3862 0.6307	0 5470	0.0592	A = 0.6310 B = 0.3858
Δ6	σ_x = 1.5241 σ_y = 0.6015	2.6845	0.4958	A = 1.5764 B = 0.4467	0	0	0	A = 0 B = 0	0.7464 0.5324	0.8405	0.0984	A = 0.8366 Bt= 0.3749
Δ7	σ_x = 1.2530 σ_y = 0.3467	1.6902	0.1865	A = 1.2536 B = 0.3445	0	0	0	A = 0 B = 0	0.4452 0.4579	0.4078	0.0300	A = 0.5581 B = 0.3104

Tablica 2. Prikaz globalnih mjera točnosti

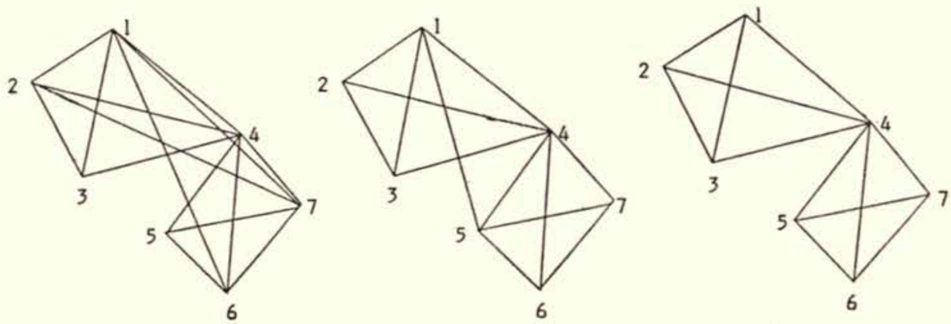
Mjere globalne točnosti	Klasično izjednačenje koordinatni sustav Δ1 i Δ2	Klasično izjednačenje koordinatni sustav Δ7 i Δ6	Izjednačenje primjenom pseudoinverzije
λ_{max}	3.028118	9.050642	0.517950
$(1/m)\,trag\,(K_x)$	0.415921	1.072486	0.074304
$\sqrt[m]{\det(K_x)}$	0.097042	0.134713	0.001828

sti, a to su aritmetička sredina iz svojstvenih vrijednosti kovarijacijske matrice K_x, odnosno $(1/m)trag(K_x)$ ili geometrijsku sredinu od svojstvenih vrijednosti, odnosno $\sqrt[m]{\det(K_x)}$.

Maksimalna svojstvena vrijednost λ_{max} može poslužiti i za usporedbu točnosti dviju mreža različitog plana mjerenja. Naime, pri planiranju mjerenja u nekoj mikrotriangulacijskoj mreži, uglavnom se nastoji ostvariti sve moguće pravce između pojedinih točaka. Često to zahtijeva dodatne terenske radove krčenja, što može znatno poskupiti cijeli projekt. Međutim, i mjerenjem manjeg broja pravaca u mreži može se ostvariti dobra točnost izračunanih koordinata. Tako su primjerice maksimalne svojstvene vrijednosti za mreže na slici 1,a. i na slici 1,b. gotovo istog iznosa:

$$\lambda_{max} = 0.517950$$

$$\lambda_{max} = 0.586636$$



Slika 1. Tri različita plana mjerenja u mikrotriangulacijskoj mreži

Ali, ako se u razmatranoj mreži ne uključi jedan »važan« pravac (onaj između točke Δ1 i Δ5) (sl. 1,c), onda se maksimalna svojstvena vrijednost drastično povećava,

$$\lambda_{max} = 1.392336.$$

Iz tablice 2. se vidi da su i globalne mjere točnosti ovisne o izboru referentnoga koordinatnog sustava.

