UDK 528.482
Pregledni članak

ANALIZA MJERENIH VELIČINA PRI ODREĐIVANJU DEFORMACIJA GRAĐEVINA

Zdravko KAPOVIĆ — Zagreb*

SAŽETAK. Koristeći se kriterijima Baardae (Caspary, 1987.) i primjenjujući neke osnovne postavke iz matematičke statistike, prikazan je dio deformacijske analize koji je temelj svakoj daljnjoj obradi, odnosno interpretaciji izmjerenih vrijednosti.

1. UVOD

Pomaci i deformacije objekata često zaokupljaju mnoge geodetske stručnjake. Razvojem mjerne tehnike i elektronike, konstruirani su suvremeni i vrlo precizni instrumenti za određivanje pomaka. Uz mogućnost opažanja sve manjih vrijednosti, određivanje pomaka i deformacija postaje sve zanimljivija disciplina za geodetske stručnjake. Slijedom toga, u zadacima s tog područja pojavljuju se neke nove nepoznanice, ali i spoznaje, na koje ovim prilogom želimo ukazati.

2. PLAN MJERENJA

Pomak se definira kao promjena položaja točke. U prostoru, pri klasičnom pristupu, obično se razlaže u dvije komponente: okomitu (slijeganje ili izdizanje) i horizontalnu. Obradit će se pomaci točaka na jednom građevinskom objektu, a praktičan primjer dat će prikaz pomaka samo u vertikalnom smislu.

Prije početka radova na određivanju pomaka sastavlja se plan (projekt) koji sadrži:

— svrhu mjerenja,
— podatke o temeljenju objekta,
— očekivane pomake dobivene statičkim proračunima,
— faze (serije) mjerenja i
— metodu rada.

Svaki objekt promatranja (ispitivanja) idealizira se određenim brojem točaka. Izvan zone mogućih deformacija, stabilizira se određeni broj kontrolnih točaka. Razlikujemo dakle dvije mreže:

* Mr. Zdravko Kapović, dipl. inž., Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu Zagreb, Kačićeva 26.

a) mrežu točaka na objektu i
b) osnovnu mrežu — izvan objekta.

Valja pretpostaviti da se točke na objektu pomiču, a da su točke osnovne mreže nepomične. Na osnovi rezultata mjerenja u dvije ili više faza (serija), zaključuje se o pomacima i eventualnim deformacijama. Jedan od problema pri tim mjerenjima jest pretpostavka o nepomičnosti točaka osnovne mreže. Tim pitanjima bavi se deformacijska analiza, a njene metode temelje se na testovima, odnosno testiranju određenih hipoteza.

2. PROVJERA PRISUTNOSTI GRUBIH POGREŠAKA U REZULTATIMA MJERENJA

Nakon obavljenih dviju ili više serija mjerenja, potrebno je provjeriti ima li u rezultatima mjerenja grubih pogrešaka. Ispitivanje možemo obaviti s pomoću Baarda's Data Snooping metode. Postavlja se nulta hipoteza Ho: popravke slijede normalnu razdiobu s matematičkim očekivanjem $E(v)=0$.

Najprije se postavi globalni test (Macanović, 1992.):

$$T = \frac{v^t \, p \, v}{\delta_0^2} = \chi^2_\alpha (f)$$

Za odabranu razinu signifikantnosti (obično $\alpha_0 = 0.0001$) i pouzdanosti $(1—\beta_0 = 0.80)$, s pomoću Bardinog nomograma dobivaju se vrijednosti:

λ_0 — granična vrijednost parametra necentriranosti

u_{α_0} — kritična vrijednost standardizirane normalne razdiobe.

Za veličinu prekobrojnih mjerenja

$$f = n—u+d(A)$$

gdje su:

n — broj mjerenja
u — broj nepoznanica
d(A) — defekt mreže (u nivelmanskoj mreži $d(A)=1$, ako se ne uzima nepoznato mjerilo),

očita se α i $\chi^2_\alpha (f)/f$, te izračuna:

$$\chi^2_\alpha (f) = f \cdot [\chi^2_\alpha (f)/f].$$

Ako je $T < \chi^2_\alpha (f)$, u rezultatima nema grubih pogrešaka. Ako je $T > \chi^2_\alpha (f)$, odbacuje se nulta hipoteza i prihvaća alternativna, tj. u rezultatima postoje grube pogreške, koje zatim treba locirati i ukloniti. Kako se u našem numeričkom primjeru vidi, svi T-ovi su manji od $\chi^2_\alpha (f)$, iz čega slijeda da tu nema grubih pogrešaka.

3. ISPITIVANJE HOMOGENOSTI VARIJANCI

Uobičajeno je, i u praksi se nastoji postići, da mjerenja u svim serijama budu iste točnosti. Takav tretman podataka u njihovoj daljnjoj razradi i eventualnom izednačenju obično daje najpouzdanije konačne rezultate. Međutim, opravdanost tvrdnje o »mjerenjima iste točnosti«, potrebno je i argumentirati. U tu svrhu služe testovi kojima se provjerava homogenost varijanci. Testiranje se npr. može provesti F-testom, Bartlettovim i Cochranovim testom. Na osnovi uspoređivanja izračunane i teorijske vrijednosti test veličine, prihvaćaju se ili odbacuju postavljene hipoteze:

nulta — sve su varijance jednake, homogene,
alternativna — sve su varijance različite, nehomogene.

Izračunaju se standardna odstupanja (procjene varijanci) (δ), te prekobrojna mjerenja (f). Primjenom F-testa jednakost varijanci provjerava se omjerom:

$$F = \sigma_1^2/\sigma_2^2 \qquad (\sigma_1^2 > \sigma_2^2)$$

ili

$$F = \sigma_2^2/\sigma_1^2 \qquad (\sigma_2^2 > \sigma_1^2).$$

Za odabranu razinu signifikantnosti (obično $\alpha = 0.05$) i stupnjeva slobode, iz tablica, koje su sastavni dio svih statističkih udžbenika, očita se teorijska vrijednost

$$F_{f1,f2,1-\alpha}.$$

Ako je

$$F < F_{f1,f2,1-\alpha},$$

prihvaća se nulta hipoteza, što znači da među varijancama nema signifikantnih razlika. Ako se odbacuje nulta a prihvaća alternativna hipoteza, mjerenja su različite točnosti te nisu izravno pogodna za daljnju analizu. Tada bi bilo potrebno prethodno obaviti homogeniziranje rezultata mjerenja.

Kada se primjenjuje Bartlettov test, jednakost varijanci testira se s pomoću test-vrijednosti:

$$B = 1/c \sum f_i \ln(m^2) - \sum [f_i \ln(m_i^2)]$$

distribuirane po $(\chi)^2$ chi-kvadrat razdiobi. Kako se iz priloženoga numeričkog primjera vidi, varijance su homogene. To će pokazati i Cochranov test.

Veličina za testiranje ovje je:

$$G_{max} = \frac{\sigma_{max}^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \dots \sigma_n^2}$$

Za veličinu prekobrojnih mjerenja i broja mjerenja, u tablicama se nađe

$$G_{max\,(teor)}.$$

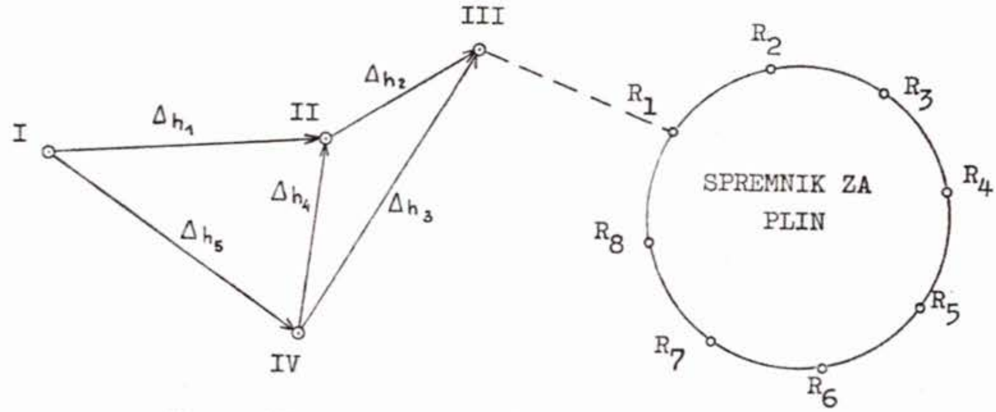
Ako je

$$G_{max} < G_{max\,(teor)},$$

prihvaća se nulta hipoteza.