4. USPOREDBA KOVARIJACIJSKIH MATRICA DVIJU MIKROTRIANGULACIJSKIH MREŽA RAZLIČITOG PLANA MJERENJA

U primjeru će se usporediti točnost izračunanih koordinata dviju mikrotriangulacijskih mreža koje se neznatno razlikuju glede plana mjerenja pravaca (sl. 1,b. i sl. 1,c). Neka je pripadajuća kovarijacijska matrica za mikrotriangulacijsku mrežu na slici 1,b. Qx_2($K_x = Q_x$ ako je $\sigma_0 = 1$), a za mrežu na slici 1,c. Qx_3. Pregledom elemenata samo dviju kovarijacijskih matrica ne može se zaključiti koja je mreža bolja glede točnosti. Jedan je od načina usporedbe da se izračuna razlika između dviju razmatranih kovarijacijskih matrica, Qx_2—Qx_3. Ako je dobivena razlika negativno semidefinitna matrica, tj. da su sve njene svojstvene vrijednosti različite od nule — negativne, može se reći da je mreža s kovarijacijskom matricom Qx_2 glede točnosti koordinata bolja nego ona s kovarijacijskom matricom Qx_3 (Van Mierlo, 1982.). To ne znači da je potrebno računati sve svojstvene vrijednosti od razlike kovarijacijskih matrica. Dostatno je izračunati maksimalnu svojstvenu vrijednost od Qx_2—Qx_3, pa ako je ona negativna, onda su dakako i sve ostale (prilog 1).

Usporedba dviju kovarijacijskih matrica na taj način može biti provedena samo ako je izjednačenje razmatranih mreža provedeno pseudoinverzojom ili ako je pri klasičnom načinu izjednačenja primijenjen isti koordinatni sustav.

5. ZAKLJUČAK

Provedena analiza točnosti jedne slobodne mikrotriangulacijske mreže pokazuje da lokalne mjere točnosti ovise o izboru referentnoga koordinatnog sustava te mogu navesti na krive zaključke o postignutoj točnosti koordinata novoizračunanih točaka. Osim toga, pogreške točaka po Werkmeisterovoj definiciji mogu u nekim slučajevima ostaviti krivi dojam o točnosti položaja neke točke. Kako se lokalne mjere točnosti računaju iz 2x2 blokova kovarijacijske matrice, a koji se odnose na svaku pojedinu točku, to te mjere ne uzimaju u obzir korelativnu ovisnost između točaka u mreži.

Stoga se za ocjenu točnosti koordinata primjenjuju i globalne mjere točnosti (tablica 2). Kako i te mjere točnosti nisu invarijantne na izbor referentnoga koordinatnog sustava, one su neprikladne za ocjenu točnosti koordinata u mreži izjednačenoj na klasičan način.

Sljedeći je način analize točnosti koordinata geodetske mreže usporedbom njene kovarijacijske matrice s drugom kovarijacijskom matricom (npr. kriterijskom matricom). U ovom radu je obavljena usporedba kovarijacijskih matrica za dvije mikrotriangulacijske mreže različitog plana mjerenja. Iz izračunanog primjera se vidi da i neznatne razlike u planu mjerenja mogu prouzročiti znatne razlike u točnosti koordinata.

Stoga je pri planiranju mjerenja u nekoj geodetskoj mreži vrlo važno obaviti dobru prethodnu analizu tog plana. Na taj način se često mogu ostvariti velike uštede, jer se takvom analizom može pokazati da se potrebna točnost može ostvariti i bez mjerenja nekih teško ostvarivih pravaca.

Prilog 1. Razlika dviju kovarijacijskih matrica i maksimalna svojstvena vrijednost (λ_{max})

$Qx_2 - Qx_3$

−0.017204	−0.006875	−0.024219	0.019076	0.013560	0.019457	0.042125
−0.006875	−0.003885	−0.013593	0.006801	0.005378	0.007976	0.017022
−0.024219	−0.013593	−0.021037	0.029683	0.017736	0.028083	0.053158
0.019076	0.006801	0.029683	−0.022370	−0.014599	−0.025387	−0.051845
0."13560	0.005378	0.017736	−0.014599	−0.008044	−0.016750	−0.033760
0.019457	0.007976	0.028083	−0.025387	−0.016750	−0.027490	−0.053460
0.042125	0.017022	0.053158	−0.051845	−0.033760	−0.053450	−0.107431
−0.031583	−0.009976	−0.046049	0.039228	0.028312	0.040318	0.085323
−0.024301	−0 005495	−0.034530	0.031427	0.024103	0.030515	0.067219
−0.054892	−0.022647	−0.070595	0.068401	0.044138	0.071522	0.141836
−0.051205	−0.022676	−0.067304	0.061245	0.038143	0.065944	0.129887
0.031559	0.011248	0.045564	−0.038388	−0.040267	−0.040267	−0.083610
0.032022	0.012708	0.041798	−0.039391	−0.026076	−0.040787	−0.082406
0.025516	0.012001	0.032156	−0.032156	−0.018223	−0.033066	−0.063794

−0.031583	−0.024301	−0.054892	−0.051205	0.031559	0.032022	0.025516
−0.009976	−0.005495	−0.022647	−0.022676	0.011248	0.012708	0.012001
−0.046049	−0.034530	−0.070595	−0.067304	0.045564	0.041798	0.032156
0.039228	0.031427	0.068401	0.061245	−0.038388	−0.039391	−0.030508
0.028312	0.024103	0.044138	0.038143	−0.026744	−0.026076	−0.018223
0.040318	0.030515	0.071522	0.065944	−0.040267	−0.040787	−0.033066
0.085323	0.067219	0.141836	0.129887	−0.083610	−0.082406	−0.063794
−0.063743	−0.050269	−0.112024	−0.102734	0.062930	0.064514	0.051436
−0.050269	−0.040637	−0.087625	−0.080015	0.048902	0.050461	0.039968
−0.112024	−0.087625	−0.187947	−0.172189	0.110138	0.108822	0.084825
−0.102734	−0.080015	−0.172189	−0.157461	0.101155	0.099970	0.077481
0.062930	0.048902	0.110138	0.101155	−0.061958	−0.063477	−0.050469
0.064514	0.050461	0.050461	0.099970	−0.063477	−0.063117	−0.049350
0.051436	0.039968	0.084825	0.077481	−0.050469	−0.049350	−0.037845

$$\lambda_{max} = -0.833557$$

6. LITERATURA

Augath, W. (1982): Accuracy and reliability measures concerning desiggn and Networks, of densification networks. FIG, Symposium on survey Control Networks, München, 51—63.

Baarda, W. (1977): Measures for the accuracy of geodetic networks. IAG, International Symposium on Optimization of Design and Computation of Control Networks, Sopron.

Caspary, W. F. (1988): Concept of networks and deformation analysis. Monograph 11, School of surveying, The University of New South Wales, Kensington.

Faddeeva, V. N. (1959): Computational methods of linear algebra. Dover Publications, Inc. New York.

Ivković, M.; Barković Đ. (1992): Kriteriji za ocjenu točnosti geodetskih mreža. Geodetski list, br. 4, 465—472.

Mierlo, J. van (1981): A testing procedure for analysing geodetic deformation measure ments. Proceedings of the II International symposium of deformation measurements by Geodetic Methods, Bonn, 321—354.

Mierlo, J. van (1982): Difficulties in defining the quality of geodetic networks. FIG, Symposium on survey ControlNetworks, München, 259—274.
Niemeier, W. (1982): Principal Component analysis and geodetic networks, FIG, Symposium on survey Control Networks, München, 275—291.
Pelzer, H. (19775: Criteria for the reliability of geodetic networks. IAG, International Symposium on Optimization of Design and Computation of Control Networks, Sopron.

APLICATION OF THE CRITERIA FOR THE ESTIMATION OF THE ACCURACY IN A FREE MICROTRIANGULATION NETWORK

The accuracy of a free microtriangulation network is analysed in this work. The accuracy of the considered network is valuated by means of local measures of precision, of global measures of precision and by comparing it with another network.

Primljeno: 1992-12-20