4. PRIMJER

Za ilustraciju predočenoga, poslužit će jedan primjer iz geodetske prakse. Tijekom jedne godine, trebalo je obaviti tri serije mjerenja na određivanju vertikalnih pomaka spremnika za plin na Žitnjaku u Zagrebu. Spremnik je idealiziran s osam (8) repera, a osnovnu mrežu čine četiri (4) repera izvan područja mogućih deformacija.



Slika 1. Skica osnovne mreže i mreže točaka na objektu

Mjerenje visinskih razlika, na osnovi kojih će biti određivani vertikalni pomaci, obavljeno je metodom preciznog geometrijskoga nivelmana.

Osnovna mreža tretira se kao slobodna (samostalna) nivelmanska mreža. To je mreža u kojoj nije poznata visina ni za jedan reper. Klasičnim postupkom u geodetskoj praksi, ta je mreža izjednačivana tako da je jedan od repera uzet kao fiksan — nepomičan. U postupku izjednačenja taj reper ne dobiva nikakvu popravku, što znači da je »bespogrešan«. Dakle, proveden je nejednak tretman repera, iako je u procesu mjerenja tretman za sve repere bio isti. Promjenjivim izborom »bespogrešnih« repera, dobit će se i različita rješenja normalnih jednadžbi.

U novije doba uveden je postupak izjednačenja u kojemu se sve točke samostalne mreže tretiraju kao nepoznate, te svaka dobiva popravku. Primjenjuje se postupak pseudoinverzije koji je potanko razrađen u udžbenicima teorije pogrešaka (Feil, 1989. i 1990.).

Budući da je konfiguracija mreže za čitavo vrijeme mjerenja ostala ista (nepromijenjena), jedanput oblikovane matrice koeficijenata jednadžbi popravaka (A) i matrica težina (P) vrijede za sve serije.

Prikraćena mjerenja (slobodni član) (l_i), te koeficijenti jednadžbi pogrešaka (A) računaju se, odnosno oblikuju, na uobičajeni način. Matrica težina (P) je dijagonalna matrica s elementima $P = 1/s$.

Normalne jednadžbe su:

$$N = A^t P A,$$

a vektor apsolutnih članova

$$n = A^t P A.$$

Računanje pseudoinverzije i rješenje normalnih jednadžbi je:

$$Q_{xx} = (N + gg^t)^+ - gg^t,$$

gdje je matrica g — svojstveni vektor (jednak u svim serijama).

Vektori rješenja (vektor prikraćenih vrijednosti nepoznanica x) i popravaka (v) jesu:

$$x = Q_{xx}\, n \quad v = Ax + l,$$

a procijenjeni čimbenik varijance

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{v^t\, p\, v}{n - u + d(A)}}.$$

PODACI MJERENJA

Visinske razlike (m)	Serija I.	Serija II.	Serija III.	Udaljenosti (d) (m) (S)
Δh_1	3.3441	3.3471	3.3441	140.12
Δh_2	1.5565	1.5565	1.5565	90.02
Δh_3	4.1226	4.1226	4.1229	170.55
Δh_4	2.5661	2.5661	2.5665	110.02
Δh_5	0.7820	0.7840	0.7814	155.36

REZULTATI

Serija I.

l_1	n	x	v	
−2.00	−1.68	−1.66	1.50	
2.00	3.19	1.85	0.29	
−1.00	−0.82	0.13	−0.54	$\sigma_{0,1} = 1{\cdot}04$
−3.00	−0.69	−0.32	−0.83	
−3.00			−1.67	

Serija II.

l_2	n	x	v	
−5.00	−3.40	−3.56	1.13	
2.00	4.26	2.57	0.22	
−1.00	−0.82	0.79	−0.41	$\sigma_{0,2} = 0{\cdot}78$
−3.00	−0.04	0.20	−0.62	
−5.00			−1.25	

Serija III.

l_3	n	x	v	
−2.00	−1.49	−1.45	1.44	
2.22	3.48	1.99	0.30	
−1.30	−0.84	0.09	−0.57	$\sigma_{0{\cdot}3} = 0{,}99$
−3.40	−1.15	−0.64	−0.77	
−2.40			−1.59	

Provjera prisutnosti grubih pogrešaka

$$\alpha_0 = 0.0001 \qquad 1 - \beta_0 = 0.80$$

Iz nomograma (Caspary, 1987.):

$$\lambda_0 = 17.0 \qquad u_{\alpha_0} = 3.29.$$

Na osnovi f=2 (f=n—u+d(A)=5—4+1) iz nomograma se očita:

$$\alpha = 0.005 \qquad \chi^2_\alpha (f)/f = 5.8.$$

Izračuna se:

$$\chi^2_\alpha (f) = f\,[\chi^2_\alpha (f)/f] = 2 * 5.8 = 11.6$$

$$\chi^2_{0.005} (2) = 11.6$$

$$T = v^t\,p\,v \qquad \chi^2_{0\cdot 005} (2)$$

$$v_1^t\,p\,v = 2.15 < 11.6$$

$$v_2^t\,p\,v = 1.21 < 11.6$$

$$v_3^t\,p\,v = 1.97 < 11.6$$

Provjera homogenosti varijanci

F-test

$$\sigma_{0,1} = 1.04 \quad \sigma_{0,2} = 0.78 \quad \sigma_{0,3} = 0.99 \quad F_{f1,f2,1-\alpha}$$
$$f_1 = 2 \quad f_2 = 2 \quad f_3 = 2$$
$$F_{2,2,0.95} = 19.0$$

$$F = \frac{\sigma^2_{01}}{\sigma^2_{02}} = 1.78 < F_{2,2,0.95} = 19.0$$

$$F = \frac{\sigma^2_{01}}{\sigma^2_{03}} = 1.10 < F_{2,2,0.95} = 19.0$$

Bartlettov test

f_i	m_i^2	$f_i\,m_i^2$	$f_i \ln (m_i^2)$
2	1.07	2.15	0.14
2	0.60	1.21	0.38
2	0.99	1.97	−0.03
6		5.33	0.49

$$m^2 = 0.89$$

$$c = 1.44$$

Test-vrijednosti je

$$B = -0.83,$$

a fraktila

$$\chi^2 = \chi^2_{n-1,\,1-\alpha} = \chi^2_{5,0.95} = 5.99,$$

Kako je

$$B < \chi^2,$$

razlike u točnosti slučajnog su značaja.

Cochranov test

$$G_{max} = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2} = \frac{1.07}{1.07 + 0.60 + 0.99}$$

$$G_{max} = 0.40$$

$$G_{max\ (teor.)} = 0.87$$

$$G_{max} < G_{max\ (teor.)}$$

5. ZAKLJUČAK

U članku je predočena analiza rezultata pri određivanju pomaka i deformacija objekata. To je samo mali dio deformacijske analize, pa će se, radi proširivanja znanja iz tog područja, u jednom od idućih brojeva Geodetskog lista, nastaviti s daljnjim razmatranjima.

LITERATURA

Caspary, W. F. (1987): Coccepts of network and deformation analysis. Monograph 11, School of Surveying The University of New South Wales, Kensington, NSW, Australija.

Feil, L. (1989.): Teorija pogrešaka i račun izjednačenja, prvi dio, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu.

Feil, L. (199.): Teorija pogrešaka i račun izjednačenja, drugi dio, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu.

Macanović D. (1992): Analiza pomaka brane Birač u toku eksploatacije, magistarski rad na Geodetskom fakultetu Sveučilišta u Zagrebu.

ANALYSIS OF MEASUREMENT VALUES FOR DETERMINIG OF CONSTRUCTION DEFORMATIONS

By using Baard criteriums and by knowing basic mathematic statistic postulations, it is presented a part of deformation analysis which stands as basis to any further elaboration.

Primljeno: 1992-08-27